

В. И. КОМОЛОВ, НГО КУАНГ АНЬ, И. Т. ТРОФИМЕНКО

О ПЕРЕСКОКАХ ФАЗЫ СУБГАРМОНИКИ В ДВОИЧНОМ ПАРАМЕТРОНЕ

Методом квантования фазы исследовались флуктуационные переходы между дискретными фазовыми уровнями субгармоники в двоичном параметроне. Экспериментальные данные качественно согласуются с результатами численного интегрирования полученного аналитического выражения для числа перескоков фазы субгармоники. Показана возможность регистрации внешнего слабого сигнала по результатам статистических измерений таких перескоков. Даны количественные оценки помехоустойчивости параметрона.

В настоящее время можно указать несколько областей приложения, стимулирующих теоретические и экспериментальные исследования параметрических генераторов субгармоник (параметронов), таких, как делители частоты, фазовые триггеры, квантователи фазы и т. д. К указанным устройствам обычно предъявляется требование высокой стабильности фазы. В связи с этим практический интерес представляет изучение помехоустойчивости параметронов, в частности, исследование статистики перескоков фазы субгармоники, обусловленных влиянием внешних или собственных шумов, действующих в контуре параметрона при различных режимах его работы. Такое исследование позволяет, например, определить максимальное время хранения фазовой информации о сигнале, запоминаемой параметроном, а также судить о стабильности стационарных режимов опорных параметронов, используемых в системах квантования фазы.

Для обычного синхронизированного генератора с одним устойчивым состоянием при фиксированной расстройке минимальный интервал перескока фазы относительно фазы синхронизирующего сигнала составляет $\pm 2\pi$. В параметрическом генераторе с n устойчивыми состояниями минимальный интервал перескока фазы субгармоники относительно фазы накачки значительно меньше и равен $2 \frac{\pi}{n}$. Вместе с тем у n -стабильного параметрона существуют две области синхронизации для субгармоники. Одна область, на частоте накачки f_n — область параметрической синхронизации (или автосинхронизации в случае двухконтурного параметрона [1]). В этой области возможно n устойчивых значений для фазы субгармоники внутри области параметрического возбуждения (или области автосинхронизации для двухконтурного параметрона).

Другая область — на частоте субгармоники $f_n = \frac{f_H}{n}$, где синхронизация любой из фаз возможна в интервале не более $\pm \frac{\pi}{n}$. Чем больше n , тем меньше эти интервалы и тем меньшие фазовые выбросы приводят к перескокам стационарных фаз. Строго говоря, конечная вероятность перескоков фазы существует даже при очень малых случайных возмущениях. Однако, если эта вероятность достаточно мала, можно говорить о стационарном режиме генерации в параметроне. Если же вероятность перескоков превышает допустимое значение, которое определяется заданием конкретных параметров (надежность обнаружения, объем выборки, время хранения информации и т. д.), то режим параметрона следует считать нестационарным. В этом случае возможны ошибки как при квантовании фазы регистрируемого сигнала, так и при работе параметрона в логических и запоминающих схемах.

§ 1. Расчет числа перескоков фаз в двоичном параметроне

Расчет перескоков фазы может быть проведен на основании результатов, полученных в работах [1, 2, 3]. Рассмотрим колебательный контур с резонансной частотой ω_0 , параметрически возбужденный напряжением накачки $u_H = A_H \sin pt$ и находящийся под воздействием внешней силы

$$F(t) = - \left[A_c \sin \left(\frac{p}{2} t + \varphi_c \right) + \eta(t) \right],$$

где φ_c — фаза сигнала, отсчитанная от фазы накачки, $\eta(t)$ — нормальный дельта-коррелированный шум с нулевым средним и дисперсией $\sigma_{\text{ш}}^2$.

Укороченное уравнение, описывающее поведение фазы параметрических колебаний для случая, когда ограничение амплитуды происходит за счет нелинейной реактивности, а процесс переключения фазы происходит при значениях амплитуды субгармоники, близких к начальному A_0 , имеет вид [2]

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega_0 h}{2} + \frac{3}{8} \beta \omega_0 A_0^2 - \frac{\omega_0 m}{4} \sin 2\varphi + \frac{A_c \omega_0}{2A_0} \sin(\varphi_c - \varphi) + \frac{\eta(t) \omega_0}{A_0}, \quad (1)$$

где $h = \frac{4\omega_0^2}{p^2} - 1$ — начальная расстройка, β — коэффициент нелинейности, а m — коэффициент модуляции реактивного параметра. Стационарные фазы субгармоники автономного параметрона, определяемые при $A_c = 0$ и $\eta(t) = 0$ из уравнения (1),

$$\varphi_{01} = \frac{\arcsin \frac{2h}{m}}{2}, \quad \varphi_{02} = \varphi_{01} + \pi$$

соответствуют нарастающим колебаниям и разделены сепаратрисой (неустойчивыми фазовыми состояниями).

Наличие шумов в контуре параметрона приводит к флуктуационным отклонениям фазы от ее стационарных значений $\varphi_{01,02}$. Если эти отклонения $\delta\varphi = \varphi - \varphi_{0i}$ ($i=1, 2$) превышают уровни $\Phi = \pm \frac{\pi}{2}$, соответствующие сепаратрисе, то возможен переход системы из одного фазового состояния в другое — перескок фазы. В приближении дельта-коррелированных случайных воздействий $\eta(t)$ полное число пересечений заданного уровня в единицу времени бесконечно. Однако, если уро-

вень Φ значительно выше среднеквадратичного отклонения $\sigma(\delta\varphi)$, то пересечения этого уровня следуют сериями [3], следствием которых являются перескоки фазы субгармоники. Таким образом, представляет интерес число этих серий, приходящихся на единицу времени.

Воспользуемся методом решения задачи на первое достижение границы, изложенным в [3]. При выполнении отмеченных выше условий уравнению (1) соответствуют уравнения Фоккера—Планда

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial \varphi} = 0, \quad (2)$$

$$G = \frac{\omega_0^2 K}{2A_0^2} \left\{ [D_0 - D_1 \sin 2\varphi + D_2 \sin(\varphi_c - \varphi)] \omega(\varphi, t) - \frac{\partial \omega(\varphi, t)}{\partial \varphi} \right\}, \quad (3)$$

$$D_0 = \left(\frac{\hbar}{2} + \frac{3}{8} \beta A_0^2 \right) \frac{2A_0^2}{K\omega_0}, \quad D_1 = \frac{mA_0^2}{2K\omega_0}, \quad D_2 = \frac{A_c A_0}{K\omega_0},$$

где K — коэффициент интенсивности флуктуационного процесса $\eta(t)$. Сделав допущение $\delta\varphi^2 \ll \Phi^2$, при котором средний интервал между сериями значительно превосходит длительность серии, и следуя [3], получаем формулу для частоты первых пересечений заданного уровня

$$n_1 = G_1(\varphi_r), \quad (4)$$

где $G_1(\varphi_r)$ выражается через стационарную плотность распределения $\omega_1(\varphi)$, определенную при $\frac{\partial \omega}{\partial t} = 0$ из уравнения (2). Тогда при граничных условиях

$$\omega_1(\varphi_r) = 0, \quad \varphi_r = \varphi_{0i} + \Phi, \quad (\varphi_{0i} = 0, \pi), \quad (5)$$

получим

$$\begin{aligned} \omega_1(\varphi) = & \frac{1}{N_1} \exp \left[D_0 \varphi + \frac{D_1}{2} \cos 2\varphi + D_2 \cos(\varphi_c - \varphi) \right] \times \\ & \times \int_{\varphi}^{\varphi_r} \exp \left[-D_0 \psi - \frac{D_1}{2} \cos 2\psi - D_2 \cos(\varphi_c - \psi) \right] d\psi, \end{aligned} \quad (6)$$

где N_1 определяется из условия нормировки $\int_0^{2\pi} \omega_1(\varphi) d\varphi = 1$. Подставляя

(6) в (3), затем в (4) и полагая равновероятными перескоки $\pm \frac{\pi}{2}$, а также перескок и отсутствие перескока при достижении заданного уровня (поскольку не каждое достижение этого уровня обязательно приводит к перескоку фазы), получаем окончательное выражение для полного числа перескоков фазы в единицу времени

$$N = \frac{\omega_0^2 K}{2A_0^2 N_1}. \quad (7)$$

Вычисление нормировки N_1 , вообще говоря, довольно сложно. Для простейшего случая, когда расстройка и сигнал отсутствуют ($D_0=0$, $D_2=0$):

$$N_1 = \int_0^{2\pi} \left\{ \exp \left[\frac{1}{2} D_1 \cos 2\varphi \right] \int_{\varphi}^{\varphi_r} \exp \left[-\frac{1}{2} D_1 \cos 2\psi \right] d\psi \right\} d\varphi, \quad (8)$$

здесь $\varphi_r = \frac{\pi}{r}$, $\varphi_{01} = 0$.

рались непосредственно в контуре параметрона диагональным селективным микрольтметром с полосой 8 кГц и прецизионным делителем напряжения.

Параметроны П-2 и П-3 (рис. 2) работали при непрерывной накачке. П-3 использовался в качестве генератора спорного напряжения фазового детектора (ФД) и генератора синхронного сигнала при измерениях с заданным отношением сигнал-шум. П-2 использовался в качестве квантователя фазы исследуемого параметрона и работал в режиме

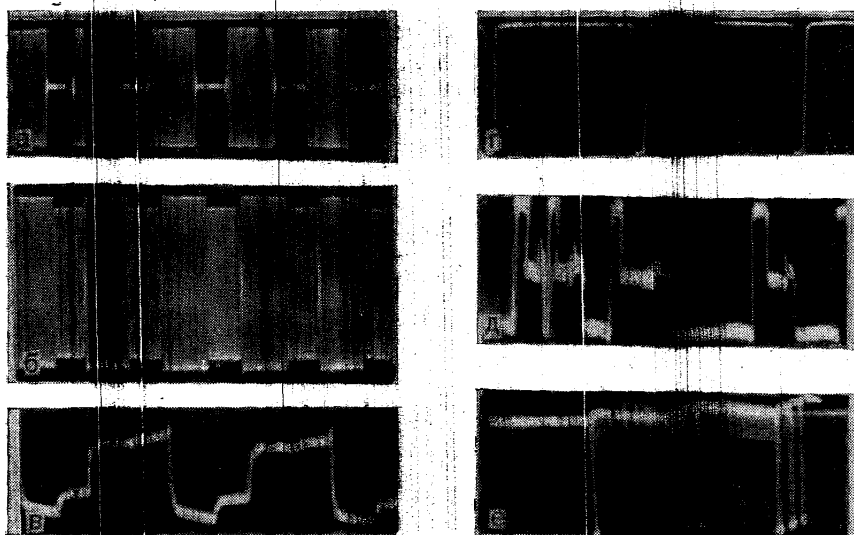


Рис. 3. Осциллограммы напряжения при периодических запусках П-1: а — на выходе П-1, б — на выходе П-2, в — на выходе ФД, г — на входе счетчика С-2; д и е — осциллограммы напряжений на выходе ФД и на входе С-2 при флуктуационных перескоках фазы в П-1

силового переключения от большого сигнала П-1; уровень сигнала устанавливался таким, что фаза П-2 переключалась при перескоках фазы П-1 только в тех случаях, когда при этих перескоках амплитуда П-1 достигала своего стационарного значения. Очевидно, это условие является предельным для наиболее интересного случая, когда шумы не очень велики и в известном приближении можно еще говорить о квазистационарном режиме параметрического возбуждения (или режиме автосинхронизации в двухконтурном параметроне). При этом средний интервал T между перескоками фазы много больше средней длительности выбросов τ или, по крайней мере, не меньше длительности переходных процессов:

$$T \gg \tau \gg \tau_y + \tau_s. \quad (9)$$

Выбор сигнала П-1, управляющего фазой П-2, для режима, определяемого условием (9), осуществлялся настройкой установки с использованием слабой отрицательной обратной связи между П-2 и П-1. В этом случае П-1 периодически запускался с помощью модулятора напряжения накачки и генератора запускающих импульсов, максимальная частота которых устанавливалась в соответствии с условием (9). При каж-

¹ τ_y и τ_s — время установления и затухания параметрических колебаний.

дом запуске П-1 его фаза ϕ запоминалась генератором П-2 и при включенной обратной связи (см. рис. 2) определяла фазу П-1 при его последующем запуске. Таким образом, при многократных запусках П-1 (рис. 3, а) периодически переключалась его фаза и происходил перескок фазы П-2 (рис. 3, б), который сопровождался появлением положительного или отрицательного видеоимпульса на выходе ФД (рис. 3, в). Число l запусков П-1 регистрировалось счетчиком С-1, а число N импульсов на выходе ФД — счетчиком С-2. Критерием нормальной работы установки является, очевидно, равенство показаний счетчиков ($N=l$) за одинаковое время накопления.

§ 3. Экспериментальные результаты и обсуждение

При исследовании статистики флуктуационных перескоков фазы субгармоники генератор запусков, счетчик С-1 и цепь обратной связи между П-2 и П-1 отключались. По результатам показаний С-2 в десяти сериях измерений вычислялись выборочные средние значения \tilde{N} перескоков фазы П-1: $\tilde{N} = \sum_{i=1}^{10} \frac{N_i}{10}$. Время накопления в каждой серии равнялось

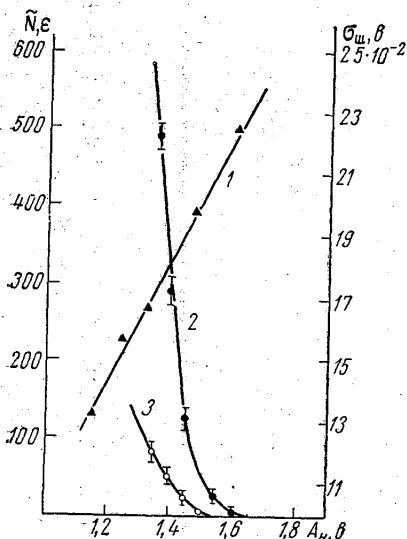


Рис. 4. 1 — зависимость пороговых значений $\sigma_{ш}$ от напряжения накачки A_H при нулевой расстройке, $\tilde{N}=10$, время накопления 10 сек, $Q=15$; 2 и 3 зависимости $N(A_H)$ при $\sigma_{ш} = 18 \times 10^{-2}$ в; $Q_1=15$, $Q_2=20$

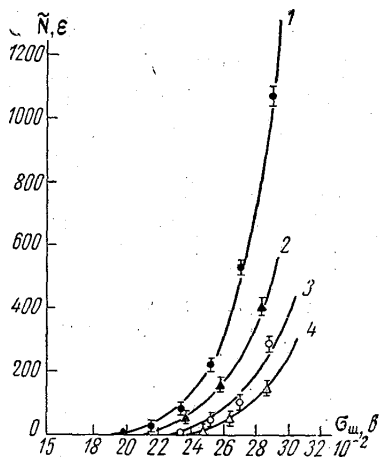


Рис. 5. Зависимости $\tilde{N}(\sigma_{ш})$: 1 — $A_H=1,35$ в, $Q=15$, 2 — $A_H=1,35$ в, $Q=19$; 3 — $A_H=1,45$ в, $Q=15$, 4 — $A_H=1,45$ в, $Q=19$

10 сек. Такой выбор времени накопления, а также выбор и других параметров определялся желанием оценить надежность результатов по обнаружению синхронного сигнала методом квантования фазы, полученных в [4].

Результаты измерений приведены в графиках на рис. 4, 5, 6, где для каждой экспериментальной точки \tilde{N} вертикальными черточками обозначены доверительные интервалы

$$\varepsilon = t_{\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^k (N_i - \tilde{N})^2 / k(k-1) \right\}^{1/2}, \quad (10)$$

в которых при $k=10$ и $t=3,17$ (см. [5]) с достоверностью 0,99 лежат истинные средние значения \tilde{N} . На рис. 4, 5, 6 значения $\sigma_{\text{ш}}$ соответствуют эффективному шумовому напряжению в полосе 70 кГц при $Q_1=15$ и 50 кГц при $Q_2=20$.

На рис. 4 (кривая 1) показана зависимость порогового напряжения накачки для $\tilde{N}=10$ при нулевой расстройке. В случае последовательного анализа выборки [5], полученной в результате квантования фазы при оптимальной частоте запусков ~ 10 кГц, величина $\tilde{N}=10$ соответствует вероятности флукутационных перескоков фазы $P_N \cdot 10^{-3}$.

На рис. 4 приведена также зависимость \tilde{N} от напряжения накачки A_H при $\sigma_{\text{ш}}=18 \cdot 10^{-2}$ в для $Q_1=15$ (кривая 2) и $Q_2=20$ (кривая 3). При наличии шума число перескоков возрастает с уменьшением напряжения A_H , выполняющего не только роль накачки, но и функции синхронизирующего сигнала для параметрических колебаний.

Экспоненциальный характер зависимости \tilde{N} от $\sigma_{\text{ш}}$, показанной на рис. 5, хорошо согласуется с результатами численного интегрирования уравнений (8) и (7). При больших значениях $\sigma_{\text{ш}}$ 0,4 в, когда условие (9) не выполняется, наступает насыщение величин $\tilde{N} = \tilde{N}_{\text{макс}} \sim 10^4$, связанное с просчетами квантователя (П-2) в тех случаях, когда амплитуда колебаний параметрона П-1 не достигает стационарного значения. Режим насыщения определяет максимальное значение $\sigma_{\text{ш}}$, при котором возможна регистрация сигнала в шуме по результатам статистических измерений \tilde{N} .

На рис. 6 показана зависимость \tilde{N} от отношения сигнал/шум $A_c/\sigma_{\text{ш}}$ (кривые 1 и 2) при фазе сигнала φ_c , равной одной из стационарных фаз субгармоники, и зависимость \tilde{N} от φ_c при $A_c/\sigma_{\text{ш}} \ll 1$ (кривые 3 и 4). Эти измерения показывают, что исследование статистики перескоков фазы субгармоники позволяет получить определенную информацию о начальном сигнале, в частности, обнаружить или выделить синхронный с субгармоникой сигнал. Естественно, что такой способ регистрации сигналов может быть целесообразным только в том случае, когда значение $\sigma_{\text{ш}}$ достаточно велико, например, когда сигнал и сопутствующий ему шум предварительно усиливаются.

Количественным критерием перехода от стационарного режима к нестационарному может служить величина $\alpha = \sigma_0 \Delta f / A_H$ (σ_0 — спектральная плотность шума), соответствующая вероятности перескока фазы в

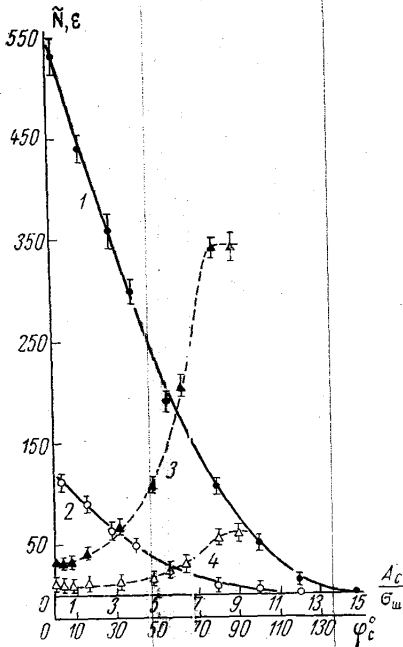


Рис. 6. Зависимость $\tilde{N}(A_c/\sigma_{\text{ш}})$: 1 — $A_H=1,35$ в, $Q=15$; 2 — $A_H=1,45$ в, $Q=15$. Зависимость \tilde{N} от фазы синхронного сигнала φ_c при $A_c/\sigma_{\text{ш}}$: 3 — $A_H=1,35$ в, $Q=15$; 4 — $A_H=1,45$ в, $Q=15$

единицу времени, равной 0,003. Параметр α характеризует также помехоустойчивость параметрона. Так, для исследуемого параметрона (П-1) с $Q=20$ ($\Delta f=50$ кГц) при $\alpha=0,05$ и нулевой расстройке за время типовой выборки (10 сек), применявшейся в [4] при классической обработке результатов квантования, с практической достоверностью 0,997 не происходит ни одного флуктуационного перескока фазы.

Статистические измерения при узкополосном шуме¹ показали, что одинаковые значения \tilde{N} наблюдаются при плотности шума на частоте субгармоники вдвое меньшей, чем на частоте накачки. Это, по-видимому, связано с тем, что в области параметрической синхронизации перескоки вызываются выбросами фазы, равными $\pm\pi$, а в области синхронизации на частоте субгармоники к перескокам фазы приводят выбросы $\pm\pi/n$.

Для повышения чувствительности при регистрации сигнала по перескокам фазы, целесообразна предварительная фильтрация сигнала и шума на выходе параметрона для срезания высокочастотной части спектра шума, лежащей в полосе накачки.

В заключение отметим, что рассмотренный метод счета перескоков фазы может быть использован при решении более широкого круга задач, связанных, например, с исследованием влияния шумов на точность работы устройств синхронизации. Действительно, в случае медленных флуктуационных воздействий вместо параметрона П-1 (см. рис. 2) может быть исследован любой другой генератор, синхронизируемый генератором накачки.

¹ Использовался перестраиваемый фильтр с полосой пропускания ~ 30 кГц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., «Сов. радио», 1965.
2. Свириденко С. С. «Радиотехника и электроника», 20, № 5, 1965.
3. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., «Сов. радио», 1961.
4. Ахманов С. А., Комолов В. П. «Известия вузов», радиофизика, 5, № 6, 1962.
5. Башаринов А. Е., Флейшман Б. С. Методы статистического последовательного анализа и их приложения. М., «Сов. радио», 1962.

Поступила в редакцию
11. 1 1967 г.

Кафедра
радиотехники