УДК 62—50

Г. А. БЕНДРИКОВ, В. И. ОГОРОДНИКОВА

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ СИММЕТРИЧНЫХ ПЕРЕКРЕСТНЫХ СВЯЗЕЙ ДВУХКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В работе рассмотрены вопросы выбора параметров гибких перекрестных связей в двухканальных системах и влияния параметров этих связей на области устойчивости. Известно [1], что характеристическое уравнение данного класса систем, например, с обратной симметричной связью, имеет вид

$$[1+w(p)]^2-[a(p)w(p)]^2=[1+w(p)+a(p)w(p)][1+w(p)-a(p)w(p)]=0, \quad (1)$$

где

$$w(p)=\frac{k\Psi_m(p)}{\Phi_n(p)} \quad (n\geqslant m)$$

передаточная функция основного канала, Φ_n и Ψ_m — полиномы p степени n и m, k — коэффициент усиления разомкнутой системы, $a(p)$ — передаточная функция гибкой перекрестной связи.

Особенностью рассмотрения двухканальных систем является разбиение характеристического уравнения на множители. Исследование методом траекторий корней [2] приводит к рассмотрению уравнений траекторий корней и параметров траекторий отдельных множителей. В зависимости от знаков параметров траекторий осуществляется или два положительных корневых годографа, или один положительный, а другой отрицательный корневые годографы. В отличие от случая жестких симметричных перекрестных связей, когда уравнение траекторий одно и тоже для каждого множителя [3], уравнения траекторий корней при введении гибких перекрестных связей разные.

Представление характеристического уравнения (1) в виде произведения сомножителей приводит к рассмотрению уравнений траекторий, порядок которых относительно ω^2 значительно ниже порядка исходного уравнения. Таким образом, метод траекторий корней дает возможность провести исследование систем достаточно высокого порядка.

Построив траектории корней, можно наглядно проследить, по каким траекториям корни выходят на границу устойчивости, и определить область устойчивости системы.

В работе рассматриваются системы с обратными перекрестными связями. Для простоты исследование проводится для $\Psi_m(p)=1$, т. е. передаточная функция основного канала не имеет нулей. Считаем, что разомкнутая система устойчива.

Пусть передаточная функция блока связи задана в виде

$$a(p)=\frac{a(T_1p+1)}{(T_2p+1)}, \quad (2)$$

где a — коэффициент усиления, T_1 и T_2 — постоянные времени. Тогда характеристическое уравнение (1) запишется

$$\left[\Phi_n(p)\left(p+\frac{1}{T_2}\right)+K_1\left(p+\frac{1-a}{T_2-aT_1}\right)\right]\left[\Phi_n(p)\left(p+\frac{1}{T_2}\right)+\right.$$
$$\left.+K_2\left(p+\frac{1+a}{T_2+aT_1}\right)\right]=0, \quad (3)$$

где в качестве параметров траекторий выбраны

$$K_1=\frac{k(T_2-aT_1)}{T_2} \text{ и } K_2=\frac{k(T_2+aT_1)}{T_2}. \quad (4)$$

Из уравнений (4) видно, что K_2 — положительная величина, а знак K_1 может изменяться в зависимости от соотношения параметров. Если $T_2>aT_1$, тогда K_1 и K_2 положительны, корни первого и второго сомножителя уравнений (3) перемещаются только по нечетным траекториям. Из этого уравнения видно, что введение перекрестных связей вызывает появление в каждом множителе уравнения (3) дополнительных начальных и предельных точек. Выбор коэффициента усиления блока перекрестной связи ($a<1$ или $a>1$) влияет на расположение предельной точки: $a<1$ — предельная точка находится в левой части плоскости корней, при $a>1$ предельная точка расположена справа от мнимой оси. Это существенно изменяет свойства системы. Если $T_2<aT_1$, то корни первого множителя уравнения (3) перемещаются по четным траекториям ($K_1<0$), а корни второго множителя — по нечетным ($K_2>0$). При $a<1$ предельная точка находится справа в плоскости корней p от мнимой оси, а при $a>1$ — слева.

Введение симметричных перекрестных связей, вообще говоря, сужает область устойчивости [1]. Однако возможно осуществление абсолютно устойчивых систем с симметричными перекрестными связями. Рассмотрим пример абсолютно устойчивой системы ($n-m\leqslant 2$), когда корни движутся по нечетным траекториям, расположенным только в левой части плоскости корней.

Зададим передаточную функцию основного канала в виде

$$w(p)=\frac{k(p+1)}{(p+2)(p+3)(p+4)},$$

тогда уравнение (1) запишется

$$\left[(p+2)(p+3)(p+4)\left(p+\frac{1}{T_2}\right)+K_1(p+1)\left(p+\frac{1-a}{T_2-aT_1}\right)\right]\times$$
$$\times\left[(p+2)(p+3)(p+4)\left(p+\frac{1}{T_2}\right)+K_2(p+1)\left(p+\frac{1+a}{T_2+aT_1}\right)\right]=0. \qquad (5)$$

Параметры траектории заданы уравнениями (4). На рис. 1*а* и *б* приведены траектории корней для первого и второго множителя уравнения (5) при $T_2=2$, $T_1=0{,}1$ и $a=0{,}5$. Начальные точки обозначены крестами, а предельные — кружками. Нечетные траектории обозначены простыми стрелками. Так как параметры траекторий K_1 и K_2 положительны, то корни перемещаются только по нечетным траекториям, оставаясь все время в левой части плоскости корней. Система является устойчивой в области $0<\kappa<\infty$.

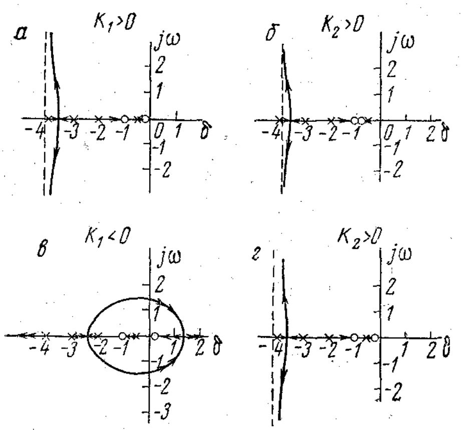

Рис. 1

Если параметры перекрестной связи: ($T_2<aT_1$) $T_2=2$, $T_1=10$, $a=0{,}5$, то свойства системы совершенно другие (рис. 1, *в* и *г*). Действительно, корни первого множителя уравнения (5) перемещаются по четным траекториям ($K_1<0$), которые обозначены двойными стрелками, а корни второго — по нечетным траекториям ($K_2>0$). Область устойчивости определяется движением корней по четным траекториям. В этом случае коэффициент усиления основного канала меняется в пределах $0<\kappa<14{,}6$.

При $a>1$ и $T_2>aT_1$ параметры траекторий положительны, поэтому траектории будут нечетными. Однако ввиду расположения предельной точки траекторий первого множителя справа от мнимой оси система не будет абсолютно устойчивой. Для $T_2=2$, $T_1=0{,}1$, $a=10$ область устойчивости системы $0<\kappa<2{,}66$.

При $a>1$ и $T_2<aT_1$ корни будут перемещаться по четным ($K_1<0$) и нечетным траекториям ($K_2>0$). Для данного примера область устойчивости определяется корнями, движущимися по четным траекториям. При $T_2=2$, $T_1=0{,}5$ и $a=10$ область устойчивости $0<k<2{,}66$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский А. А. О процессах автоматического регулирования в однотипных связанных линейных системах. «Тр. ВВИА им. Н. Е. Жуковского», вып. 576, 1955.
2. Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф. Траектории корней линейных автоматических систем. М., «Наука», 1964.
3. Бендриков Г. А., Огородникова В. И. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ. астрон., № 5, 120, 1967.

Поступила в редакцию
7. 5 1967 г.

Кафедра
физики колебаний