

Выражаем благодарность акад. В. Л. Гинзбургу за интерес к работе и плодотворные обсуждения, а также профессорам М. М. Уманскому и И. Б. Боровскому за внимание и ценные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. «Успехи физич. наук», 89(4), 549, 1966.
2. Блохин М. А. Физика рентгеновских лучей. М., ГИТТЛ, 1953.
3. Шпольский Э. В. Атомная физика, т. 1. М., Физматгиз, 1963.
4. L e n a r d P. Quantitatives über Kattodenstrahlen aller Geschwindigkeiten, Heidelberg, Karl Winters Universitätsbuchhandlung, 1925.
5. C o m p t o n A. H., A l l i s o n S. K. X-rays in theory and experiment. London, 1935.
6. Gmelins Handbuch der anorganischer Chemie. Berlin, 1926, 1927, 1930, 1954 u. a.
7. Жданов Г. С. Основы рентгеновского структурного анализа. М., ГИТТЛ, 1940.

Поступила в редакцию
3. 5 1966 г.

НИИЯФ

УДК 53 : 519.25

НГУЕН ТАНГ

О ВЫЧИСЛЕНИИ КВАНТОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ

В работах [1—4] показано, что методом Гиббса выводятся точные соотношения, позволяющие вычислять флуктуации и моменты различных физических величин как для классических, так и для квантовых систем. В работе [5] этот метод был распространен на распределенные системы и было сделано квантовое обобщение формулы для вычисления спектров временных корреляций. Однако полученная обобщенная формула не является точным соотношением, так как в квантовом обобщении исходили из полученного в [6] результата, найденного в первом приближении теории возмущений. В этой работе показано, что все точные соотношения, полученные в [4], могут быть распространены на распределенные системы.

Предположим, что на систему в направлении обобщенной координаты $\hat{Q}_i(\vec{r})$ действует дополнительная сила — $a_i(\vec{r})$, тогда гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \int a_i(\vec{r}) \hat{Q}_i(\vec{r}) d\vec{r}.$$

Если, как и в [5], пространство изменения координаты $\hat{Q}_i$ разбить на большое число неперекрывающихся частей $\Delta v_1, \dots, \Delta v_n$, то интегрирование заменяется суммированием.

Пусть $a_i(\Delta v_\lambda) = \frac{a_i}{\Delta v_\lambda}$ внутри объема Δv_λ , а $a_i(\Delta v_\lambda) = 0$ вне указанного объема,

тогда $\hat{H} = \hat{H}_0 + a_i \hat{Q}_i(\vec{r}_\lambda)$.

Таким образом, термодинамическое равновесное состояние описывается матрицей плотности

$$\hat{\rho} = \exp \left(\frac{\Psi - \hat{H}_0 - a_i \cdot \hat{Q}_i(\vec{r}_\lambda)}{\theta} \right).$$

Проводя вычисление так же, как в [4], получаем соотношения

$$\frac{1}{2} \overline{[\hat{F}(\vec{r}) \hat{Q}(\vec{r}_\lambda)]_+} - \overline{\hat{F}(\vec{r}) \cdot \hat{Q}(\vec{r}_\lambda)} = -\theta \frac{\partial \overline{\hat{F}(\vec{r}) \cdot \hat{Q}(\vec{r}_\lambda)}}{\partial a} + \frac{\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial a} \left[\operatorname{ctg} \frac{\hbar p}{2\theta} \hat{F}(\vec{r}) \right], \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \overline{[\hat{F}(\vec{r}) \hat{Q}^{(n)}(\vec{r}_\lambda)]_+} = (-1)^n \frac{\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial a} \left[\operatorname{ctg} \frac{\hbar p}{2\theta} \hat{F}(\vec{r})^{(n)} \right], \quad (2)$$

где $[\]_+$ означает антикоммутатор; $\hat{F}(\vec{r})^+$ — произвольный оператор, зависящий от положения в пространстве; $\hat{F}(\vec{r}_\lambda)$ — макроскопическая величина системы, на которую в

направлении координаты $Q(\vec{r}_\lambda)$ действует сила $-a$ в точке r_λ . И хотя мы можем знать макроскопическое уравнение движения, соотношения (1) и (2) еще не позволяют нам прямо вычислять моменты.

Для вычисления временных корреляций величин, зависящих от положения в пространстве, следуем по пути, подобному [1, 5]. Пусть в начальный момент времени в точке $\vec{r}$ в направлении обобщенной координаты $\hat{Q}(\vec{r})$ включается дополнительная сила a . Тогда матрица плотности неравновесного ансамбля в момент t равна [4]

$$\hat{\rho}_t = \exp \frac{1}{\theta} \left\{ \psi - \hat{H}_0(t) + \int a(\vec{r}) [\hat{Q}(t, \vec{r}) - \hat{Q}(0, \vec{r})] d\vec{r} \right\}.$$

Аналогичным же путем, как сделано выше, получаем соотношения

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \overline{[\hat{F}(t, \vec{r}) \hat{Q}(t, \vec{r}_\lambda)]_+} - \overline{[\hat{F}(t, \vec{r}) \hat{Q}(0, \vec{r}_\lambda)]_+} \right\} = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{B_{2m}}{(2m)!} \left(\frac{i\hbar}{\theta} \right)^{2m} \theta \left[\frac{\partial \overline{\hat{F}^{(2m)}(t, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} - \frac{\partial \overline{\hat{F}^{(2m)}}}{\partial a} \right]_{\alpha=0} = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{B_{2m}}{(2m)!} \left(\frac{i\hbar}{\theta} \right)^{2m} \theta \left[\frac{\partial \overline{\hat{F}^{(2m)}(t, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} - \frac{\partial \overline{\hat{F}^{(2m)}(0, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} \right]_{\alpha=0}, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \overline{[\hat{F}(t, \vec{r}) \hat{Q}(0, \vec{r}_\lambda)]_+} - \overline{\hat{F} \hat{Q}} = \theta \left[\frac{\partial \overline{\hat{F}(\vec{r}_\lambda)}^{\alpha_{\text{рав}}}}{\partial a} - \right. \\ & \left. - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{B_{2m}}{(2m)!} \left(\frac{i\hbar}{\theta} \right)^{2m} \frac{\partial \overline{\hat{F}^{(2m)}(t, \vec{r}_\lambda)}^{\alpha_{\text{нр}}}}{\partial a} \right]_{\alpha=0}, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \overline{[\hat{F}(t, \vec{r}) \hat{Q}^{(n)}(0, \vec{r}_\lambda)]_+} = (-1)^{n-1} \theta \sum_{m=0}^{\infty} \frac{B_{2m}}{(2m)!} \left(\frac{i\hbar}{\theta} \right)^{2m} \left[\frac{\partial \overline{\hat{F}^{(n+2m)}(t, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} \right]_{\alpha=0}. \quad (5)$$

Отметим, что эти выражения применяются только для $t > 0$. А для процессов, соответствующих $t < 0$, можем получать формулы корреляций заменой знака дополнительных сил в (3), (4), (5). Соотношения (1), (2), (3), (4), (5) представляют собой квантовое обобщение соотношений, полученных в [5] для распределенных систем, и являются точными соотношениями. Так же, как и в работе [4], из (3), (4), (5) можем вычислять корреляции и флуктуации величин, зависящих от положений в пространстве, при этом знать и квантовые свойства систем, и корреляционные свойства «случайных сил» [7] совершенно не нужно, а надо лишь знать уравнение движения для среднего значения вычисляемой величины в неравновесном процессе, созданном путем включения дополнительной силы $a\delta(\vec{r}-\vec{r}_\lambda)\eta(t)$.

Используя преобразование Фурье, из (4), (5) получаем выражения флуктуационно-диссипационной теоремы для распределенных систем.

$$(FQ)_\omega = - \left[\frac{\partial \overline{\hat{F}(\omega, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} + \frac{\partial \overline{\hat{F}^*(\omega, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} \right]_{\alpha=0} \frac{\hbar\omega}{2} \operatorname{ctg} \frac{\hbar\omega}{2\theta}, \quad (6)$$

$$(FQ^{(n)})_\omega = (-1)^{n-1} \left[\frac{\partial \overline{\hat{F}(\omega, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} + \frac{\partial \overline{\hat{F}^*(\omega, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a} \right]_{\alpha=0} (-i\omega)^n \frac{\hbar\omega}{2} \operatorname{cth} \frac{\hbar\omega}{2\theta}, \quad (7)$$

где

$$\overline{\hat{F}(\omega, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \overline{\hat{F}(t, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha e^{i\omega t} dt,$$

т. е. соотношения, полученные ранее Милантьевым [5] в частном случае $F=Q$. Однако, в отличие от работы [5], соотношения (6) и (7) написаны в более правильном виде и выведены из точных соотношений (4), (5), т. е. доказано, что они являются точными соотношениями статистической механики. В частном случае для линейных систем

$$\overline{L_{ik} Q_k(w, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha = - \frac{a_i}{2\pi i \omega} \delta(\vec{r} - \vec{r}_\lambda)$$

из (6) найдем

$$(Q_i Q_k)_w = \frac{i\hbar}{4\pi\omega} (L_{ki}^{-1*}(w) - L_{ik}^{-1}(w)) \delta(\vec{r} - \vec{r}_\lambda) \operatorname{cth} \frac{\hbar\omega}{2\theta}.$$

Это выражение совпадает с полученным в [7] результатом для флуктуаций электромагнитного поля.

Кроме того, из (6) и соотношений Крамерса—Кронига для вещественной и мнимой частей величины $Q(w)^\alpha$ легко найдем соотношение

$$\left[\frac{\partial \overline{\hat{Q}_i(w, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a_k} \right]_{a=0} = \left[\frac{\partial \overline{\hat{Q}_k(w, \vec{r} | \vec{r}_\lambda)}^\alpha}{\partial a_i} \right]_{a=0} \quad (8)$$

Это выражение является обобщением соотношений Онсагера для Фурье-компонентов координат Q_i и Q_k .

В частном случае, для линейных систем из (8) получаем соотношение взаимности и другие свойства матрицы адмиттанса [6].

В заключение выражаю благодарность проф. Я. П. Терлецкому за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Terletsky Ia. P. Nuovo Cim., 7, 308, 1958; Терлецкий Я. П. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 4, 119, 1957.
2. Терлецкий Я. П. Статистическая физика. М., «Высшая школа», 1966.
3. Милантьев В. П. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 4, 71, 1960.
4. Нгуен Танг. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 3, 79, 1967.
5. Милантьев В. П. «Изв. вузов», физика, 5, 115, 1961.
6. Bernard W., Callen H. Rev. Mod. Phys., 31, 1017, 1959.
7. Рытов С. М. Теория электрических флуктуаций и теплового излучения. М., Изд-во АН СССР, 1953.

Поступила в редакцию
25. 6/1966 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 539.12.01

ЗЫОНГ ВАН ФИ

РАССЕЯНИЕ ПОЗИТРОНА НА ЭЛЕКТРОНЕ В ПОДХОДЕ КОМПЛЕКСИФИКАЦИИ ПРОСТРАНСТВА

В [1] был изложен результат вычисления дифференциального эффективного сечения для электрона на электроны в 8-пространстве, полученном при комплексификации пространственных координат и введении изотопического времени. Лагранжиан взаимодействия для сказанного подхода представляется в форме, в которую включены и обычные и изотопические переменные. Причем для упругих рассеяний предполагается инвариантность подпространства Минковского в 8-пространстве. В связи с этим будем рассматривать лагранжиан электромагнитного взаимодействия в виде

$$L_{inf} = g\psi(x, X)\Gamma^n\psi(x, X)A_n(x, X), \quad (1)$$

который инвариантен относительно преобразования Лоренца.