Becathuk

# МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

~~?»========

№ 1 — 1968



УДК 539.293:537.226.2

### Э. В. ПОГОРЕЛОВА

## ВРЕМЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрено влияние сильного электромагнитного поля на временную дисперсию полупроводника. Под действием внешнего поля в последнем возникает для некоторой  $\Delta + \Delta E$ состояние с отрицательной температурой. Однако в области частот (  $\omega <$ ħ отличие от поглощения, где внешние поля усиливаются, если их частоты попадают  $\Delta + \Delta E$  $\omega >$ в область отрицательной температуры, а для частот имеет место ħ обычное поглощение, вклад этих двух областей в дисперсию не столь однозначен. Неизменно одно — максимум дисперсии все время следует за краем полосы погло-щения. Показано, что частотная зависимость и зависимость от внешнего поля дисперсии для двухфотонных процессов аналогична таковой же для однофотонных процессов.

В принятой в радиофизике терминологии отклик системы на внешнее поле состоит из двух частей. Отклик системы, совпадающий по фазе с внешним полем, называется поглощением, а сдвинутый на  $\frac{\pi}{2}$  — дисперсией. На языке поляризуемостей это означает, что мы имеем дело либо с действительной частью поляризуемости, либо с мнимой. Вос-

пользуемся этой терминологией и будем называть действительную часть поляризуемости полупроводника дисперсией. В настоящей работе рассматривается влияние сильного электро-

магнитного поля на дисперсионные свойства полупроводника. Причем накачка осуществляется лазером с частотой ω<sub>1</sub>, большей частоты оптического перехода в полупроводниках, а отклик системы рассматривается на текущей частоте ω.

Использование матрицы плотности для расчета вектора поляризации системы позволяет единым образом описать однофотонные и двухфотонные процессы.

## § 1. Однофотонные процессы

В качестве исходной модели для однофотонных процессов используется двухзонная модель полупроводника при T=0°K. Рассмотрен вклад только междузонных переходов. Форма зон принята сферической. Обычное квантовомеханическое выражение для действительной части поляризуемости полупроводника с учетом двух зон имеет вид [1, 2]

$$\alpha^{(1)} = \frac{2e^{2n}}{m_0^2} \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi\hbar)^3} \left[ \frac{\vec{P}_{vc} \vec{P}_{cv}}{[\epsilon_c (\vec{p}) - \epsilon_v (\vec{p})]^2 [\epsilon_c (\vec{p}) - \epsilon_v (\vec{p}) - \hbar\omega]} + \frac{\vec{P}_{vc} \vec{P}_{cv}}{[\epsilon_c (\vec{p}) - \epsilon_v (\vec{p})]^2 [\epsilon_c (\vec{p}) - \epsilon_v (\vec{p}) + \hbar\omega]} \right]$$
(1)

или после интегрирования

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{e^{2n}}{6\pi\hbar\sqrt{\Delta/m_{0}}} \left(\frac{m^{*}}{m_{0}}\right)^{3/2} \left(\frac{\Delta}{\hbar\omega}\right)^{2} \times \frac{|P_{vc}|^{2}}{m_{0}\Delta} \left[2 - \sqrt{1 + \frac{\hbar\omega}{\Delta}} - \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega}{\Delta}}\right].$$
(2)

Здесь  $\Delta$  — ширина запрещенной зоны,  $m^* = \frac{m_c m_v}{m_c + m_o}$  — приведенная масса электрона и дырки,  $P_{vc}$  — матричный элемент квазиимпульса, v и c — индексы валентной зоны и зоны проводимости соответственно. Выражение для  $\alpha_{(\omega)}^{(1)}$ , получающееся из решения уравнения для матрицы плотности, отличается от (1) наличием времени релаксации поляризации  $\tau_2$  [3, 4] и имеет следующий вид

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{n}{6\pi} \frac{e^2}{\hbar (\Delta/m_0)^{1/2}} \left(\frac{m^*}{m_0}\right)^{3/2} \left(\frac{\Delta}{\hbar \omega}\right)^2 \frac{|P_{v_c}|^2}{m_0 \Delta} \times \left[2 - \sqrt{1 + \frac{\hbar \omega}{\Delta}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\left(1 - \frac{\hbar \omega}{\Delta}\right)^2 + \frac{\hbar^2}{\tau^2 \Delta^2}} + \left(1 - \frac{\hbar \omega}{\Delta}\right)\right]\right]^{1/2}.$$
(3)

Результаты данной работы отличаются от выражений (3—1, 3—2) [4] тем, что здесь использована связь между матричными элементами не в виде

$$\vec{r}_{vc} = i \frac{\vec{P}_{vc}}{m\omega}$$
, а в виде  $\vec{r}_{vc} = i \frac{\vec{P}_{vc}}{m\omega_{vc}}$ 

где  $\omega_{vc} = \frac{\varepsilon_v(\vec{p}) - \varepsilon_c(\vec{p})}{\hbar} \equiv \frac{\varepsilon_{vc}(\vec{p})}{\hbar}$ , что является при вычислении дисперсии более правильным.

При выводе (3) учитывался вклад  $\tau_2$  только в области, близкой к резонансу, т. е. там, где величина  $1 - \frac{\hbar\omega}{\Delta}$  сравнима с  $\tau_2$ . Нетрудно видеть, что при  $\frac{\hbar}{\tau_2} \rightarrow 0$  (3) переходит в (2). Из сравнения (2) и (3) видна роль  $\tau_2$ . С учетом  $\tau_2$  резонанса  $\alpha_{(\omega)}^{(1)}$  как бы смазывается. Величина максимума резонансной кривой уменьшается и сам максимум смещается в сторону более высоких энергий. Если считать, что  $\tau_2$  порядка времени электрон-электронных соударений, т. е.  $\tau_2 = 10^{-13} \, ce\kappa$ , то максимум смещается примерно на 1% от своего положения при  $\tau_2 = \infty$ , а величина максимума уменьшается в 1,2 раза. Однако учет  $\tau_2$  особенно существен в сильных электромагнитных полях, поскольку в методе,

использующем уравнение для матрицы плотности, без т<sub>2</sub> учесть насыщение нельзя.

При выводе (1) считалось, что энергия и квазиимпульс электрона в зоне связаны соотношением  $\varepsilon p = p^2/_{2m}$ . На самом деле этот закон дисперсии справедлив только вблизи максимума или минимума энергии в зоне. Зависимость  $\varepsilon$  от p в произвольной точке зоны имеет очень сложный вид. Однако для любого максимума (минимума), куда разрешены прямые переходы, выражение (3) справедливо. В действительности  $\alpha_{(\omega)}^{(1)}$  имеет другой вид. Прежде чем начнется спад  $\alpha_{(\omega)}^{(1)}$  после резонанса за счет одного минимума в зоне проводимости, включается второй и т. д., поэтому после того, как энергия становится больше необходимой для забрасывания в первый минимум, кривая дисперсии продолжает расти и пик на дисперсионной кривой, как правило, соответствует положению второго минимума в зоне проводимости.

Это связано с тем, что величина  $\alpha^{(1)}$  пропорциональна  $(m)^{*3/2}$ , а около второго минимума эффективная масса почти на порядок больше, чем около первого. Все сказанное относится к случаю слабых внешних полей.

Действие сильного электромагнитного поля частоты  $\omega_1$  сводится к заполнению электронами дна зоны проводимости и опустошению потолка валентной зоны, возникает частичная инверсия разности населенностей. Известно, что поляризуемость полностью инвертированной системы меняет знак на обратный по сравнению с неинвертированной. Однако в полупроводниках добиться состояния инверсии по всей зоне невозможно и это накладывает свой отпечаток на поведение  $\alpha^{(1)}(\omega)$ .

Как было показано в работе [3], инверсия возникает в некоторой полосе  $\Delta_E$ , зависящей от величины и частоты поля накачки.

$$\Delta_{E} = \left(\frac{3}{8}\right)^{2/3} R^{4/3} \left\{ \frac{1}{p} \ln \frac{(\hbar\omega_{1} - \Delta) - p\sqrt{\hbar\omega_{1} - \Delta} + q}{(\hbar\omega_{1} - \Delta) + p\sqrt{\hbar\omega_{1} - \Delta} + q} + \frac{1}{\sqrt{q - p^{2}/4}} \left( \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\hbar\omega_{1} - \Delta} - p/2}{\sqrt{q - p^{2}/4}} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\hbar\omega_{1} - \Delta} + p/2}{\sqrt{q - p^{2}/4}} \right) \right\}^{2/3},$$
rge  $q = \sqrt{(\hbar\omega_{1} - \Delta)^{2} + \hbar^{2}/\tau_{2}^{2} + R^{2}}, \ p = \sqrt{2} \sqrt{q} + (\hbar\omega_{1} - \Delta),$ 

а  $R^2 = rac{ au_1}{ au_2} rac{e^2 (P_{vc})^2 E^2}{9\Delta^2 m_0^2}$  параметр насыщения.

Максимальное значение  $\Delta_E$  равно  $\hbar\omega_1 - \Delta$  и достигается в очень сильных полях, т. е. когда значение  $R \gg \hbar/\tau_5$  и  $\hbar\omega_1 - \Delta$ . Таким образом, за счет действия сильного электромагнитного поля частоты  $\omega_1 > \Delta/\hbar$  функция распределения электронов в зоне проводимости имеет два значения (по-прежнему считается, что  $T = 0^{\circ}$ K).  $f_c(\varepsilon) = 1$  для  $\varepsilon$  от 0 до  $\Delta_E$ ,  $f_c(\varepsilon) = 0$  для  $\varepsilon > \Delta_E$ .

В соответствии с таким распределением электронов  $\alpha^{(1)}(\omega)$  в сильном поле имеет следующий вид:

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{n}{6\pi} \frac{e^2}{\hbar \sqrt{\Delta/m_0}} \left(\frac{m^*}{m_0}\right)^{3/2} \left(\frac{\Delta}{\hbar \omega}\right)^2 \frac{|P_{vc}|^2}{m_0 \Delta} \times \left\{2 - \sqrt{1 + \frac{\hbar \omega}{\Delta}} - \frac{1}{\sqrt{-2}} \sqrt{q + \left(1 - \frac{\hbar \omega}{\Delta}\right)} - \frac{4}{\pi} \left[2 \operatorname{arctg} \left(\Delta_E/\Delta\right)^{1/2} - \frac{4}{\sqrt{-2}}\right]^2} \right\}$$

62

$$-\sqrt{1+\hbar\omega/\Delta} \operatorname{arctg} \left(\Delta_E/\Delta+\hbar\omega\right)^{1/2} - \frac{\sqrt{q+(\Delta-\hbar\omega)}}{2\sqrt{2\Delta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_E+p/2}}{\sqrt{q-p^2/4}} + \frac{1}{\sqrt{2\Delta}} + \frac{1}{\sqrt{2\Delta$$

$$+ \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_E} - p/2}{\sqrt{q - p^2/4}} - \frac{\sqrt{q - (\Delta - \hbar\omega)}}{2 \cdot 2\sqrt{2\Delta}} \ln \frac{\Delta_E + p\sqrt{\Delta_E} + q}{\Delta_E - p\sqrt{\Delta_E} + q} \bigg\}.$$
(4)

При  $\Delta_E = 0$  (4) переходит в (3), а при  $\Delta_E \rightarrow \infty$  в (3), но с обратным знаком.

Ход кривой дисперсии, описываемый выражением (8), изображен на рис. 1 для разных значений параметра  $\chi = \Delta_E / \Delta$ . Роль  $\Delta_E$  состоит в том, что для малых значений  $\chi$  максимум резонансной кривой увеличивается и сдвигается в сторону более высоких энергий. При дальнейшем увеличении  $\chi$  появляется отрицательный минимум около  $\hbar\omega \approx \Delta$ , тем бо́льший, чем больше параметр  $\chi$ . Максимум по-прежнему соответствует значению  $\hbar\omega = \Delta + \Delta_E$ . Таким образом, максимум резонансной кривой все время соответствует границе

кривой все время соответствует границе свободной зоны проводимости. Если вспомнить поведение коэффициента поглощения полупроводника в сильном поле [3], то оказывается, что максимум кривой дисперсии все время следует за краем полосы поглощения.

### § 2. Двухфотонные процессы

Если на полупроводник действует сильное электромагнитное поле на частоте  $\omega_1 \approx \Delta/2\hbar$ , то возможен переброс электронов из валентной зоны в зону проводимости в результате одновременного поглощения двух квантов поля, сумма энергий которых больше ширины запрещенной зоны. Это так называемое двухфотонное поглощение. Если опять воспользоваться уравнением для матрицы плот-



Рис. 1. Зависимость дисперсни полупроводника для однофотопных процессов от частоты и внешнего поля.  $1 - \chi = 0$ ,  $\tau = \infty$ ,  $Ia - \chi = 0$ ,  $\tau_2$  конечно;  $2 - \chi = 0$ ,1 и  $3 - \chi = 1$ 

ности, то можно получить выражение для вектора поляризации, связанное с этим процессом. По-прежнему будем считать, что мнимая часть поляризуемости описывает поглощение, а действительная дает вклад в  $\alpha^{(2)}(\omega)$ .

Двухфотонным поглощением в полупроводниках занимались ранее [4—5, 7]. В работе [2] получено общее выражение для  $\vec{P}^{(3)}(\omega)$ . Как частный случай, оттуда можно получить выражение для поляризации, ответственной за двухфотонный процесс указанного типа.

В данной работе получено значение для  $P^{(3)}(\omega + \omega - \omega)$  с учетом релаксации недиагональных элементов матрицы плотности и с учетом сильного электромагнитного поля, способного создать насыщение. Как уже было показано ранее [4, 5], для описания двухфотонных процессов нельзя ограничиться двумя зонами, если не учитывать внутризонные переходы, т. е. взаимодействие электронов с фононами. В данной работе учтена еще одна зона проводимости, т. е. рассмотрена модель, состоящая из одной валентной зоны (индекс 1) и двух зон проводимости (индексы 2, 3). Ширина запрещенной зоны обозначена через  $\Delta$ , а расстояние от валентной зоны до второй зоны проводимости через  $\Delta_{13}$ . В работе Ф. В. Бункина [6], было показано, что в оптике для двухфотонных процессов выбор формы гамильтониана взаимодействия становится существенным, если взят всего один промежуточный уровень (зона). В частности, для трехуровневой (зонной) модели гамильтониан взаимодействия надо брать в виде  $\hat{H}_{int} = e\vec{r}\vec{E}$ , а не через вектор-потенциал  $\hat{H}_{int} = \frac{1}{c}\vec{A}\vec{j}$ . В этом случае, в выражение для  $\alpha^{(2)}_{(\omega)}$  входят матричные элементы радиуса-вектора и выражение для  $\alpha^{(2)}_{(\omega)}$  имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha_{(\omega)}^{(2)} &= \frac{e^{4}n}{4} \int \frac{2d^{3}\vec{p}}{(2\pi\hbar)^{3}} |\vec{r}_{13}r_{23}|^{2} \left\{ \frac{\varepsilon_{2}(\vec{p}) - \varepsilon_{1}(\vec{p}) - 2\hbar\omega}{[\varepsilon_{2}(\vec{p}) - \varepsilon_{1}(\vec{p}) - 2\hbar\omega]^{2} + \hbar^{2}/\tau_{2}^{2}} \frac{1}{[\varepsilon_{3}(\vec{p}) - \varepsilon_{1}(\vec{p}) - \hbar\omega]^{2}} + \frac{\varepsilon_{2}(\vec{p}) - \varepsilon_{1}(\vec{p}) + 2\hbar\omega}{[\varepsilon_{2}(\vec{p}) - \varepsilon_{1}(\vec{p}) + 2\hbar\omega]^{2} + \hbar^{2}/\tau_{2}^{2}} \frac{1}{[\varepsilon_{3}(\vec{p}) - \varepsilon_{1}(\vec{p}) + \hbar\omega]^{2}} \right\}. \end{aligned}$$
(5)

Матричные элементы вблизи краев зон слабо зависят от  $\vec{p}$ , поэтому их можно вынести из-под знака интеграла, считая постоянными. Структура оставшегося выражения отличается от таковой для однофотонных процессов наличием множителя  $\frac{1}{[\epsilon_3(\vec{p})-\epsilon_1(\vec{p})\pm\hbar\omega]^2}$ .

После интегрирования (5) имеем

$$\alpha^{(2)}(\omega) = \frac{e^{4n} |r_{13}r_{23}|^2}{18\hbar^3 \pi} \frac{\mu^2 m}{(2\Delta m)^{3/2}} [\varphi(\omega) + \varphi(-\omega)],$$

где

$$\varphi(\omega) = A/2b - \frac{b}{q}D + (B - A/2)\frac{1}{\sqrt{q - p^2/4}}.$$
(6)

Здесь

$$A = \frac{a^2b^4 - q^2\left(2b^2 - a^2\right)}{\left[\left(a^2 - b^2\right)^2 + \delta\right]^2}, \quad B = \frac{q\left[\delta - (a^2 - b^2)^2\right]}{2\left[\delta + (a^2 - b^2)^2\right]^2}.$$
 (7)

Введены следующие безразмерные обозначения  $a^2 = 1 - 2\hbar\omega/\Delta$ .

$$b^{2} = \frac{\mu}{m} \left( \frac{\Delta_{13}}{\Delta} - \frac{\hbar\omega}{\Delta} \right),$$

$$q^{2} = (1 - 2\hbar\omega/\Delta)^{2} + \delta, \quad p = \sqrt{2} \sqrt{q} - a^{2},$$

$$\delta = \frac{\hbar^{2}}{\tau_{2}^{2}\Delta^{2}}, \quad \mu = \frac{m_{1}m_{3}}{m_{1} + m_{3}}, \quad m = \frac{m_{1}m_{2}}{m_{1} + m_{2}}.$$
(8)

Если везде в (6) перейти к пределу при  $\delta \to 0$ , то оставшееся выражение имеет довольно простой вид

$$\alpha^{(2)} = \frac{e^{4n} |r_{13}r_{23}|^2}{18\pi\hbar^3} \frac{\mu^2 m}{(2\Delta m)^{3/2}} \left[ \left( \frac{\mu}{m} (\Delta_{13}/\Delta - \hbar\omega/\Delta) \right)^{-1/2} \left( \sqrt{1 - \frac{2\hbar\omega}{\Delta}} + \sqrt{\frac{\mu}{m} \left( \frac{\Delta_{13}}{\Delta} - \frac{\hbar\omega}{\Delta} \right)} \right)^{-2} + \left( \frac{\mu}{m} \left( \frac{\Delta_{13}}{\Delta} + \frac{\hbar\omega}{\Delta} \right) \right)^{-1/2} \times \left( \sqrt{1 + \frac{2\hbar\omega}{\Delta}} + \sqrt{\frac{\mu}{m} \left( \frac{\Delta_{13}}{\Delta} + \frac{\hbar\omega}{\Delta} \right)} \right)^{-2} \right].$$
(9)

64

Хотя по внешнему виду выражение (6) — (8) отличается от  $\alpha^{(1)}(\omega)$  для однофотонных процессов без  $\Delta_E$  ((2) — (3)), частотный ход  $\alpha^{(1)}(\omega)$  и  $\alpha^{(2)}(\omega)$  подобны. Максимум дисперсии лежит на частоте  $\hbar\omega \approx \Delta/2$  (для однофотонных процессов на частоте  $\hbar\omega \approx \Delta$ ). На частоте  $\hbar\omega \approx \Delta_{13} \alpha^{(2)}(\omega)$  имеет интервал полюс. Роль параметра  $\Delta_{13}/\Delta$  заключается прежде всего в том, что с ростом  $\Delta_{13}/\Delta$  уменьшается абсолютная величина  $\alpha^{(2)}(\omega)$  и резонанс очень сильно сглаживается. Так, увеличение  $\frac{\Delta_{13}}{\Delta}$  в 5 раз (от 2 до 10) приводит к умень-

шению  $\alpha^{(2)}(\omega)$  в 6 раз, т. е. для больших  $\frac{\Delta_{13}}{\Lambda}$  выполняется закон  $\alpha^{(2)}(\omega)$  ~

 $\sim \frac{1}{(\Delta_{13}/\Delta)^{3/2}}$ , а сама двухфотонная поляризуемость для  $\frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10$  в интересующей нас области частот  $\hbar \omega \approx \Delta$  меняется лишь в третьем знаке после запятой, т. е. почти постоянна. Таким образом,  $\Delta_{13}$  для двухфотонных процессов играет ту же роль, что  $\Delta$  для однофотонных.

Влияние параметра  $\gamma = \mu/m$ , где  $\mu$  приведенная масса электронов первой и третьей зоны, а m — приведенная масса электронов первой и второй зоны, сказывается на величине  $\alpha^{(2)}(\omega)$ . Грубо  $\alpha^{(2)}(\omega)$  пропорциональна  $\gamma^{1/2}$ . Чем  $\gamma$  больше, тем больше величина резонансного пика. Частотный ход  $\alpha^{(2)}(\omega)$ показан на рис. 2.

На рис. 2 показана роль  $\tau_2$ . Как и в случае однофотонных процессов при учете  $\tau_2$  происходит сглаживание резонансного пика, уменьшение величины резонансного максимума и сдвиг последнего в сторону больших энергий.

О роли сильного поля опять-таки можно повторить то же самое, что уже сказано в § 1 по поводу однофотонных процессов. Ограничимся только приведением соответствующего выражения



Рис. 2. Зависимость дисперсии полупроводника от частоты, внешнего поля и собственных параметров полупроводника при двухфотонных процессах. Кривые  $1 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 2, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0, \tau_2 = \infty;$  $1a - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 2, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0, \tau_2 = \infty;$  $1a - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 2, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0, \tau_2 \text{ конечно};$  $1a - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 2, \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0, \tau_2 \text{ конечно};$  $1a - \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0; 3 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10, \tau_2 \text{ конечно},$  $1a - \frac{\Delta_E}{\Delta} = 0; 3 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10, \tau_2 \text{ конечно},$  $1a - \frac{\Delta_E}{\Delta} = 1; 4 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10, \tau_2 \text{ конечно},$  $1a - \frac{\Delta_E}{\Delta} = 1; 4 - \frac{\Delta_{13}}{\Delta} = 10, \tau_2 \text{ конечно},$ 

$$\alpha^{(2)}(\omega) = \frac{e^{4n} (r_{13}r_{23})^2}{9\pi^2\hbar^3} \frac{\mu^2 m}{(2\Delta m)^{3/2}} [f(\omega) + f(-\omega)].$$

$$\begin{split} f(\omega) &= \frac{\pi}{2} \left[ \frac{A}{2b} - \frac{b}{q} B + \left( B - \frac{A}{2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{q+a^2}} \right] - 2 \left\{ \left( \frac{A}{2b} - \frac{b}{q} B \right) \times \right. \\ &\times \left. \arctan \frac{1}{b} \sqrt{\frac{\Delta_E}{\Delta}} + \frac{1}{\sqrt{2(q+a^2)}} \left( B - \frac{A}{2} \right) \left( \arctan \frac{\sqrt{2\frac{\Delta_E}{\Delta}} + \sqrt{q-a^2}}{\sqrt{q+a^2}} + \right. \\ &+ \left. \arctan \frac{\sqrt{2\frac{\Delta_E}{\Delta}} - \sqrt{q-a^2}}{\sqrt{q+a^2}} \right) - \left( \frac{A}{2b} + \frac{b}{q} B \right) b \sqrt{\frac{\Delta_E}{\Delta}} \frac{1}{\frac{\Delta_E}{\Delta} + b^2} + \right. \end{split}$$

5 ВМУ, № 1, физика, астрономия

$$+ (A/2 + B) \frac{1}{\sqrt{2(q-a^2)}} \ln \frac{\Delta_E/\Delta - \sqrt{2\Delta_E/\Delta}\sqrt{q-a^2} + q}{\Delta_E/\Delta + \sqrt{\frac{2\Delta_E}{\Delta}}\sqrt{q-a^2} + q} \bigg\}.$$
(10)

Смысл введенных обозначений определен выше, в § 1, 2.

Вывод о ходе, качественно подобном однофотонным процессам, сделан на основании численного построения выражений (9)-(10). Таким образом, роль сильного поля при данном описании сводится к тому, что рассматриваемая система разбивается на две, в одной из которых имеет место инверсия, а в другой нет, и полная поляризуемость  $\alpha^{(1)(2)}(\omega)$  складывается из алгебраической суммы этих поляризуемостей, причем поляризуемость инвертированной системы входит с множителем 2.

Роль инвертированной части тем больше, чем больше зона инверсии. И если бы удалось получить инверсию во всей зоне, то  $\alpha^{(1)(2)}$  изменила бы знак на обратный.

Таким образом, в данной работе подробно исследована дисперсия полупроводников в зависимости от величины внешнего электромагнитного поля и параметров самого полупроводника. Поглощение полупроводников подробно исследовалось ранее [3]. Знание полного вектора поляризации, состоящего из поглощения и дисперсии, позволяет найти условия самовозбуждения полупроводникового лазера с оптической накачкой и определить стационарную амплитуду генерации.

-В. заключение автор благодарит Ю. Л. Климонтовича за постоянный интерес к работе. Автор благодарен также Г. С. Самохину за помощь в проведении численных расчетов на цвм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Frank, Stern. Phys. Rev., 133A, 1653, 1966.

- 2. Келдыш Л. В. Сборник трудов II Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике (в печати).
- 3. Климонтович Ю. Л., Погорелова Э. В. ЖЭТФ, 50, 605, 1966; ЖЭТФ, 51, 1722, 1966.

- 1722, 1900.
   Brounstein R., Ockman N. Phys. Rev., 134A, 499, 1964.
   London R. Proc. Phys. Soc., 80, 952, 1963.
   Бункин Ф. В. ЖЭТФ, 50, 1685, 1966.
   Басов Н. Г., Грасюк А. З., Зубарев З. Г., Катулин В. А., Кро-хин О. Н. ЖЭТФ, 50, 551, 1966.

#### Поступила в редакцию 1. 2. 1967 r.

Кафедра общей физики для мехмата