Вестник московского университета

MOCKOBCKOFO YHUBEPCUTETA

No 4-1967

Second Second

УДК 534.28

уді 554.20

К. А. ВЕЛИЖАНИНА, Л. А. БОРИСОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЪЕМНЫХ ПОГЛОТИТЕЛЕЙ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ И В ДИФФУЗНОМ ПОЛЕ

Сделан анализ характеристики звукопоглощения объемного сферического поглотителя и показано, что последний должен иметь максимум поглощения. Приведены номограммы, по которым можно рассчитывать коэффициент звукопоглощения при заданных параметрах поглотителя (радиус сферы или ребро куба, импеданц его поверхности) или, наоборот, находить параметры для получения желаемой характеристики поглощения в поле плоской волны и в диффузном звуковом поле.

В работе [1] на основании решения задачи о рассеянии плоской волны на поглощающей сфере [2], было приведено выражение для эффективного сечения поглощения объемного поглотителя Q_a (Q_a —мощность, поглощенная сферой, отнесенная к интенсивности падающей волны)

$$Q_{a} = \frac{\pi a^{2}}{(ka)^{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) (1-|B_{n}|^{2}), \tag{1}$$

где B_m — коэффициент отражения сферической волны порядка m, в виде суммы которых представлен потенциал скоростей падающей плоской снусоидальной волны, величина B_m дается выражением

$$B_{m} = e^{i2\delta_{m}} \frac{1 + \frac{D'_{m}}{D_{m}} \left\{ [X_{1} \cos(\delta_{m} - \delta'_{m}) - \frac{1}{1 + \frac{D'_{m}}{D_{m}}} \left\{ [X_{1} \cos(\delta_{m} - \delta'_{m}) - \frac{1}{1 + \frac{D'_{m}}{D_{m}}} \left\{ [X_{1} \cos(\delta_{m} - \delta'_{m}) + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + 1}} (\delta_{m} - \delta'_{m})] \right\} + \frac{-R_{1} \sin(\delta_{m} - \delta'_{m})] - i \left[R_{1} \cos(\delta_{m} - \delta'_{m}) + X_{1} \sin(\delta_{m} - \delta'_{m})] \right\}}{+R_{1} \sin(\delta_{m} - \delta'_{m})] - i \left[R_{1} \cos(\delta_{m} - \delta'_{m}) - X_{1} \sin(\delta_{m} - \delta'_{m})] \right\}}.$$
 (2)

Здесь D_m (ka), D_m (ka), δ_m (ka), δ_m (ka) — амплитуды и фазовые углы сферических функций Бесселя и их производных, $k \neq \frac{\omega}{c}$ — волновое число, a — радиус сферы. Из (2) были получены условия, которым должны удовлетворять активный R_1 и реактивный X_1 компоненты импеданца по-

верхности сферы для того, чтобы осуществлялось полное поглощение сферической волны порядка m

$$X_{1} = -\frac{D_{m}}{D'_{m}}\cos(\delta_{m} - \delta'_{m}); \quad R_{1} = \frac{D_{m}}{D'_{m}}\sin(\delta_{m} - \delta'_{m}).$$
 (3)

Как следовало из анализа формулы (3), данного в [1], при низких частотах основную роль в процессе поглощения играют волны низких порядков m (0, 1, 2). С увеличением частоты или ростом ka роль волн более высоких порядков становится все заметнее и в пределе, при очень

высоких ka, сфера может рассматриваться как плоский слой поглощающего материала. Теоретически и экспериментально было показано, что объемный поглотитель должен иметь максимум поглощения, величина которого и положение по ча- ина какой степени и в какой полосе частот составляющие импеданца поверхности удовлетворяют условию (3).

Для более полного анализа влияния импеданца поверхности на

звукопоглощающие свойства объемного поглотителя были подсчитаны значения коэффициента звукопоглощения $\alpha = Q/s$ (где s поверхность сферы) в зависимости от ka при различных значениях X_1 и R_1 , взятых как параметры. Величина X_1 изменяется от —3 до 1 через интервал 0,2 и R_1 от 0,2 до 1,4 через интервал 0,1. В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены α для $X_1 < 0$ при $R_1 = 0,4$. Из графика видно, что при данном R_1 имеются два максимума поглощения. Первый из этих максимумов обусловлен всем характером рассеяния на сфере, а второй, как мы полагаем, соответствует собственным частотам сферы как объема, в котором распространяются звуковые волны. При возрастании R_1 (как следует из большого количества расчетов, выполненных на электронносчетной машине) второй максимум становится все менее и менее заметным.

График рис. 1 и ему подобные можно использовать в качестве номограмм для подсчета частотной характеристики коэффициента звукопоглощения $\alpha = \frac{Q_a}{s}$ и эффективного сечения поглощения объемного сферического поглотителя, если известна зависимость импеданца поверхности от частоты. Графики можно использовать также для решения обратной задачи: для определения параметров объемного поглотителя — его радиуса и частотной зависимости импеданца поверхности необходимых для получения желаемой характеристики звукопоглощения.

В качестве примера подсчитаем эффективное сечение Q_a жесткой сферы, радиуса $a_1=2$ см, покрытой слоем микролита толщиной l=2 см, причем слой разделен перегородками для того, чтобы обеспечить локальность импеданца. По номограммам, аналогичным рис. 1, было найдено α , а затем Q_a для заданных значений X_1 и R_1 . Расчет по графику был произведен для тех частот, на которых производятся измерения в двух малых камерах размером $(50\cdot 40\cdot 30)$ см³ и $(50\cdot 37\cdot 27)$ см³, как это описано в работе [3]. Как видно из таблицы, в которой приведены значения Q_a (при заданных значениях импеданца

поверхности), величины, полученные из расчета, хорошо подтверждаются экспериментом. Максимум поглощения и из расчета и из эксперимента получается в области 1700 eu , т. е. при общем радиусе сферы 4 cm для $\mathit{ka}=1,24$. При этом значении ka полное поглощение волны порядка $\mathit{m}=0$ из условия (3) будет при $\mathit{R}_1=0,6$ и $\mathit{X}_1=-0,5$; для $\mathit{m}=1$ будем иметь $\mathit{R}_1=0,2$ и $\mathit{X}_1=-0,75$. Наблюдаемое на опыте положение максимума, соответствующее этой же области частот, определяется тем, что R_1 и X_1 близки по величине к требуемым. В таблице приведены также значения Q_t — полного эффективного сечения, о котором ниже будет сказано подробно.

											•	
f, гц	574	688	860	1032	1100	1148	1270	1380	1465	172 0	1830	200
<i>Q_a, см</i> ² расч	22	25	36	55	65	72	94	113	124	135	133	128
Q_a , $c m^2$ эксп	21	21	4 0	51	58	62	86	118	12 0	129	120	
$-X_1$	2,8	2,4	2	1,8	1,7	1,65	1,5	1,35	1,25	0,95	0,85	0,8
R_i	1,6	1,25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Q_t , $c M^2$ расч	26	28	42	64	78	86	114	150	170	194	194	180

Поскольку плоская волна не может быть полностью поглощена сферой [1], часть падающей на сферу энергии рассеивается и можно говорить об эффективном сечении рассеяния $Q_{\rm s}$, которое согласно [2] равно

$$Q_{s} = \frac{\pi a^{2}}{(ka)^{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) |1 - B_{n}|^{2},$$
 (4)

 Q_s представляет собой площадь, ориентированную нормально к направлению распространения плоской волны, в пределах которой происходит заметное искажение поля. Полное эффективное сечение Q_t характеризует суммарное искажение поля, вызванное как рассеянием, так и поглощением; $Q_t = Q_s + Q_a$ и по [2]:

$$Q_t = \frac{\pi a^2}{(ka)^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \left[2 - B_n - B_n^*\right]. \tag{5}$$

Величину Q_t можно назвать зоной влияния отдельного объемного поглотителя. Рассчитанные значения Q_t для указанной сферы даны в таблице.

Так как в практике борьбы с шумом применяются не отдельные объемные поглотители, а их ансамбли, то важно вычислить эту зону влияния. Если поглотители размещены на расстоянии между центрами, превышающими $d\simeq 2\sqrt{\frac{Qt}{\pi}}$, то общая величина вносимого ими поглощения получается путем простого суммирования поглощения, вноси-

мого отдельными поглотителями. Расчеты зоны влияния в зависимости от частоты были произведены для нескольких сфер различных радиусов. Оказалось, что расчетные кривые $Q_t(f)$, где f частота, качественно подобны частотным характеристикам сечения поглощения Q_a . Максимальные значения Q_t и Q_a получаются примерно на одинаковых частотах. При большом поглощении доля рассеянной энергии будет невелика. Тогда минимальное расстояние d между центрами поглотителей, при котором они действуют независимо друг от друга, в первом приближении можно определить из номограмм для Q_a по соотношению $d=2\sqrt{\frac{Q_a}{\pi}}$. Из таблицы следует, что если определить d из Q_t , а затем из Q_a , то разница между этими двумя значениями будет составлять $\simeq 15\%$.

Случай падения одной плоской волны на объемный поглотитель редко реализуется практически. Обычно приходится иметь дело с суммой плоских волн, а в архитектурной акустике — с диффузным падением звука. На основе решения задачи с поглощением плоской волны объемным поглотителем возможно вычислить его поглощение в диф-

фузном поле.

Пусть Q_a — эффективное сечение поглощения сферы при падении на нее плоской волны (Q_a включает в себя эффекты дифракции и не должно совпадать с поперечным сечением сферы), а w — плотность энергии в помещении объема v [4]. Тогда в телесном угле $d\Omega$ с вершиной в центре сферы и направляющими углами θ и φ в диффузном поле интенсивность звука будет равна $wc \frac{d\Omega}{4\pi}$; энергия, поглощенная сферой за единицу времени, будет $wc \frac{d\Omega}{4\pi} Q_a$. Интегрируя по углам θ и φ , получаем полную энергию, поглощенную сферой в диффузном поле за единицу времени

$$\varepsilon_g = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} Q_a wc \frac{R^2 \sin \theta d\theta d\varphi}{4\pi R^2} = Q_a wc.$$

Дифференциальное уравнение для спада энергии можно записать в виде

$$v \frac{dw}{dt} + Q_a wc = 0$$
, $w = w_0 \exp\left(-\frac{Q_a ct}{v}\right)$.

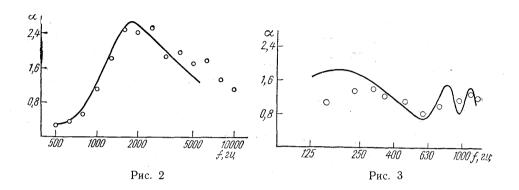
Время, в течение которого энергия ослабнет в e раз, равно

$$T = \frac{v}{Q_{\alpha}c} . \tag{6}$$

В статистической архитектурной акустике в диффузном звуковом поле спад энергии при малом поглощении α записывается в виде $\varepsilon_g(t)=\varepsilon_0\exp-\frac{c_0s\alpha}{4v}$, где s— площадь, α — коэффициент звукопоглощения, включающий и эффекты дифракции. Время спада энергии в e раз будет $T=4v/cs\alpha$ [5]. Но αs как раз и есть эффективное сечение поглощения Q_{ag} при диффузном падении звука на образец (в данном случае на сферу). Таким образом, получается на основании (6)

$$Q_{a\sigma} = 4Q_a. (7)$$

На рис. 2 показаны теоретические (сплошная кривая) и экспериментальные значения (точки) коэффициента звукопоглощения объемного поглотителя, для которого были подсчитаны Q_a при падении на него плоской волны (см. табл.). Из графика рис. 2 видно, что до частоты 4500 ги экспериментальные точки хорошо ложатся на расчетную кривую; выше этой частоты наблюдаются отклонения. (Экспериментальные значения получены из измерений коэффициента звукопоглощения объемного поглотителя в камере объемом 1 M^3 с хорошим диффузным полем начиная от частот 700 ги и выше.) Теоретический расчет коэффициента звукопоглощения был сделан в предположении о ло-



кальности импеданца поверхности сферы. Однако локальным импеданцом можно пользоваться только до частот, меньших, чем значение так называемой характеристической частоты $\omega_0 = \frac{\sigma P}{\rho_0 m}$ [6]. Здесь σ так называемая постоянная сопротивления, которая в действительности зависит от частоты и может быть определена из значения мнимой части акустической плотности $\rho_i = \sigma/\omega$ (ω циклическая частота). При низких частотах σ может совпадать c величиной сопротивления на продувание. Величина m представляет структурный фактор, P— пористость. Отношение $\frac{m}{P} = \rho_2/\rho_0$, где ρ_2 — действительная часть акустической плотности, ρ_0 — плотность воздуха [7]. Для микролита характеристиче-

ская частота лежит как раз в области 4500 гц. Этим и объясняется то,

что начинаются отклонения от расчетной кривой. Для практических целей были изготовлены поглотители в виде куба со стенками из минераловатных плит толщиной $2\ cm$ и размером ($50\cdot 50$) cm^2 , укрепленных на деревянном каркасе так, что слой поглотителя как бы находился на расстоянии $23-25\ cm$ от жесткой стенки. Поглощение ансамблем таких потлотителей исследовалось в реверберационной камере объемом = $300\ m^3$ обычным реверберационным методом [8]. Предварительно различные объемные поглотители в виде куба меньших размеров исследовались в поле плоской волны [3] и было выяснено, что эффективное сечение поглощения куба Q_{ak} с ребром a_1 равно эффективному сечению поглощения сферы с радиусом $a=0,62\ a_1$. Учитывая этот результат, коэффициент звукопоглощения куба можно рассчитывать по номограммам для сферы, но уменьшая полученную величину в 1,25 раза вследствие различия в величинах их поверхности.

Такие расчеты были выполнены для указанных поглотителей из минераловатных плит. Результаты расчета (сплошная кривая) и опыта

(точки) показаны на рис. 3, где по оси ординат отложены величины поглощения, вносимого одним поглотителем, отнесенные площади его полной поверхности. При этом поглотители размещались на расстоянии 2,5 м, что превышало размеры зоны влияния. Как видно из рис. 3. на частотах выше 400 ги экспериментальные точки лежат вблизи теоретической кривой. Ниже этой частоты совпадение расчета и опыта значительно хуже — максимум поглощения лежит высокой, чем расчетная, частоте. Это можно объяснить как тем, что при этих частотах нет надежных данных об импеданце поверхности. так и недостаточной диффузностью поля в камере на этих частотах. (Расчет был выполнен в предположении идеальной диффузности поля.) Наличие нескольких максимумов обусловлено тем, что активный и реактивный компоненты импеданца поверхности с изменением частоты принимают значения, близкие к значениям, удовлетворяющим условию (3) не один, а несколько раз на протяжении исследуемого частотного диапазона.

Авторы приносят благодарность сотрудникам кафедры за полезную дискуссию и особенную проф. С. Н. Ржевкину.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Борисов Л. А., Велижанина К. А. «Акуст. журн.», 13, вып. 2, 1967.
- 2. Морс Ф., Фешбах Г. «Методы теоретической физики», т. II. М., ИЛ, 1958.
- 3. Борисов Л. А., Велижанина К. А. «Акуст. журн.», вып. 2, 1967. 4. Cook R., Chrzanowski P. Absorption by Sound Absorbent Spheres, 21, 3, 167— 170, 1949.

- 5. Фурдуев В. В. Электроакустика. М., ОГИЗ, 1948. 6. Скучек Е. Основы акустики, т. И. М., ИЛ, 1958. 7. Велижанина К. А. «Акуст. журн.», 7, вып. 2, 165—173, 1961.
- 8. Лебедева И. В. «Акуст. журн.», 7, вып. 3, 334—339, 1962.

Поступила в редакцию 30. 5 1966 г.

Кафедра акустики