Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1967

УДК 521.401

В. П. ГИРИЧЕВ

ЧАСТНЫЕ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ДВУХ НЕПОДВИЖНЫХ ЦЕНТРОВ

Рассматриваются частные решения обобщенной задачи двух неподвижных центров в случае, когда постоянная энергии меньше нуля, а массы притягивающих точек равны, и они находятся на мнимо-сопряженных расстояниях от начала координат. Произведен анализ различных случаев движения, возникающих в частных решениях. Показано, что все движения являются ограниченными.

§ 1. Постановка задачи

Как известно [1], обобщенная задача двух неподвижных центров заключается в исследовании движения материальной точки под действием силы притяжения двух неподвижных центров, массы которых и их взаимные расстояния являются некоторыми комплексными величинами, но силовая функция рассматриваемой задачи — вещественная. В работе [1] получены квадратуры этой задачи.

Пусть $oxyz$ — прямоугольная система координат, начало которой находится в центре масс притягивающих центров, а ось oz проходит через эти два центра. Обозначим эти массы $m/2(1+i\sigma)$ и $m/2(1-i\sigma)$, а их соответствующие расстояния до начала координат $c(\sigma+i)$ и $c(\sigma-i)$, где m, c и σ — вещественные постоянные, а $i=\sqrt{-1}$.

Тогда дифференциальные уравнения задачи можно записать в виде

$$\ddot{x}=\frac{\partial u}{\partial x},\quad \ddot{y}=\frac{\partial u}{\partial y},\quad \ddot{z}=\frac{\partial u}{\partial z},$$

где

$$u=\frac{fm}{2}\left\{\frac{1+i\sigma}{\sqrt{x^2+y^2+[z-c(\sigma+i)]^2}}+\frac{1-i\sigma}{\sqrt{x^2+y^2+[z-c(\sigma-i)]^2}}\right\}.$$

Перейдем от x, y и z к новым переменным ξ, η и w по формулам

$$x=\sqrt{(\xi^2+c^2)(1-\eta^2)}\cos w,$$
$$y=\sqrt{(\xi^2+c^2)(1-\eta^2)}\sin w,$$
$$z=c\sigma+\eta\xi.$$

Кроме того, перейдем от времени t к новой независимой переменной τ согласно уравнению

$$dt = (\xi^2 + c^2\eta^2)\, d\tau. \tag{1}$$

Первые интегралы рассматриваемой задачи [1] могут быть записаны в виде

$$\left(\frac{d\xi^2}{d\tau}\right)^2 = 2h\xi^4 + 2fm\xi^3 + 2(c_2 + hc^2)\xi^2 + 2fmc^2\xi + (2c_2 + c_1^2)c^2, \tag{2}$$

$$\left(\frac{d\eta}{d\tau}\right)^2 = -2hc^2\eta^4 + 2fmc\sigma\eta^3 + 2(c_2 + hc^2)\eta^2 - 2fmc\sigma\eta - (2c_2 + c_1^2), \tag{3}$$

$$\frac{dw}{d_2} = c_1 \frac{\xi^2 + c^2\eta^2}{(\xi^2 + c^2)(1 - \eta^2)}, \tag{4}$$

где h, c_1 и c_2 — произвольные постоянные интегрирования.

Уравнения (2) и (3) определяют координаты ξ и η как функции промежуточной переменной τ. После того как будут найдены эти функции, из уравнения (4) можно определить w как функцию τ.

Когда массы притягивающих точек равны, они находятся на одинаковых расстояниях от начала координат, т. е. $\sigma=0$, получим симметричный случай (см. [2]). В этой работе был сделан качественный анализ различных форм движения при отрицательных значениях постоянной энергии h и было показано, что в этой задаче логически допустимо десять типов движения, среди которых два являются общими, поскольку решение зависит от шести произвольных постоянных. В остальных случаях решение будет зависеть от пяти и меньшего количества произвольных постоянных.

Пусть $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ — корни многочлена, стоящего в правой части уравнения (2). Тогда, согласно [2], запишем следующие случаи

1. $0<\xi_1 \neq \xi_2$, ξ_3 и ξ_4 комплексно-сопряженные,
2. $0<\xi_1 = \xi_2$, ξ_3 и ξ_4 комплексно-сопряженные,
3. $0 \leqslant \xi_1 < \xi_2 < \xi_3 < \xi_4$,
4. $0 < \xi_1 = \xi_2 < \xi_3 < \xi_4$,
5. $0 \leqslant \xi_1 < \xi_2 < \xi_3 = \xi_4$,
6. $0 \leqslant \xi_1 < \xi_2 = \xi_3 < \xi_4$,
7. $0 < \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 < \xi_4$,
8. $0 \leqslant \xi_1 < \xi_2 = \xi_3 = \xi_4$,
9. $0 < \xi_1 = \xi_2 < \xi_3 = \xi_4$,
10. $0 < \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \xi_4$.

Общие случаи 1 и 3 подробно рассмотрены в работах [3] и [4].

В настоящей работе изучены частичные решения этой задачи при условии, что $\sigma=0$ и постоянная энергия $h<0$.

§ 2. Эллипсоидальные движения

Рассмотрим случай 2. Уравнения (2) и (3) при $\sigma=0$ примут вид

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2 = \Phi(\xi), \tag{5}$$

$$\left(\frac{d\eta}{d\tau}\right)^2 = \psi(\eta), \tag{6}$$

где

$$\Phi(\xi) = 2h\xi^4 + 2fm\xi^3 + 2(c_2 + hc^2)\xi^2 + 2fmc^2\xi + c^2(2c_2 + c_1^2),$$

$$\psi(\eta) = -2hc^2\eta^4 + 2(c_2 + hc^2)\eta^2 - (2c_2 + c_1^2),$$

а h, c_1 и c_2 — постоянные интегрирования.

В этом случае $0 < \xi_1 = \xi_2$, а ξ_3 и ξ_4 комплексно-сопряженные. Поэтому

$$\Phi(\xi) = 2h(\xi - a)^2[(\xi - \alpha)^2 + \beta^2],$$

где

$$\xi_1 = \xi_2 = a, \quad \xi_3 = \alpha + i\beta, \quad \xi_4 = \alpha - i\beta.$$

Так как $h < 0$, то движение возможно только при $\xi = a$ и, следовательно, $\frac{d^2\xi}{d\tau^2} = 0$, что приводит к условию

$$\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)\Big|_{\xi=a} = 0.$$

Пусть $\pm S$ и $\pm\gamma$ — корни многочлена $\psi(\eta)$. Тогда

$$\psi(\eta) = -2hc^2(S^2 - \eta^2)(\gamma^2 - \eta^2), \tag{7}$$

следовательно, получим следующие условия:

$$\Phi(a) = 0, \quad \Phi'(a) = 0, \quad \psi(S) = 0$$

или

$$2a^2(a^2 + c^2)h + c^2c_1^2 + 2(a^2 + c^2)c_2 = -2fma(a^2 + c^2),$$

$$2a(2a^2 + c^2)h + 2ac_2 = -fm(3a^2 + c^2),$$

$$2S^2c^2(1 - S^2)h - c_1^2 - 2(1 - S^2)c_2 = 0.$$

Решая эту систему относительно h, c_1^2 и c_2, получим

$$h = -\frac{fm}{2a}\,\frac{a^4 - a^2c^2(1 - 3S^2) + S^2c^4}{(a^2 + S^2c^2)^2},$$

$$c_1^2 = \frac{fm}{a}\,\frac{(1 - S^2)(a^2 + c^2)^2(a^2 - S^2c^2)}{(a^2 + S^2c^2)^2},$$

$$c_2 = -\frac{fm}{2a}\,\frac{a^2(a^2 + c^2)^2 - S^2c^4(1 - S^2)(3a^2 + c^2)}{(a^2 + S^2c^2)^2}.$$

В уравнении (7) для определенности положим $|S| < |\gamma|$, тогда по теореме Виета корень S находится внутри интервала $[-1, +1]$, а γ — вне этого интервала.

Проинтегрируем уравнение (6). Объединяя его с уравнением (7), запишем

$$\left(\frac{d\eta}{d\tau}\right)^2 = -2hc^2(S^2 - \eta^2)(\gamma^2 - \eta^2)$$

или

$$\int_{\eta_0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{(S^2 - \eta^2)(\gamma^2 - \eta^2)}} = \sqrt{-2hc^2}\int_{\tau_0}^{\tau} d\tau = \sqrt{-2h}\,c\,(\tau - \tau_0).$$

Введем новую переменную $\varphi: \eta = S\sin\varphi$. Тогда получим

$$\int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\frac{S^2}{\gamma^2}\sin^2\varphi}} = \sqrt{-2h}\,c\gamma(\tau-\tau_0) + \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\frac{S^2}{\gamma^2}\sin^2\varphi}}.$$

Следовательно, $\varphi = am\,[\sqrt{-2h}\,c\gamma(\tau-\tau_1)]$, где $k = \frac{S}{\gamma}$ и

$$\tau_1 = \tau_0 - \frac{1}{\sqrt{-2h}\,c\gamma}\int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\frac{S^2}{\gamma^2}\sin^2\varphi}}.$$

Зная η и ξ, можно проинтегрировать уравнения (4) и (1) следующим образом:

$$\begin{gathered} \xi = a, \quad \eta = S\sin\varphi, \\ w = w_0 + A\Pi(\varphi, \ -S^2, k) + BF(\varphi, k), \\ t = t_0 + CF(\varphi, k) + DE(\varphi, k), \end{gathered} \tag{8}$$

где F, E и Π — эллиптические интегралы первого, второго и третьего рода соответственно, w_0 и t_0 — постоянные интегрирования, а коэффициенты A, B, C и D определяются формулами

$$A = \frac{a^2+c^2}{a}\sqrt{\frac{(1-S^2)(a^2-S^2c^2)}{a^2(a^2+3c^2)-S^2c^2(a^2-c^2)}},$$

$$B = -\frac{c^2}{a}\sqrt{\frac{(1-S^2)(a^2-S^2c^2)}{a^2(a^2+3c^2)-S^2c^2(a^2-c^2)}},$$

$$C = \frac{2a^2(a^2+S^2c^2)^2(a^2+c^2)}{[a^2(a^2-c^2)+S^2c^2(3a^2+c^2)]\sqrt{fma\,[a^2(a^2+3c^2)-S^2c^2(a^2-c^2)]}},$$

$$D = -\frac{a^2+S^2c^2}{a^2(a^2-c^2)+S^2c^2(3a^2+c^2)}\sqrt{\frac{a^3[a^2(a^2+3c^2)-S^2c^2(a^2-c^2)]}{fm}},$$

$$k = \frac{S}{\gamma},$$

$$\gamma^2 = \frac{a^2}{c^2}\,\frac{a^2(a^2+3c^2)-S^2c^2(a^2-c^2)}{a^2(a^2-c^2)+S^2c^2(3a^2+c^2)}.$$

Формулы (8) полностью описывают движение точки в случае 2. Они показывают, что узел орбиты смещается за каждый оборот на угол $\Delta w = A\Pi(2\pi, -S_1^2k) + BF(2\pi, k) - 2\pi$.

Разлагая Δw в ряд по степеням $\varepsilon = \frac{c}{a}$ и отбрасывая члены, содержащие ε^4 и выше, получим

$$\Delta w = -3\pi\sqrt{1-S^2}\,\varepsilon^2.$$

Заметим, что в случае искусственных спутников Земли $\varepsilon < \frac{1}{30}$.

На рис. 1 изображена область, где происходит движение точки. Эта область представляет собой эллипсоидальный пояс, полученный пересечением эллипсоида

$$\frac{x^2+y^2}{a^2+c^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$$

с гиперболоидом

$$\frac{x^2+y^2}{c^2(1-S^2)}-\frac{z^2}{c^2S^2}=1.$$

Ширина этого пояса определяется величиной S.

В случае 5 уравнение (6) можно также записать в виде (7). Уравнение (5) в этом случае имеет вид

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2=2h(\xi_3-\xi)^2(\xi-\xi_1)(\xi-\xi_2),$$

где ξ_1, ξ_2 и $\xi_3=\xi_4$ — корни $\Phi(\xi)$. Нетрудно установить, что они изменяются в следующих пределах:

$$0<\xi_1<c,\quad 0<\xi_2<\infty,\quad 0<\xi_2=\xi_4<\infty.$$

Поскольку $h<0$, то движение возможно или при $\xi=\xi_3=\text{const}$ (в этом случае движение точки описывается системой (8)), или при $\xi_1\leqslant\xi\leqslant\xi_2$.

В последнем случае точка будет двигаться внутри эллипсоидального слоя, ограниченного поверхностями

$$\frac{x^2+y^2}{\xi^2+c^2}+\frac{z^2}{\xi_1^2}=1,\quad \frac{x^2+y^2}{\xi_2^2+c^2}+\frac{z^2}{\xi_2^2}=1,$$

$$\frac{x^2+y^2}{c^2(1-S^2)}-\frac{z^2}{c^2S^2}=1.$$

При этом траектория точки будет касаться первого и второго эллипсоида.

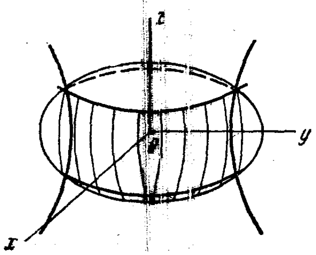

Рис. 1

§ 3. Асимптотическое движение

В случае 6 уравнения (5) и (6) примут вид

$$\left(\frac{d\eta}{d\tau}\right)^2=-2hc^2(S^2-\eta^2)(\gamma^2-\eta^2), \tag{9}$$

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2=-2h(\xi-\xi_1)(\xi-\xi_2)^2(\xi_4-\xi). \tag{10}$$

Интегрируя уравнение (9), получаем

$$\eta=S\,\mathrm{sn}\,w_1(\tau-\tau_0'), \tag{11}$$

где $w_1^2=-2hc^2\gamma^2$, τ_0' — постоянная интегрирования, а $\pm S$ и $\pm\gamma$ — корни $\psi(\eta)$, причем $k=\dfrac{S}{\gamma}$.

В этом случае уравнение можно записать следующим образом:

$$\frac{d\xi}{d\tau}=|\xi-\xi_2|\sqrt{-2h(\xi-\xi_1)(\xi_4-\xi)}.$$

Поскольку $h<0$, то движение возможно при $\xi_1 \leqslant \xi \leqslant \xi_4$, но так как интеграл этого уравнения расходится при $\xi=\xi_2$, необходимо учитывать, что $\xi_1 \leqslant \xi < \xi_2$ и $\xi_2 < \xi \leqslant \xi_4$.

В случае 1 интегрирование уравнения (10) дает

$$\xi = \xi_2 - \frac{p}{\operatorname{ch} w_2 (\tau - \tau_0'') + e},$$

а в случае 2:

$$\xi = \xi_2 + \frac{p}{\operatorname{ch} w_2 (\tau - \tau_0''') - e},$$

где

$$w_2^2 = -2h(\xi_4 - \xi_2)(\xi_2 - \xi_1),$$

$$p = 2\frac{(\xi_4 - \xi_2)(\xi_2 - \xi_1)}{\xi_4 - \xi_1},$$

$$e = \frac{\xi_4 + \xi_1 - 2\xi_2}{\xi_4 - \xi_1},$$

τ_0'' и τ_0''' — постоянные интегрирования.

Координата η изменяется периодически с периодом относительно τ

$$T = \frac{4}{w_1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

а ξ монотонно и асимптотически приближается в ξ_2 слева в первом случае и справа во втором.

Рассмотрим третью координату w. Из уравнения (4) при условии $0 \leqslant |\eta| \leqslant S$ и $\xi_1 \leqslant \xi \leqslant \xi_4$ имеем следующее неравенство:

$$w_0 + c_1 \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2 + c^2} \tau \leqslant w \leqslant w_0 + c_1 \frac{\xi_4^2 + c^2 S^2}{(\xi_4^2 + c^2)(1 - S^2)} \tau.$$

Следовательно, при $\tau \to \infty$, $w \to \infty$.

До сих пор мы говорили об асимптотическом движении относительно τ, но это справедливо и относительно t. Действительно, из уравнения (1) имеем очевидные неравенства

$$\xi_1^2 \tau \leqslant t \leqslant (\xi_4^2 + c^2 S^2)\tau.$$

Отсюда следует, что при $\tau \to \infty$ $t \to \infty$.

Окончательно можно сказать, что точка будет двигаться или внутри нижнего эллипсоидального слоя

$$\frac{x^2+y^2}{\xi_1^2+c^2} + \frac{z^2}{\xi_1^2} = 1, \qquad \frac{x^2+y^2}{\xi_2^2+c^2} + \frac{z^2}{\xi_2^2} = 1,$$

$$\frac{x^2+y^2}{c^2(1-S^2)} - \frac{z^2}{c^2 S^2} = 1,$$

или внутри верхнего эллипсоидального слоя

$$\frac{x^2+y^2}{\xi_2^2+c^2} + \frac{z^2}{\xi_2^2} = 1, \qquad \frac{x^2+y^2}{\xi_4^2+c^2} + \frac{z^2}{\xi_4^2} = 1,$$

$$\frac{x^2+y^2}{c^2(1-S^2)} - \frac{z^2}{c^2S^2} = 1,$$

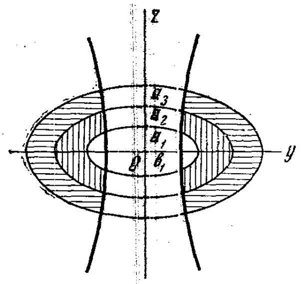

Рис. 2

неограниченно долго приближаясь к эллипсоиду

$$\frac{x^2+y^2}{\xi_2^2+c^2} + \frac{z^2}{\xi_2^2} = 1$$

как в первом, так и во втором случае.

На рис. 2 изображен разрез этих областей плоскостью oyz. Эти области заштрихованы. Причем

$$0a_1 = \xi, \quad 0a_2 = \xi_2, \quad 0a_3 = \xi_4, \quad 0b = c\sqrt{1-S^2}.$$

Вся область получается вращением этих областей вокруг оси oz.

§ 4. Остальные случаи

Рассмотрим случаи 4, 7, 8, 9 и 10.

Для случая 4 уравнения (5) и (6) можно записать в виде

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2 = -2h(\xi-\xi_2)^2(\xi-\xi_3)(\xi_4-\xi), \tag{12}$$

$$\left(\frac{d\eta}{d\tau}\right)^2 = -2hc^2(S^2-\eta^2)(\gamma^2-\eta^2), \tag{13}$$

где $\xi_1 = \xi_2$, ξ_3 и ξ_4 — корни $\Phi(\xi)$, а $\pm S$ и $\pm\gamma$ — корни $\psi(\eta)$, причем $\xi_1 = \xi_2$, а $\xi_3 \neq \xi_4$, как можно показать, изменяются в пределах

$$0 < \xi_1 = \xi_2 < \frac{c}{\sqrt{3}}, \quad \frac{c}{\sqrt{3}} < \xi_3 < \infty, \quad \sqrt{3}\,c < \xi_4 < \infty.$$

Поскольку $h < 0$, то движение возможно или при $\xi = \xi_1 = \xi_2 = \text{const}$, или при $\xi_3 \leqslant \xi \leqslant \xi_4$. При $\xi = \xi_1 = \xi_2 = \text{const}$ движение точки определяется системой (8). А когда ξ изменяется в интервале $[\xi_3, \xi_4]$, точка будет двигаться внутри эллипсоидального слоя:

$$\frac{x^2+y^2}{\xi_3^2+c^2} + \frac{z^2}{\xi_3^2} = 1, \qquad \frac{x^2+y^2}{\xi_4^2+c^2} + \frac{z^2}{\xi_4^2} = 1,$$

$$\frac{x^2+y^2}{c^2(1-S^2)} - \frac{z^2}{c^2S^2} = 1,$$

переходя от одного эллипсоида к другому за конечный промежуток времени.

Случаи 7 и 8 можно рассматривать как частные случаи 6. Поэтому координата η будет определяться формулой (11). В случае 7 уравнение (5) будет иметь вид

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2 = -2h(\xi-\xi_2)^3(\xi_4-\xi),$$

отсюда, интегрируя, получим

$$\xi = \xi_2 + \frac{\xi_4-\xi_2}{1-\dfrac{h(\xi_4-\xi_2)^2}{2}(\tau-\tau_0)^2},$$

где τ_0 — постоянная интегрирования. При этом $\xi_1=\xi_2=\xi_3$ и ξ_4 изменяются в следующих пределах:

$$0<\xi_1=\xi_2=\xi_3<c \text{ и } c<\xi_4<\infty.$$

Для случая 8 уравнения (5) можно записать в виде

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2=-2h(\xi-\xi_1)(\xi_2-\xi)^3,$$

отсюда

$$\xi=\xi_2-\frac{\xi_2-\xi_1}{1-\frac{h(\xi_2-\xi_1)^2}{2}(\tau-\tau_1)^2},$$

где τ_1 — постоянная интегрирования. При этом корни ξ и $\xi_2=\xi_3=\xi_4$ изменяются в следующих пределах:

$$0<\xi_1<c \text{ и } c<\xi_2=\xi_3=\xi_4<\infty.$$

Как и в случае 6, движущаяся точка будет монотонно и асимптотически приближаться к эллипсоиду

$$\frac{x^2-y^2}{\xi_2^2+y^2}+\frac{z^2}{\xi_3^2}=1.$$

В случае 7 движение будет происходить внутри эллипсоидального слоя

$$\frac{x^2+y^2}{\xi_2^2+c^2}+\frac{z^2}{\xi_2^2}=1,\quad \frac{x^2+y^2}{\xi_4^2+c^2}+\frac{z^2}{\xi_4^2}=1,$$

$$\frac{x^2+y^2}{c^2(1-S^2)}-\frac{z}{c^2S^2}=1,$$

а в случае 8 внутри эллипсоидального слоя

$$\frac{x^2+y^2}{\xi_1^2+c^2}+\frac{z^2}{\xi_1^2}=1,\quad \frac{x^2+y^2}{\xi_2^2+c^2}+\frac{z^2}{\xi_2^2}=1,$$

$$\frac{x^2+y^2}{c^2(1-S^2)}-\frac{z^2}{c^2S^2}=1.$$

В случае 9 уравнение (5) запишется в виде

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2=2h(\xi-\xi_2)^2(\xi-\xi_3)^2$$

и, поскольку $h<0$, движение возможно только при $\xi=\xi_2$ и при $\xi=\xi_3$. Следовательно, движение точки должно описываться системой (8), где $a=\xi_2$ или ξ_3, причем

$$0<\xi_1=\xi_2<c \quad \text{и} \quad c<\xi_3=\xi_4<\infty.$$

В случае 10 уравнение (5) принимает вид

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2=2h(\xi-\xi_1)^4,$$

причем нетрудно доказать, что $\xi_1=\xi_2=\xi_3=\xi_4=c$, а $S=\sqrt{2}-1$.

Поэтому движение возможно только при $\xi = c = \mathrm{const}$. В этом случае получим следующую систему:

$$\xi = c, \quad \eta = (\sqrt{2} - 1)\sin\varphi,$$

$$w = w_0 + 2(\sqrt{2} - 1)\prod(\varphi - S_1^2 S^2) - (\sqrt{2} - 1) F(\varphi, S^2),$$

$$t = t_0 + 4\sqrt{\frac{c^3}{fm}} F(\varphi, S^2) - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}\sqrt{\frac{c^3}{fm}} E(\varphi, S^2),$$

где w_0 и t_0 — постоянные интегрирования, а F, E, Π — эллиптические интегралы первого, второго и третьего рода соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксенов Е. П., Гребенников Е. А., Демин В. Г. «Астрон. журнал», X, 1963.
2. Аксенов Е. П., Гребенников Е. А., Демин В. Г. Сб. «Искусственные спутники Земли», вып. 16. М., Изд-во АН СССР, 1962.
3. Аксенов Е. П. Сообщения ГАИШ, № 137, 1964.
4. Аксенов Е. П. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 3, 1965.

Поступила в редакцию
23. 9 1966 г.

Кафедра небесной
механики и гравиметрии