Вестник московского университета

No 1 — 1968

УДК 539.293:537.226.2

э. в. погорелова

ВРЕМЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрено влияние сильного электромагнитного поля на временную дисперсию полупроводника. Под действием внешнего поля в последнем возникает для некоторой области частот ($\omega < \frac{\Delta + \Delta E}{\hbar}$) состояние с отрицательной температурой. Однако в отличие от поглощения, где внещние поля усиливаются, если их частоты попадают в область отрицательной температуры, а для частот $\omega > \frac{\Delta + \Delta E}{\hbar}$ имеет место обычное поглощение, вклад этих двух областей в дисперсию не столь однозначен. Неизменно одно — максимум дисперсии все время следует за краем полосы поглощения. Показано, что частотная зависимость и зависимость от внешнего поля дисперсии для двухфотонных процессов аналогична таковой же для однофотонных процессов.

В принятой в радиофизике терминологии отклик системы на внешнее поле состоит из двух частей. Отклик системы, совпадающий по фазе с внешним полем, называется поглощением, а сдвинутый на $\frac{\pi}{2}$ — дисперсией. На языке поляризуемостей это означает, что мы имеем дело либо с действительной частью поляризуемости, либо с мнимой. Воспользуемся этой терминологией и будем называть действительную часть поляризуемости полупроводника дисперсией.

В настоящей работе рассматривается влияние сильного электромагнитного поля на дисперсионные свойства полупроводника. Причем накачка осуществляется лазером с частотой ω_1 , большей частоты оптического перехода в полупроводниках, а отклик системы рассматривается

на текущей частоте ω.

Использование матрицы плотности для расчета вектора поляризации системы позволяет единым образом описать однофотонные и двухфотонные процессы.

§ 1. Однофотонные процессы

В качестве исходной модели для однофотонных процессов используется двухзонная модель полупроводника при $T=0^{\circ} K$. Рассмотрен вклад только междузонных переходов. Форма зон принята сферической. Обычное квантовомеханическое выражение для действительной

части поляризуемости полупроводника с учетом двух зон имеет вид [1, 2]

$$\alpha^{(1)} = \frac{2e^{2n}}{m_{0}^{2}} \int \frac{d^{3}\vec{p}}{(2\pi\hbar)^{3}} \left[\frac{\vec{P}_{vc}\vec{P}_{cv}}{[\varepsilon_{c}(\vec{p}) - \varepsilon_{v}(\vec{p})]^{2} [\varepsilon_{c}(\vec{p}) - \varepsilon_{v}(\vec{p}) - \hbar\omega)} + \frac{\vec{P}_{vc}\vec{P}_{cv}}{[\varepsilon_{c}(\vec{p}) - \varepsilon_{v}(\vec{p})]^{2} [\varepsilon_{c}(\vec{p}) - \varepsilon_{v}(\vec{p}) + \hbar\omega]} \right]$$

$$(1)$$

или после интегрирования

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{e^{2n}}{6\pi\hbar} \frac{\left(\frac{m^*}{m_0}\right)^{3/2} \left(\frac{\Delta}{\hbar\omega}\right)^2}{1 + \frac{\hbar\omega}{\Delta}} \times \frac{|P_{vc}|^2}{m_0\Delta} \left[2 - \sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\Delta}} - \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega}{\Delta}}\right]. \tag{2}$$

Здесь Δ — ширина запрещенной зоны, $m^*=\frac{m_c m_v}{m_c+m_v}$ — приведенная масса электрона и дырки, P_{vc} — матричный элемент квазиимпульса, v и c — индексы валентной зоны и зоны проводимости соответственно. Выражение для $\alpha_{(\omega)}^{(1)}$, получающееся из решения уравнения для матрицы плотности, отличается от (1) наличием времени релаксации поляризации τ_2 [3, 4] и имеет следующий вид

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{n}{6\pi} \frac{e^2}{\hbar \left(\Delta/m_0\right)^{1/2}} \left(\frac{m^*}{m_0}\right)^{3/2} \left(\frac{\Delta}{\hbar\omega}\right)^2 \frac{|P_{vc}|^2}{m_0\Delta} \times \left[2 - \sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\Delta}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\left(1 - \frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)^2 + \frac{\hbar^2}{\tau^2\Delta^2}} + \left(1 - \frac{\hbar\omega}{\Delta}\right)\right]\right]^{1/2}.$$
(3)

Результаты данной работы отличаются от выражений (3—1, 3—2) [4] тем, что здесь использована связь между матричными элементами не в виде

$$\overrightarrow{r}_{vc}=i\,rac{\overrightarrow{P}_{vc}}{m\omega}$$
, а в виде $\overrightarrow{r}_{vc}=i\,rac{\overrightarrow{P}_{vc}}{m\omega_{vc}}$,

где $\omega_{vc} = \frac{\varepsilon_v(\vec{p}) - \varepsilon_c(\vec{p})}{\hbar} \equiv \frac{\varepsilon_{vc}(\vec{p})}{\hbar}$, что является при вычислении дисперсии более правильным.

При выводе (3) учитывался вклад τ_2 только в области, близкой к резонансу, т. е. там, где величина $1-\frac{\hbar\omega}{\Delta}$ сравнима с τ_2 . Нетрудно видеть, что при $\frac{\hbar}{\tau_2} \to 0$ (3) переходит в (2). Из сравнения (2) и (3) видна роль τ_2 . С учетом τ_2 резонанса $\alpha_{(\omega)}^{(1)}$ как бы смазывается. Величина максимума резонансной кривой уменьшается и сам максимум смещается в сторону более высоких энергий. Если считать, что τ_2 порядка времени электрон-электронных соударений, т. е. $\tau_2 = 10^{-13}$ сек, то максимум смещается примерно на 1% от своего положения при $\tau_2 = \infty$, а величина максимума уменьшается в 1,2 раза. Однако учет τ_2 особенно существен в сильных электромагнитных полях, поскольку в методе,

использующем уравнение для матрицы плотности, без τ_2 учесть насыщение нельзя.

При выводе (1) считалось, что энергия и квазиимпульс электрона в зоне связаны соотношением $\varepsilon p = p^2/2m$. На самом деле этот закон дисперсии справедлив только вблизи максимума или минимума энергии в зоне. Зависимость ε от p в произвольной точке зоны имеет очень сложный вид. Однако для любого максимума (минимума), куда разрешены прямые переходы, выражение (3) справедливо. В действительности $\alpha^{(1)}_{(\omega)}$ имеет другой вид. Прежде чем начнется спад $\alpha^{(1)}_{(\omega)}$ после резонанса за счет одного минимума в зоне проводимости, включается второй и т. д., поэтому после того, как энергия становится больше необходимой для забрасывания в первый минимум, кривая дисперсин продолжает расти и пик на дисперсионной кривой, как правило, соответствует положению второго минимума в зоне проводимости.

Это связано с тем, что величина $\alpha^{(1)}$ пропорциональна $(m)^{*^3/2}$, а около второго минимума эффективная масса почти на порядок больше, чем около первого. Все сказанное относится к случаю слабых внеш-

них полей.

Действие сильного электромагнитного поля частоты ω_1 сводится к заполнению электронами дна зоны проводимости и опустошению потолка валентной зоны, возникает частичная инверсия разности населенностей. Известно, что поляризуемость полностью инвертированной системы меняет знак на обратный по сравнению с неинвертированной. Однако в полупроводниках добиться состояния инверсии по всей зоне невозможно и это накладывает свой отпечаток на поведение $\alpha^{(1)}(\omega)$.

Как было показано в работе [3], инверсия возникает в некоторой полосе Δ_E , зависящей от величины и частоты поля накачки.

$$\Delta_E = \left(\frac{3}{8}\right)^{2/3} R^{4/3} \left\{ \frac{1}{p} \ln \frac{(\hbar\omega_1 - \Delta) - p\sqrt{\hbar\omega_1 - \Delta} + q}{(\hbar\omega_1 - \Delta) + p\sqrt{\hbar\omega_1 - \Delta} + q} + \right. \\ + \frac{1}{\sqrt{q - p^2/4}} \left(\arctan \frac{\sqrt{\hbar\omega_1 - \Delta} - p/2}{\sqrt{q - p^2/4}} + \arctan \frac{\sqrt{\hbar\omega_1 - \Delta} + p/2}{\sqrt{q - p^2/4}} \right) \right\}^{2/3},$$
 где $q = V \overline{(\hbar\omega_1 - \Delta)^2 + \hbar^2/\tau_2^2 + R^2}$, $p = V \overline{2} V \overline{q + (\hbar\omega_1 - \Delta)}$, а $R^2 = \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{e^2 (P_{vc})^2 E^2}{9\Delta^2 m_0^2}$ параметр насыщения.

Максимальное значение Δ_E равно $\hbar\omega_1$ — Δ и достигается в очень сильных полях, т. е. когда значение $R\gg\hbar/_{\tau_s}$ и $\hbar\omega_1$ — Δ . Таким образом, за счет действия сильного электромагнитного поля частоты $\omega_1>^{\Delta}/_{\hbar}$ функция распределения электронов в зоне проводимости имеет два значения (по-прежнему считается, что $T=0^{\circ}$ K). $f_c(\epsilon)=1$ для ϵ от 0 до Δ_E , $f_c(\epsilon)=0$ для $\epsilon>\Delta_E$.

В соответствии с таким распределением электронов $\alpha^{(1)}(\omega)$ в силь-

ном поле имеет следующий вид:

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{n}{6\pi} \frac{e^2}{\hbar \sqrt{\Delta/m_0}} \left(\frac{m^*}{m_0}\right)^{a/2} \left(\frac{\Delta}{\hbar \omega}\right)^2 \frac{|P_{vc}|^2}{m_0 \Delta} \times \times \left\{2 - \sqrt{1 + \frac{\hbar \omega}{\Delta}} - \frac{1}{\sqrt{-2}} \sqrt{q + \left(1 - \frac{\hbar \omega}{\Delta}\right)} - \frac{4}{\pi} \left[2 \operatorname{arctg}(\Delta_E/\Delta)^{1/2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta}{m_0}\right)^{a/2} \right] \right\}$$

$$-\sqrt{1+\hbar\omega/\Delta} \arctan\left(\Delta_{E}/\Delta + \hbar\omega\right)^{1/2} - \frac{\sqrt{q+(\Delta-\hbar\omega)}}{2\sqrt{2\Delta}} \left(\arctan\frac{\sqrt{\Delta_{E}+p/2}}{\sqrt{q-p^{2}/4}} + \arctan\frac{\sqrt{\Delta_{E}-p/2}}{\sqrt{q-p^{2}/4}}\right) - \frac{\sqrt{q-(\Delta-\hbar\omega)}}{2\cdot2\sqrt{2\Delta}} \ln\frac{\Delta_{E}+p\sqrt{\Delta_{E}+q}}{\Delta_{E}-p\sqrt{\Delta_{E}+q}}\right) \right\}. \tag{4}$$

При $\Delta_E = 0$ (4) переходит в (3), а при $\Delta_E \rightarrow \infty$ в (3), но с обратным знаком.

Ход кривой дисперсии, описываемый выражением (8), изображен на рис. 1 для разных значений параметра $\chi = \Delta_E/\Delta$. Роль Δ_E состоит в том, что для малых значений х максимум резонансной кривой увеличивается и сдвигается в сторону более высоких энергий. При дальнейшем увеличении χ появляется отрицательный минимум около $\hbar\omega \approx \Delta$, тем больший, чем больше параметр х. Максимум по-прежнему соответствует значению $\hbar\omega = \Delta + \Delta_E$. Таким образом, максимум резонансной

кривой все время соответствует границе свободной зоны проводимости. Евспомнить поведение коэффициента глощения полупроводника в сильном поле [3], то оказывается, что максимум кривой дисперсии все время следует за краем полосы поглощения.

§ 2. Двухфотонные процессы

Если на полупроводник действует сильное электромагнитное поле на частоте $\omega_1 \approx \Delta/2\hbar$, то возможен переброс электронов из валентной зоны в зону проводимости в результате одновременного поглощения двух квантов поля, сумма энергий которых больше ширины запрещенной зоны. Это так называемое двухфотонное поглощение. Если опять воспользоваться уравнением для матрицы плотности, то можно получить выражение

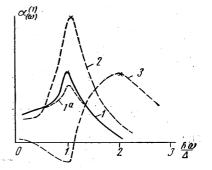


Рис. 1. Зависимость дисперсии гис. 1. Зависимость дисперсий полупроводника для однофотопных процессов от частоты и внешнего поля. $1-\chi=0, \ \tau=\infty, 1a-\chi=0, \ \tau_2$ конечно; $2-\chi=0,1$ и $3-\chi=1$

для вектора поляризации, связанное с этим процессом. По-прежнему будем считать, что мнимая часть поляризуемости описывает поглощение, а действительная дает вклад в $\alpha^{(2)}(\omega)$.

Двухфотонным поглощением в полупроводниках занимались ранее [4—5, 7]. В работе [2] получено общее выражение для $\vec{P}^{(3)}(\omega)$. Как частный случай, оттуда можно получить выражение для поляризации, ответственной за двухфотонный процесс указанного типа.

В данной работе получено значение для $\vec{P}^{(3)}(\omega + \omega - \omega)$ с учетом релаксации недиагональных элементов матрицы плотности и с учетом сильного электромагнитного поля, способного создать насыщение. Как уже было показано ранее [4, 5], для описания двухфотонных процессов нельзя ограничиться двумя зонами, если не учитывать внутризонные переходы, т. е. взаимодействие электронов с фононами. В данной работе учтена еще одна зона проводимости, т. е. рассмотрена модель, состоящая из одной валентной зоны (индекс 1) и двух зон проводимости (индексы 2, 3). Ширина запрещенной зоны обозначена через Δ , а расстояние от валентной зоны до второй зоны проводимости через Δ_{13} . В работе Ф. В. Бункина [6], было показано, что в оптике для двухфотонных

процессов выбор формы гамильтониана взаимодействия становится существенным, если взят всего один промежуточный уровень (зона). В частности, для трехуровневой (зонной) модели гамильтониан взаимодействия надо брать в виде $\hat{H}_{int} = e \vec{r} \vec{E}$, а не через вектор-потенциал $\hat{H}_{int} = \frac{1}{c} \vec{A} \vec{f}$. В этом случае, в выражение для $lpha_{(\omega)}^{(2)}$ входят матричные элементы радиуса-вектора и выражение для $\alpha_{(o)}^{(2)}$ имеет вид

$$\alpha_{(\omega)}^{(2)} = \frac{e^4n}{4} \int \frac{2d^3\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3} |\vec{r}_{13}r_{23}|^2 \left\{ \frac{\varepsilon_2(\vec{p}) - \varepsilon_1(\vec{p}) - 2\hbar\omega}{[\varepsilon_2(\vec{p}) - \varepsilon_1(\vec{p}) - 2\hbar\omega]^2 + \hbar^2/\tau_2^2} \frac{1}{[\varepsilon_3(\vec{p}) - \varepsilon_1(\vec{p}) - \hbar\omega]^2} + \frac{\varepsilon_2(\vec{p}) - \varepsilon_1(\vec{p}) + 2\hbar\omega}{[\varepsilon_2(\vec{p}) - \varepsilon_1(\vec{p}) + 2\hbar\omega]^2 + \hbar^2/\tau_2^2} \frac{1}{[\varepsilon_3(\vec{p}) - \varepsilon_1(\vec{p}) + \hbar\omega]^2} \right\}.$$
(5)

Матричные элементы вблизи краев зон слабо зависят от p, поэтому их можно вынести из-под знака интеграла, считая постоянными. Структура оставшегося выражения отличается от таковой для однофотонных процессов наличием множителя $\frac{1}{[\epsilon_3(\vec{p}) - \epsilon_1(\vec{p}) \pm \hbar \omega]^2}$

После интегрирования (5) имеем

$$\alpha^{(2)}(\omega) = \frac{e^{4n} |r_{13}r_{23}|^{2}}{18h^{3}\pi} \frac{\mu^{2}m}{(2\Delta m)^{3/2}} [\varphi(\omega) + \varphi(-\omega)],$$

где

$$\varphi(\omega) = A/2b - \frac{b}{q}D + (B - A/2)\frac{1}{\sqrt{q-p^2/4}}.$$
 (6)

Здесь

$$A = \frac{a^2b^4 - q^2(2b^2 - a^2)}{[(a^2 - b^2)^2 + \delta]^2}, \quad B = \frac{q[\delta - (a^2 - b^2)^2]}{2[\delta + (a^2 - b^2)^2]^2}.$$
 (7)

Введены следующие безразмерные обозначения $a^2 = 1 - 2\hbar\omega/\Delta$.

$$b^{2} = \frac{\mu}{m} \left(\frac{\Delta_{13}}{\Delta} - \frac{\hbar \omega}{\Delta} \right),$$

$$q^{2} = (1 - 2\hbar \omega/\Delta)^{2} + \delta, \quad p = \sqrt{2} \sqrt{q - a^{2}},$$

$$\delta = \frac{\hbar^{2}}{\tau_{1}^{2} \Delta^{2}}, \quad \mu = \frac{m_{1} m_{3}}{m_{1} + m_{3}}, \quad m = \frac{m_{1} m_{2}}{m_{1} + m_{2}}.$$
(8)

Если везде в (6) перейти к пределу при $\delta \to 0$, то оставшееся выражение имеет довольно простой вид

$$\alpha^{(2)} = \frac{e^{4n|r_{13}r_{23}|^2}}{18\pi\hbar^3} \frac{\mu^2 m}{(2\Delta m)^{3/2}} \left[\left(\frac{\mu}{m} \left(\Delta_{13}/\Delta - \hbar\omega/\Delta \right) \right)^{-1/2} \left(\sqrt{1 - \frac{2\hbar\omega}{\Delta}} + \sqrt{\frac{\mu}{m} \left(\frac{\Delta_{13}}{\Delta} - \frac{\hbar\omega}{\Delta} \right)} \right)^{-2} + \left(\frac{\mu}{m} \left(\frac{\Delta_{13}}{\Delta} + \frac{\hbar\omega}{\Delta} \right) \right)^{-1/2} \times \left(\sqrt{1 + \frac{2\hbar\omega}{\Delta}} + \sqrt{\frac{\mu}{m} \left(\frac{\Delta_{13}}{\Delta} + \frac{\hbar\omega}{\Delta} \right)} \right)^{-2} \right].$$
 (9)

Хотя по внешнему виду выражение (6) — (8) отличается от $\alpha^{(1)}(\omega)$ для однофотонных процессов без Δ_E ((2) — (3)), частотный ход $\alpha^{(1)}(\omega)$ и $\alpha^{(2)}(\omega)$ подобны. Максимум дисперсии лежит на частоте $\hbar\omega \approx \Delta/2$ (для однофотонных процессов на частоте $\hbar\omega \approx \Delta$). На частоте $\hbar\omega \approx \Delta_{13}\,\alpha^{(2)}(\omega)$ имеет интервал полюс. Роль параметра Δ_{13}/Δ заключается прежде всего в том, что с ростом Δ_{13}/Δ уменьшается абсолютная величина $\alpha^{(2)}(\omega)$ и резонанс очень сильно сглаживается. Так, увеличение $\frac{\Delta_{13}}{\Delta}$ в 5 раз (от 2 до 10) приводит к уменьшению $\alpha^{(2)}(\omega)$ в 6 раз, т. е. для больших $\frac{\Delta_{13}}{\Delta}$ выполняется закон $\alpha^{(2)}(\omega)$ —

 $\sim \frac{1}{(\Delta_{13}/\Delta)^{3/2}}$, а сама двухфотонная поляризуемость для $\frac{\Delta_{13}}{\Delta}=10$ в интересующей нас области частот $\hbar\omega\approx\Delta$ меняется лишь в третьем знаке после запятой, т. е. почти постоянна. Таким образом, Δ_{13} для двухфотонных процессов играет ту же роль, что Δ для однофотонных.

Влияние параметра $\gamma = \mu/m$, где μ — приведенная масса электронов первой и третьей зоны, а m — приведенная масса электронов первой и второй зоны, сказывается на величине $\alpha^{(2)}(\omega)$. Грубо $\alpha^{(2)}(\omega)$ пропорциональна $\gamma^{1/2}$. Чем γ больше, тем больше величина резонансного пика. Частотный ход $\alpha^{(2)}(\omega)$ показан на рис. 2.

На рис. 2 показана роль τ_2 . Как и в случае однофотонных процессов при учете τ_2 происходит сглаживание резонансного пика, уменьшение величины резонансного максимума и сдвиг последнего в сторону больших энергий.

О роли сильного поля опять-таки можно повторить то же самое, что уже сказано в § 1 по поводу однофотонных процессов. Ограничимся только приведением соответствующего выражения

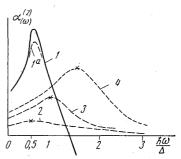


Рис. 2. Зависимость дисперсии полупроводника от частоты, внешнего поля и собственных параметров полупроводника при двухфотонных процессах. К ривые $I - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 2\,,\, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0\,,\, \tau_2 = \infty;$ $Ia - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 2\,,\, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0\,,\, \tau_2 \, \text{конечно};$ $2 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10\,,\, \tau_2 \, \text{конечно},$ $\frac{\Delta_E}{\Delta} = 0;\, 3 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10\,,$ $\tau_2 \, \text{конечно},\, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 1;\, 4 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10\,,$ $\tau_2 \, \text{конечно},\, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 1;\, 4 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10\,,$ $\tau_2 \, \text{конечно},\, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 1\,,7$

$$\alpha^{(2)}\left(\omega\right) = \frac{e^{4n} \left(r_{13}r_{23}\right)^{2}}{9\pi^{2}h^{3}} \frac{\mu^{2}m}{(2\Delta m)^{3/2}} \left[f\left(\omega\right) + f\left(-\omega\right)\right].$$
 Здесь
$$f\left(\omega\right) = \frac{\pi}{2} \left[\frac{A}{2b} - \frac{b}{q}B + \left(B - \frac{A}{2}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{q+a^{2}}}\right) - 2\left\{\left(\frac{A}{2b} - \frac{b}{q}B\right)\right\} \times \\ \times \arctan \left(\frac{1}{b}\sqrt{\frac{\Delta_{E}}{\Delta}} + \frac{1}{\sqrt{2(q+a^{2})}}\left(B - \frac{A}{2}\right)\left(\arctan \left(\frac{\sqrt{2\frac{\Delta_{E}}{\Delta}} + \sqrt{q-a^{2}}}{\sqrt{q+a^{2}}}\right) + \\ + \arctan \left(\frac{\sqrt{2\frac{\Delta_{E}}{\Delta}} - \sqrt{q-a^{2}}}{\sqrt{q+a^{2}}}\right) - \left(\frac{A}{2b} + \frac{b}{q}B\right)b\sqrt{\frac{\Delta_{E}}{\Delta}} \frac{1}{\frac{\Delta_{E}}{\Delta} + b^{2}} + \\ \frac{1}{\sqrt{q+a^{2}}} + \frac{1}{\sqrt{q+a^{2}}} +$$

$$+ (A/2 + B) \frac{1}{\sqrt{2(q-a^2)}} \ln \frac{\Delta_E/\Delta - \sqrt{2\Delta_E/\Delta} \sqrt{q-a^2} + q}{\Delta_E/\Delta + \sqrt{\frac{2\Delta_E}{\Delta}} \sqrt{q-a^2} + q} \right\}.$$
 (10)

Смысл введенных обозначений определен выше, в § 1, 2.

Вывод о ходе, качественно подобном однофотонным процессам, сделан на основании численного построения выражений (9)—(10). Таким образом, роль сильного поля при данном описании сводится к тому, что рассматриваемая система разбивается на две, в одной из которых имеет место инверсия, а в другой нет, и полная поляризуемость $\alpha^{(1)(2)}(\omega)$ складывается из алгебраической суммы этих поляризуемостей, причем поляризуемость инвертированной системы входит с множителем 2.

Роль инвертированной части тем больше, чем больше зона инверсии. И если бы удалось получить инверсию во всей зоне, то $\alpha^{(1)(2)}$ изменила бы знак на обратный.

Таким образом, в данной работе подробно исследована дисперсия полупроводников в зависимости от величины внешнего электромагнитного поля и параметров самого полупроводника. Поглощение полупроводников подробно исследовалось ранее [3]. Знание полного вектора поляризации, состоящего из поглощения и дисперсии, позволяет найти условия самовозбуждения полупроводникового лазера с оптической накачкой и определить стационарную амплитуду генерации.

В заключение автор благодарит Ю. Л. Климонтовича за постоянный интерес к работе. Автор благодарен также Г. С. Самохину за по-

мощь в проведении численных расчетов на цвм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Frank, Stern. Phys. Rev., 133A, 1653, 1966.

- 2. Келдыш Л. В. Сборник трудов II Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике (в печати).
- 3. Климонтович Ю. Л., Погорелова Э. В. ЖЭТФ, 50, 605, 1966; ЖЭТФ, 51, 1722, 1966.

4. Brounstein R., Ockman N. Phys. Rev., 134A, 499, 1964. 5. London R. Proc. Phys. Soc., 80, 952, 1963. 6. Бункин Ф. В. ЖЭТФ, 50, 1685, 1966. 7. Басов Н. Г., Грасюк А. З., Зубарев З. Г., Катулин В. А., Кро-хин О. Н. ЖЭТФ, 50, 551, 1966.

Поступила в редакцию 1. 2. 1967 r.

Кафедра общей физики для мехмата