

А. Н. САФРОНОВ

## РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ $\mu$ -МЕЗОНА ЭЛЕКТРОНОМ

Исследуется угловое и энергетическое распределения фотонов, сопровождающих двухнейтринную аннигиляцию  $\mu^+e^-$ -пары. Эти фотоны в принципе могут дать сведения о  $(\nu_e \bar{\nu}_\mu)$ -взаимодействии. В некоторой области энергий сечение рассматриваемого процесса существенно превосходит сечение соответствующей двухчастичной реакции.

В настоящее время известен лишь один процесс, обусловленный слабым лептон-лептонным взаимодействием

$$\mu \rightarrow e + \nu + \tilde{\nu}', \quad (1)$$

которому в теории универсального слабого взаимодействия отвечает связь электронной и мюонной частей слабого лептонного тока  $(\bar{e}\nu)(\tilde{\nu}'\mu)$  [1].

Существование четырехфермионного взаимодействия между лептонами создает ситуацию, при которой представляет большой интерес изучение динамики этого взаимодействия при различных передачах импульса, вплоть до такой критической энергии сталкивающихся частиц, когда слабое взаимодействие может стать сильным.

Основными процессами, к которым приводит лептон-лептонное взаимодействие в его известном виде, являются возникновение от нейтринно мю-мезона

$$\nu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu' \quad (2)$$

и нейтринная аннигиляция  $\mu^+e^-$  пары

$$\mu^+ + e^- \rightarrow \nu + \tilde{\nu}'. \quad (3)$$

Отметим, что энергетический порог реакции (2) составляет  $\sim 11$  Гэв. Получение нейтринного пучка пороговой энергии и необходимой интенсивности, например, на протонных ускорителях потребовало бы энергии протонного пучка  $\sim 250$  Гэв при интенсивности  $10^{14}$  протонов [2]. Отсюда ясно, что даже в случае реализации эксперимента по реакции (2), такой эксперимент во всяком случае возможен лишь в области энергий, когда не может сказаться предсказываемый теорией рост сечений, обусловленных слабым взаимодействием.

Аналогичное замечание имеет место и в отношении эксперимента, в котором нейтрино, рассеиваясь в кулоновском поле ядра, способно продуцировать пары частиц  $\mu^+e^-$  (см., например, [3]), хотя и существует преимущество этого процесса по сравнению с (2), заключающееся в снижении пороговой энергии реакции.

С этой точки зрения процесс (3) мог бы оказаться более благоприятным, потому что возможна его реализация на встречных пучках. (Соответствующая критическая энергия в системе центра инерции составляет  $10^3$  Гэв для каждой из сталкивающихся частиц.)

Процесс (3) был ранее подробно рассмотрен в работе [4].

К сожалению, трудности, связанные с детектированием нейтрино, делают прямое наблюдение этой реакции практически невозможным.

В связи с этим интересно рассмотреть эффекты, вызванные интерференцией слабого и электромагнитного взаимодействия. С ростом энергии  $\mu^+e^-$ -системы слабое взаимодействие ( $\bar{e}\nu$ )( $\bar{\nu}\mu$ ) должно проявиться в первую очередь именно благодаря такого рода эффектам, поскольку сечения неупругих процессов высшего порядка по константе слабого взаимодействия при энергиях  $E \leq 100$  Гэв все еще существенно меньше сечения основного двухчастичного процесса (3) (см., например, [5]). Мы предполагаем, что взаимодействие между лептонами вплоть до критической энергии остается локальным и справедлив  $V-A$ -вариант.

Рассмотрим процесс:

$$e^- + \mu^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}' + \gamma. \quad (4)$$

Фотоны, образующиеся в этой реакции, могут дать сведения о ( $\bar{e}\nu$ )( $\bar{\nu}\mu$ )-взаимодействии.

Процесс (4) в низшем порядке теории возмущений описывается двумя фейнмановскими диаграммами (рис. 1). Используя соотношения Фирца, представим матричный элемент, соответствующий этим диаграммам:

$$M = \frac{eG}{2\sqrt{\omega}} [\bar{u}(p_2) | \gamma_\mu (1 + \gamma_5) (\hat{p}_1 - \hat{\kappa} - m)^{-1} \hat{e} + \\ + \hat{e} (\hat{\kappa} - \hat{p}_2 - \mu)^{-1} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) | u(p_1) \bar{v}(k_1) | \gamma_\mu (1 + \gamma_5) | v(k_2)], \quad (5)$$

где  $\kappa = (\omega, \mathbf{\kappa})$  — 4-импульс фотона, а  $e_\mu$  — его 4-вектор поляризации,  $p_1, p_2, k_1$  и  $k_2$ , 4-импульсы электрона,  $\mu$ -мезона, нейтрино и антинейтрино соответственно,  $m, \mu$  — массы электрона и  $\mu$ -мезона. Из этой записи видно, что  $e^-, \nu$  мы считаем частицами, а  $\mu^+, \bar{\nu}'$  — античастицами.

Сечение рождения фотонов, усредненное и просуммированное по поляризациям частиц, рассчитанное согласно (5) в произвольной системе координат, получим в виде:

$$d\sigma = \frac{\alpha G^2}{48\pi^3} \frac{1}{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m^2 \mu^2}} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{p_1}{(x p_1)} - \frac{p_2}{(x p_2)} \right)^2 [2(xq)(4q^2 - m^2 - \mu^2) - \right. \\ \left. - q^2(2q^2 - m^2 - \mu^2) + (m^2 - \mu^2)^2] + (xf) [3(2q^2 - m^2 - \mu^2) \left( \frac{1}{(x p_1)} + \frac{1}{(x p_2)} \right) - \right.$$

<sup>1</sup> В работе используется система единиц  $c = \hbar = 1$  и метрика  $(ab) = a_0 b_0 - \vec{a} \vec{b}$ .

$$-8 \left( \frac{m^2}{(\kappa\rho_1)} + \frac{\mu^2}{(\kappa\rho_2)} \right) - 4 \left( \frac{(\kappa\rho_1)}{(\kappa\rho_2)} + \frac{(\kappa\rho_2)}{(\kappa\rho_1)} \right) \left. \vphantom{\frac{m^2}{(\kappa\rho_1)}}} \right] -$$

$$-4 \left( \rho_1 \frac{(\kappa\rho_2)}{(\kappa\rho_1)} + \rho_2 \frac{(\kappa\rho_1)}{(\kappa\rho_2)} \right)^2 \frac{d\kappa}{\omega}, \quad (6)$$

где  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$  — постоянная тонкой структуры,  $q = \rho_1 + \rho_2$ .

Запишем полученную формулу в системе центра инерции сталкивающихся частиц (Ц-системе)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\varepsilon} = \frac{\alpha G^2 S}{96\pi^3} \frac{v}{v_1 v_2} \left\{ \frac{\sin^2\vartheta}{\varepsilon (1 - v_1 \cos\vartheta)^2 (1 + v_2 \cos\vartheta)^2} \times \right.$$

$$\times [\varepsilon (2\varepsilon - 3) v^2 + 2v_1^2 v_2^2 (1 - \varepsilon) + 2v_1 v_2 (3 - \varepsilon)] +$$

$$\left. + \frac{\varepsilon}{2v_1 v_2 (1 - v_1 \cos\vartheta) (1 + v_2 \cos\vartheta)} [(3 - 2\varepsilon) v^2 - 2v_1 v_2 (1 + v_1 v_2)] - 2\varepsilon (1 - \varepsilon) \right\}, \quad (7)$$

где  $S$  — квадрат энергии системы,  $d\Omega$  — элемент телесного угла в направлении излученного фотона,  $\varepsilon$  — его энергия в единицах максимально возможного значения, которое в Ц-системе не зависит от угла вылета фотона  $\vartheta$  и равно  $\omega_{\max} = \frac{\sqrt{s}}{2}$ ,  $v_1$  и  $v_2$  — модули скоростей электрона и  $\mu$ -мезона соответственно, а  $v = v_1 + v_2$ , причем мы считаем, что электрон движется вдоль положительного направления оси столкновения (направления, от которого отсчитывается угол  $\vartheta$ ).

Если энергия системы настолько велика, что можно пренебречь не только массой электрона, но и  $\mu$ -мезона, формула (7) принимает вид

$$d\sigma = \frac{\alpha G^2 S}{24\pi v} \left[ \frac{A(\varepsilon)}{1 - v_1^2 \cos^2\vartheta} - B(\varepsilon) \right], \quad (8)$$

где

$$A(\varepsilon) = \frac{2}{\varepsilon} [\varepsilon^2 (3 - \varepsilon) + 2(1 - 2\varepsilon)],$$

$$B(\varepsilon) = \varepsilon (1 - \varepsilon).$$

Дифференциальное сечение излучения фотона в этом случае имеет характерный резкий максимум в конусе с раствором  $\Delta\vartheta \sim \sqrt{1 - v^2}$  вблизи направлений  $\vartheta = 0, \pi$ , а вне этого конуса при фиксированной доле уносимой фотоном энергии оно растет пропорционально квадрату энергии начальных частиц, не меняя вида распределения по углам.

Проинтегрируем выражение (7) по  $\varepsilon$  в пределах от некоторого значения  $\varepsilon_0$  до 1. Величина  $\varepsilon_0$  определяется минимальной энергией фотонов  $\omega_{\min}$ , регистрируемых в опыте.

При этом имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha G^2 S}{576\pi^3} \frac{v}{v_1 v_2} \left\{ \frac{6 \sin^2\vartheta}{(1 - v_1 \cos\vartheta)^2 (1 + v_2 \cos\vartheta)^2} [v^2 (1 - \varepsilon_0^2) - \right.$$

$$- (3v^2 + 2v_1^2 v_2^2 + 2v_1 v_2) (1 - \varepsilon_0) - 2v_1 v_2 (3 + v_1 v_2) \ln \varepsilon_0] +$$

$$+ \frac{1}{2v_1 v_2 (1 - v_1 \cos\vartheta) (1 + v_2 \cos\vartheta)} [3(3v^2 - 2v_1^2 v_2^2 - 2v_1 v_2) \times$$

$$\times (1 - \varepsilon_0^2) - 4v^2 (1 - \varepsilon_0^3)] - 2(1 - \varepsilon_0) (1 + \varepsilon_0 - 2\varepsilon_0^2) \left. \right\}. \quad (9)$$

Логарифмическая расходимость сечения (9) связана с известным явлением инфракрасной катастрофы, обусловленным неприменимостью теории возмущений к процессам с участием длинноволновых фотонов.

В случае, когда электрон и  $\mu$ -мезон ультрарелятивистские, последнее выражение принимает вид (8) с заменой  $A(\varepsilon)$  и  $B(\varepsilon)$  на некоторые величины, зависящие от  $\varepsilon_0$ .

Энергетический спектр фотонов получим путем интегрирования (7) по углам

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\alpha G^2 S'}{24\pi^2 v_1 v_2} \left\{ [\varepsilon(2\varepsilon - 3)v^2 + 2v_1^2 v_2^2 (1 - \varepsilon) + 2v_1 v_2 (3 - \varepsilon)] \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{1 + v_1 v_2}{v} \ln Z - 2 \right) - \varepsilon [(2\varepsilon - 3)v^2 + 2v_1 v_2 (1 + v_1 v_2) \frac{v^2}{4v_1 v_2} \ln Z - 2\varepsilon(1 - \varepsilon)v^2] \right\}, \quad (10)$$

где

$$Z = \frac{(1 + v_1)(1 + v_2)}{(1 - v_1)(1 - v_2)}.$$

Используя (10), либо (9), получим полное сечение реакции (4)

$$\sigma = \frac{\alpha G^2 S}{72\pi^2 v_1 v_2} \left\{ 3 [v^2 (1 - \varepsilon_0^2) - (3v^2 + 2v_1^2 v_2^2 + 2v_1 v_2)(1 - \varepsilon_0) - 2(3 + v_1 v_2)v_1 v_2 \ln \varepsilon_0] \left( \frac{1 + v_1 v_2}{v} \ln Z - 2 \right) + \frac{v}{8v_1 v_2} [3(3v^2 - 2v_1^2 v_2^2 - 2v_1 v_2)(1 - \varepsilon_0^2) - 4v^2(1 - \varepsilon_0^3)] \times \times \ln Z - v^2(1 - \varepsilon_0)(1 + \varepsilon_0 - 2\varepsilon_0^2) \right\}. \quad (11)$$

С ростом энергии начальных частиц это сечение растет несколько быстрее, чем соответствующее сечение двухчастичного процесса (3), равное в Ц-системе

$$\sigma = \frac{G^2 S}{12\pi v} (3 + v_1 v_2). \quad (12)$$

В крайнем ультрарелятивистском случае, когда  $\ln \frac{S}{m\mu} \gg 1$ , выражение (11) принимает вид

$$\sigma = \frac{\alpha G^2 S}{36\pi^2} [9(1 - \varepsilon_0^2) - 24(1 - \varepsilon_0) - 2(1 - \varepsilon_0^3) + 12 \ln \varepsilon_0] \ln \frac{S}{m\mu}. \quad (13)$$

Если  $\mu$ -мезон считать нерелятивистским, то по формуле (11)

$$\sigma = \frac{\alpha G^2 \mu^2}{576\pi v E} [9(1 - \varepsilon_0^2) - 4(1 - \varepsilon_0^3)] \ln \frac{1 + v}{1 - v}, \quad (14)$$

где  $E$  — энергия электрона.

Когда электрон также нерелятивистский, полное сечение имеет вид

$$\sigma = \frac{5\alpha G^2 \mu^2}{1288\pi^2 v} \left( \frac{\mu}{m} \right)^2. \quad (15)$$

Здесь мы считаем, что минимальная энергия фотонов, дающих вклад в сечение (15), такова, что  $\varepsilon_0^2$  и  $\varepsilon_0^3$  можно пренебречь; мы пренебрегли также массой электрона.

Полное сечение радиационного процесса (4) в нерелятивистском пределе приблизительно в 7 раз превосходит сечение нерадиационного процесса (3). Этот результат связан с существенной разницей масс электрона и  $\mu$ -мезона. В формуле (15) присутствует множитель  $\left(\frac{\mu}{m}\right)^2 \cong 4 \cdot 10^4$ , приводящий к преобладанию радиационного захвата над нерадиационным, несмотря на наличие в первом дополнительной электромагнитной вершины.

Рассмотрим случай, когда электрон покоится, а налетающий  $\mu$ -мезон имеет энергию  $E$  ( $L$ -система).

Дифференциальное сечение представим в виде, удобном для выполнения интегрирования в  $L$ -системе. Область интегрирования в переменных  $\omega'$ ,  $\vartheta'$  ( $\omega'$ ,  $\vartheta'$  — энергия и угол вылета фотона в  $L$ -системе), представляющая собой полость эллипсоида, определяемого уравнением

$$\omega'_{\max} = \frac{1 + \lambda^2 + 2\lambda\gamma}{2(\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1} \cos \vartheta')},$$

где  $\lambda = \frac{m}{\mu}$ ,  $\gamma = \frac{E}{\mu}$ , преобразуем в шаровую полость путем перехода к новой переменной  $\varepsilon'$  вместо  $\omega'$

$$\varepsilon' = \frac{\omega'}{\omega'_{\max}} = \frac{2\omega'(\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1} \cos \vartheta')}{1 + \lambda^2 + 2\lambda\gamma}.$$

Используя основную формулу (6) и совершая указанное преобразование, получим угловое и энергетическое распределения фотонов в  $L$ -системе

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\varepsilon' d\Omega'} = & \frac{\alpha G^2 \mu^2}{124\pi^3 \lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \left\{ \frac{(\gamma^2 - 1) \sin^2 \vartheta'}{Q^2} \left[ (3\beta\lambda\gamma + \lambda^2 - \lambda^2\gamma^2) \frac{1}{\varepsilon'} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \beta(3\beta + \lambda\gamma) \right] + \varepsilon' \beta^2 \left[ 3(\beta + \lambda\gamma) \frac{1}{\lambda Q} - \frac{2}{Q^2} - \frac{4\beta}{(Q + \lambda)^2} - 2 \right] + \right. \\ & \left. + 2\varepsilon'^2 \beta^3 \left( \frac{2}{(Q + \lambda)^2} - \frac{1}{\lambda Q} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\beta = \frac{1}{2}(1 + \lambda^2 + 2\lambda\gamma), \quad Q = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1} \cos \vartheta'.$$

Угловое распределение вне зависимости от энергии фотонов получим путем интегрирования по  $\varepsilon'$ . При этом, ради простоты, предположим, что нижнее значение  $\varepsilon_0'$  не зависит от  $\vartheta'$ . Это значит, что мы фиксируем одно и то же отношение энергии фотона на нижней границе спектра к ее максимальному значению для всех углов вылета. В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \frac{\alpha G^2 \mu^2}{144\pi^3 \lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \left\{ \frac{6(\gamma^2 - 1) \sin^2 \vartheta'}{Q^2} \left[ - (3\beta\lambda\gamma + \lambda^2 - \lambda^2\gamma^2) \ln \varepsilon_0' - \right. \right. \\ & \left. \left. - \beta(3\beta + \lambda\gamma)(1 - \varepsilon_0') \right] + 3(1 - \varepsilon_0'^2) \beta^2 \left[ 3(\beta + \lambda\gamma) \frac{1}{\lambda Q} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{4\beta}{(Q + \lambda)^2} - \frac{2}{Q^2} - 2 \right] + 4\beta^3(1 - \varepsilon_0'^3) \left[ \frac{2}{(Q + \lambda)^2} - \frac{1}{\lambda Q} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Интегрирование (16) по углам дает

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon'} = \frac{\alpha G^2 \mu^2}{12\pi^2 \lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \left\{ 2 \left[ (3\beta\lambda\gamma + \lambda^2 - \lambda^2\gamma^2) \frac{1}{\varepsilon'} - \beta(3\beta + \lambda\gamma) \right] \times \right. \\ \times \left( \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln \Phi - 2 \right) + 3\varepsilon' \beta^2 \left( \frac{\beta + \lambda\gamma}{\lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln \Phi - 4 \right) - \\ \left. - 2\varepsilon'^2 \beta^2 \left( \frac{\beta}{\lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln \Phi - 2 \right) \right\}, \quad (18)$$

где

$$\Phi = \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}}.$$

Вид этого распределения для различных энергий налетающего  $\mu$ -мезона показан на рис. 2. Нормировочная функция  $F$  на графике равна

$$F = \frac{\alpha G^2 \mu^2}{12\pi^2 \lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}}.$$

Приведем также полное сечение, полученное на основе того же предположения относительно нижней границы фотонного спектра, что и в формуле (17):

$$\sigma = \frac{\alpha G^2 \mu^2}{72\pi^2 \lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \left\{ 12 \left[ -3(3\beta\lambda\gamma + \lambda^2 - \lambda^2\gamma^2) \ln \varepsilon'_0 - \right. \right. \\ \left. - \beta(3\beta + \lambda\gamma)(1 - \varepsilon'_0) \left( \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln \Phi - 2 \right) + \right. \\ \left. + 9(1 - \varepsilon_0'^2) \beta^2 \left( \frac{\beta + \lambda\gamma}{\lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln \Phi - 4 \right) - \right. \\ \left. - 4(1 - \varepsilon_0'^3) \beta^2 \left( \frac{\beta}{\lambda \sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln \Phi - 2 \right) \right\}. \quad (19)$$

В области  $\lambda\gamma \ll 1$ , т. е. если энергия налетающего  $\mu$ -мезона мала по сравнению с 20 Гэв, это выражение упрощается и принимает вид

$$\sigma = \frac{\alpha G^2 \mu^2}{576 \lambda^2 (\gamma^2 - 1)} (1 - \varepsilon'_0) [5(1 + \varepsilon'_0) - 4\varepsilon_0'^2] \ln \Phi. \quad (20)$$

Когда  $\mu$ -мезон нерелятивистский, эта формула, разумеется, приводит к выражению (15).

При анализе формул в Ц-системе мы уже отмечали, что в некоторой области энергий отношение  $\delta$  полного сечения радиационного процесса (4) к сечению нерadiационного процесса (3) существенно больше единицы. На рис. 3 представлено это отношение как функция энергии налетающего  $\mu$ -мезона при не слишком больших энергиях (до 1 Гэв). Из графика видно, что сечение реакции (4) преобладает над сечением реакции (3) при энергии  $\mu$ -мезона до 400 Мэв. При этом значение  $\varepsilon'$  мы выбрали равным 0,1.

В заключение рассмотрим слабое взаимодействие  $\mu e^-$  пары в атоме мюония. Хотя сечение захвата  $\mu$ -мезона в этой системе по реакции (4) примерно такое же как, например, сечение захвата  $\mu$ -мезона с оболочки мезоатома ( $\rho\mu^-$ -система), вероятность первого процесса, чем второго, меньше в  $\sim 10^{-7}$  раз из-за большей «рыхлости» мюония. Как известно, радиационный захват  $\mu$ -мезона с оболочки мезоатома подавлен по сравнению с нерadiационным примерно в  $10^6$  раз.

Вероятность  $W$  распада атома мюония по реакции (3) вычислялась ранее в работе [3] и равна

$$W = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ сек}^{-1}.$$

Получим вероятность радиационного процесса (4) в атоме мюония, находящегося в основном  $S$ -состоянии. Используя известную связь между сечением и вероятностью процесса

$$W = \sigma \rho v, \quad (21)$$

где  $\rho$  — плотность  $e^-$ -волны вблизи  $\mu$ -мезона, равная  $1/\pi a^3$ ,  $a$  — борковский радиус ( $a = 1/ma$ ), получим с учетом (15)

$$W_{\gamma} = \frac{15\alpha^4 G^2 \mu^4 m}{288\pi^3} \cong 2 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}. \quad (22)$$

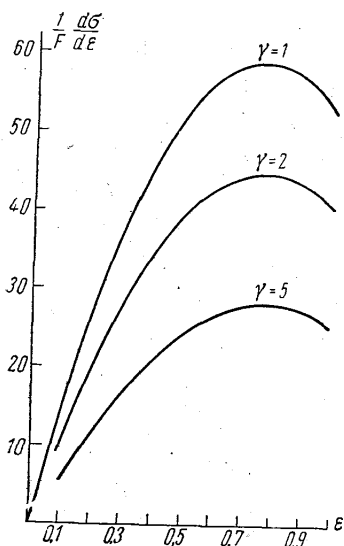


Рис. 2

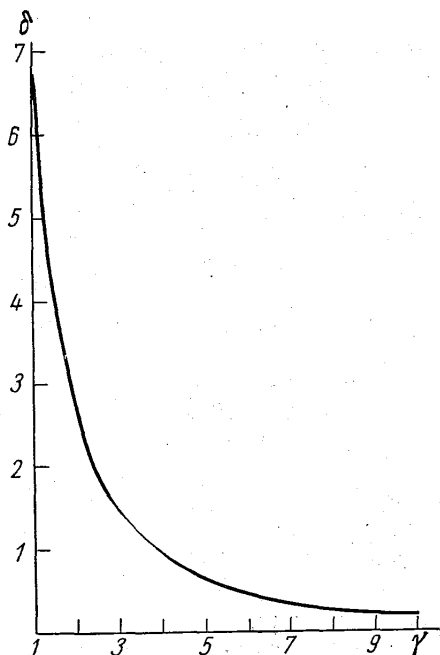


Рис. 3

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Feunman R. P., Geil-Mann M. Phys. Rev., **109**, 193, 1958.
2. Барашенков В. С., Мальцев В. М. «Атомная энергия», **13**, 221, 1962. См. также Марков М. А. Нейтрино. М., «Наука», 1964.
3. Маринов М. С., Никитин Ю. П., Орехов Ю. П., Шабалин Е. П. «Ядерная физика», **3**, 678, 1966.
4. Gorge V. Helv. Phys. Acta., **34**, 629, 1961.
5. Иоффе Б. Л., Окунь Л. Б., Рудик А. П. ЖЭТФ, **47**, 1905, 1964; Бадалян А. М. «Ядерная физика», **1**, 309, 1965.

Поступила в редакцию  
17. 9 1966 г.

Кафедра  
теоретической физики