ния (кривая 4). Это объясняется тем, что с увеличением H_p размах колебаний вектора намагниченности пленки увеличивается, отклонение его от оси легкого намагничивания происходит на бо́льшие углы. А с увеличением угла отклонения вектора намагниченности влияние различного рода неоднородностей в пленке проявляется в бо́льшей мере, что и приводит к возрастанию шума.

Как показывают исследования, значение спектральной плотности флуктуаций частоты при нулевых расстройках определяется в основном абсолютным значением шума пленки на частотах, попадающих в полосу пропускания контура параметрона. На величину амплитудных флуктуаций колебания генератора, кроме собственных шумов пленки, существенное влияние оказывает выбор режима генерации параметрона. На границе области возбуждения параметрон особенно подвержен влиянию шумов и имеет большую глубину шумовой амплитудной модуляции. При малых полях накачки (вблизи порога возбуждения) амплитудный шум велик и уменьшается с увеличением H_p (глубины модуляции параметра) рис. 2. В середине области генерации по накачке шум имеет наименьшее значение. При заданной величине накачки увеличение постоянного поля смещения приводит к уменьшению глубины модуляции параметра, поэтому следует ожидать аналогично случаю малых H_p, увеличение глубины шумовой амплитудной модуляции колебания вблизи порога возбуждения при достаточно большом H_0. Экспериментальные результаты подтверждают это. Пока параметрон работает вдали от границы возбуждения, шум уменьшается с увеличением постоянного поля. При приближении к границе возбуждения колебаний (достаточно большое H_0) амплитудный шум резко возрастает. При несколько большем H_0 колебания не возбуждаются. Ширина области минимального шума определяется выбранным режимом работы параметрона. При достаточно больших полях накачки возможна работа параметрона с бо́льшими полями смещения, что дает значительное снижение шума, а область значений поля смещения, где существуют устойчивые колебания, расширяется. Однако при очень больших полях накачки амплитудный шум возрастает из-за роста шумов самой пленки и, кроме того, при достаточно больших амплитудах накачки приближается к границе срыва генерации («потолок» по накачке).

Приведенные исследования показывают, что для уменьшения шумов параметрона необходимо работать с бо́льшими полями смещения. Кроме того, для уменьшения амплитудных флуктуаций нужно использовать при работе середину области генерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жигальский Г. П., Потемкин В. В. «Радиотехника и электроника» (в печати).
2. Pohm A. V., Read A. A., Stewart R. M., Schauer R. F. Proc. National Electronics Conference, 15, p. 202—215, 1959.
3. Соколов В. А., Фельдман Б. Я. «Изв. вузов», радиофизика, 7, 3, 350, 1964.
4. Жигальский Г. П. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 2, 1967.

Поступила в редакцию
11. I 1967 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 621.375.9

К. К. ЛИХАРЕВ, Е. А. ШАРКОВ

О ЗОНАХ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ХИЛЛА

В теории параметрических систем часто встречается уравнение

$$\ddot{x} + \frac{a^2}{1 + m\cos 2\tau}\, x = 0, \quad m < 1, \tag{1}$$

которое является частным случаем уравнения Хилла [1, 2]. Это уравнение описывает, например, обычный LC-контур, один из параметров которого меняется по гармоническому закону.

В связи с этим представляет интерес возможно более точное нахождение границ неустойчивости решения уравнения (1). Применение с этой целью к уравнению (1) обычных асимптотических методов [3] весьма неудобно, так как вычисление границы неустойчивости в каждом следующем приближении связано с предварительным нахождением самого решения в этом приближении.

Более удобным является метод бесконечных определителей Хилла [1, 2, 5], которые в случае (1) имеют простой вид. Метод основан на том, что на границе неустой-

чивости уравнение Хилла имеет периодическое решение

$$x = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (x_{ck} \cos k\tau + x_{sk} \sin k\tau). \tag{2}$$

Подставляя это выражение в (1) и приравнивая коэффициенты при $\cos k\tau$ и $\sin k\tau$ нулю, получаем систему однородных линейных уравнений для x_{ck} и x_{sk}, которая распадается на четыре независимые системы: для четных и нечетных x_c и x_s.

Из требования равенства нулю бесконечных определителей этих систем получаем неявное выражение для границ зон неустойчивости решения (1) на плоскости значений параметров m и a.

Для нечетных x_{ck} и x_{sk} имеем два различных определителя:

$$\Delta_{\pm} = \begin{vmatrix} a^2 - 1 \pm \frac{m}{2} & 9\frac{m}{2} & 0 & 0 & \dots \\ \frac{m}{2} & a^2 - 9 & 25\frac{m}{2} & 0 & \dots \\ 0 & 9\frac{m}{2} & a^2 - 25 & 49\frac{m}{2} & \dots \\ 0 & 0 & 25\frac{m}{2} & a^3 - 49 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0, \tag{3}$$

определяющих две границы нечетных зон, т. е. зон, касающихся прямой $m=0$ в точках $a=n$, где $n=1, 3, 5, \dots$.

Для границ же четных зон, у которых $a=n$; $n=2, 4, 6, \dots$ при $m=0$, получаем два одинаковых определителя, что свидетельствует о том, что четные зоны уравнения (1) вырождены в линии и исчезают при введении сколь угодно малого затухания.

Пользуясь выражением (3), легко найти границы нечетных зон с любой степенью точности. Обозначим через $\Delta_{\pm}^{(2N-1)}$ левые верхние конечные определители N-го порядка бесконечных определителей $\Delta_{\pm}$. Приравнивая $\Delta_{\pm}^{(2N-1)}$ нулю, получим приближение N-го порядка для границ зон, т. е. выражение для границ зон с точностью до членов порядка $\left(\frac{m}{2}\right)^N$. При этом для нахождения границ $(2l-1)$-й зоны необходимо взять приближение порядка $N \geqslant l$. Вычисление высоких приближений облегчается наличием реккурентной формулы для $N>2$:

$$\Delta_{\pm}^{(2N-1)} = [a^2 - (2N-1)^2] \cdot \Delta_{\pm}^{(2N-3)} - \left(\frac{m}{2}\right)^2 (2N-1)^2 (2N-3)^2 \cdot \Delta_{\pm}^{(2N-5)}. \tag{4}$$

Можно дать наглядную физическую интерпретацию отсутствия четных зон уравнения (1). Для этого рассмотрим энергетические соотношения для гармонически изменяющегося реактивного элемента. Пусть имеется линейная емкость, изменяющаяся по гармоническому закону:

$$C = C_0 (1 + m \cos 2\tau), \tag{5}$$

и напряжение на ней является периодической функцией времени с периодом 2π:

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} u_k \cos (k\tau + \varphi_k). \tag{6}$$

Если вычислить работу, совершаемую за период колебания над k-той гармоникой напряжения

$$A_k = -\int_0^{2\pi} \frac{dq_k}{d\tau} u d\tau, \tag{7}$$

то легко получить

$$A_1 = \frac{C_0 m\pi}{2} [u_1^2 \sin 2\varphi_1 + u_1 u_3 \sin (\varphi_3 - \varphi_1)], \tag{8а}$$

$$A_2 = \frac{C_0 m\pi}{2} \cdot 2u_2 u_4 \sin (\varphi_4 - \varphi_2), \tag{8б}$$

$$A_k = \frac{C_0 m\pi}{2} k [u_k u_{k+2} \sin (\varphi_{k+2} - \varphi_k) - u_k u_{k-2} \sin (\varphi_k - \varphi_{k-2})], \quad k > 2. \tag{8в}$$

Отсюда видно, что вложение энергии в любую гармонику выше второй разбивается на две части, пропорциональные амплитудам соседних гармоник той же четности.

Из соотношений (8) следует; что та часть убыли энергии из k-той гармоники, которая обязана своим существованием $(k+2)$-й гармонике, пропорциональна прибыли энергии в $(k+2)$-ю гармонику. Иными словами, можно говорить о перекачке энергии между соседними гармониками одной четности. Кроме такой перекачки энергии происходит непосредственное вложение энергии в первую гармонику (8а).

При подключении к такой емкости постоянной индуктивности получаем систему, которая описывается уравнением (1).

Поэтому отсутствие четных зон неустойчивости решения (1) можно объяснить отсутствием непосредственного вклада энергии в какую-либо четную гармонику.

Отметим, что аналогичные энергетические соотношения для емкости с «обратным гармоническим» законом изменения

$$C = \frac{C_0}{1 + m \cos 2\tau} \tag{9}$$

показывают наличие непосредственного вклада энергии не только в первую, но и во вторую гармонику. Это происходит потому, что емкость меняется как с основной частотой, так и с четными гармониками. Система, образующаяся при подключении к такой емкости линейной индуктивности L (она описывается, как известно, уравнением Матье), допускает возбуждение как в нечетных, так и в четных зонах.

В заключение авторы приносят благодарность В. В. Мигулину за обсуждение работы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Лахлан Н. В. Теория и приложения функций Матье. М., ИЛ, 1953.
2. Хаяси Е. Вынужденные колебания в нелинейных системах. М., ИЛ, 1957.
3. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Физматгиз, 1963.
4. Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа, т. 2, М., Физматгиз, 1963.
5. Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах. М., ИЛ, 1953.

Поступила в редакцию
24. 1 1967 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 537.221

Н. Д. ГАВРИЛОВА, В. К. НОВИК

О ПИРОЭФФЕКТЕ В ТГФБ

В работах [1, 2, 3] было описано аномальное поведение температурной зависимости пирокоэффициентов γ^σ для ряда сегнетоэлектриков (ТГС, $BaTiO_3$ сегнетова соль), заключающееся в сдвиге максимума γ^σ относительно точки Кюри в область сегнетофазы.

Эта аномалия объяснялась [4, 1] перестройкой доменной структуры кристаллов, обладающих естественной униполярностью.

В настоящей работе излагаются результаты измерения $\gamma^\sigma(T)$ для монокристаллов ТГФБ (триглицинфторбериллата), подвергнутых предварительной термической тренировке и поляризации постоянным электрическим полем.