Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 1 — 1968

УДК 530.145.1

А. Х. БАСЬЮНИ

К ТЕОРИИ СЛИЯНИЯ УРАВНЕНИЙ ТИПА БАРГМАНА—ВИГНЕРА

Уравнения Баргмана — Вигнера (БВ), как известно, нельзя получить из простого лагранжиана. В работе построена функция Лагранжа без введения дополнительных полей для уравнений, распадающихся на три системы уравнений. Последние соответствуют спинам $^3/_2$, $^1/_2$, $^1/_2$. Построена также функция Лагранжа, приводящая к уравнению слияния, распадающемуся на уравнения только для спинов $^3/_2$, $^1/_2$ в соответствии с разложением $\widetilde{U}$ (12). Кроме того, на основе уравнения Пайса получены уравнения типа БВ с учетом изоспинов.

Развивается идея слияния кварков в рамках группы $\widetilde{U}$ (12). Строится функция Лагранжа для уравнений, распадающихся на три системы уравнения БВ, которые соответствуют спинам $^3/_2$, $^1/_2$, $^1/_2$, как и в случае уравнения слияния типа $\widetilde{U}$ (12). При этом, не вводя дополнительных полей, используем поля, соответствующие тривиальным представлениям в разложении $\widetilde{U}$ (12). Строится также функция Лагранжа, приводящая к уравнению только для спинов $^3/_2$ и $^1/_2$. Кроме того, исходя из уравнения Пайса, получим уравнение типа Баргмана—Вигнера с учетом изоспинов.

Введение

Как известно, уравнение Баргмана—Вигнера в последнее время привлекает большое внимание. Это связано с тем, что уравнение БВ описывает частицы с заданным спином, заданной массой и заданным числом компонентов, соответствующим требованиям $\widetilde{U}$ (12) инвариантной теории, которая в ряде отношений удачно обобщает общепризнанную симметрию $SU(3)$. Для уравнения БВ нельзя построить простой лагранжиан. Однако можно развить идеи Паули—Фирца, и путем введения дополнительных полей построить общий лагранжиан для всех этих полей, как это и делали Гуральник, Киббл в случае спина $S={}^3/_2$ и $S={}^1/_2$. Однако существует возможность построения лагранжиана без введения дополнительных полей. В частности, при разложении $\widetilde{U}$ (12) по неприводимым представлениям появляются тривиальные представления, и поля, соответствующие тривиальным представлениям, могут играть роль дополнительных полей. Фундаментальному представлению

U (12) соответствует двенадцатикомпонентная функция, описывающая кварки. Бозоны в такой модели описываются состоянием кварк-антикварк, барионы — состоянием трех кварков.

Относительно группы $\widetilde{U}$ (12) соответствующие представления разлагаются на неприводимые: $12\times 12=1+143$ и $12\times 12\times 12=220+364+$ $+572+572$, при этом предполагается, что бозоны описываются представлением 143, а барионы — 364. Эти представления разлагаются относительно $\widetilde{U}(3)L_4$ на $144=(9\times 5)+(9\times 10)+(9\times 1)$ и $364=(10\times 20)+$ $+(8\times 20)+(1\times 4)$, где L_4 группа Лоренца. Первое число указывает на размерность $\widetilde{U}$ (3) и дает число частиц в мультиплете, второе число связано с группой Лоренца.

Таким образом, с точки зрения теории влияния уравнение слияния, которое инвариантно относительно $\widetilde{U}(3)L_4$, распадается на мультиплеты: 9 бозонов со спином нуль, описываемых волновой функцией пяти компонентов, + 9 бозонов со спином 1, описываемые волновой функцией десяти компонентов. Представление (9×1) является тривиальным представлением, и соответствующая функция должна тождественно равняться нулю. Уравнение слияния для барионов распадается на декуплет — 10 частиц со спином $^3/_2$, описываемых 20-компонентной волновой функцией, октет — 8 частиц со спином $^1/_2$, описываемых 20-компонентной волновой функцией. Представление (1,4) является тривиальным и соответствующая волновая функция должна обращаться в нуль.

Уравнение слияния в обычном пространстве

Рассмотрим сначала уравнение БВ без унитарных групп, инвариантное относительно L_4. Уравнение БВ для спинов $^1/_2$ и $^3/_2$ имеет вид

$$(\gamma p)_1\Psi=m\Psi,\ (\gamma p)_2\Psi=m\Psi,\ (\gamma p)_3\Psi=m\Psi, \tag{1}$$

где

$$(\gamma p)_1=(\gamma p)\cdot I\cdot I,\ (\gamma p)_2=\Gamma\cdot(\gamma p)\cdot I,$$

$$(\gamma p)_3=I\cdot\Gamma\cdot(\gamma p),\ \text{а}\ (\gamma p)_1=\gamma_\mu p_\mu$$

дает описание спина $S={}^3/_2$, если $\Psi_{\alpha\beta\gamma}$ симметрично по всем индексам, и спина $S={}^1/_2$, если $\Psi_{\alpha\beta\gamma}$ имеет симметрию [2, 1], т. е.

$$\Psi_{\alpha\beta\gamma}+\Psi_{\beta\gamma\alpha}+\Psi_{\gamma\alpha\beta}=0\ \text{и}\ \Psi_{\alpha\beta\gamma}=-\Psi_{\beta\alpha\gamma}.$$

Однако, согласно теории слияния, если рассмотреть $\Psi_{\alpha\beta\gamma}$ как функцию, преобразующуюся по прямому произведению трех спинорных представлений, т. е. если рассмотреть уравнение (1) как уравнение слияния, тогда Ψ можно разложить:

$$\Psi=D+M+N+V, \tag{2}$$

где D — полностью симметричная функция, M — имеет симметрию [2, 1] и симметрична относительно первых двух индексов, т. е. $M_{\alpha\beta\gamma}=M_{\beta\alpha\gamma}$ и $M_{\alpha\beta\gamma}+M_{\beta\gamma\alpha}+M_{\gamma\alpha\beta}=0$; N — имеет симметрию [2, 1] и антисимметрична относительно первых двух индексов; V — полностью антисимметричная функция.

Если (2) подставить в (1), то получаем следующие системы уравнений:

$$mD=\frac{1}{3}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2+(\gamma p)_3]\,D+\frac{1}{12}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3]\,M+$$

$$+\frac{1}{12}[(\gamma p)_2-(\gamma p)_1]\,M'+\frac{1}{4}[(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,N+$$

$$+\frac{1}{12}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3]\,N'. \tag{3}$$

$$mM=\frac{1}{6}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3]\,D+\frac{1}{12}[5(\gamma p)_1+5(\gamma p)_2+2(\gamma p)_3]\,M+$$

$$+\frac{1}{12}[(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,M'+\frac{1}{12}[3(\gamma p)_1-3(\gamma p)_2]\,N+$$

$$+\frac{1}{12}[2(\gamma p)_3-(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,N'. \tag{4}$$

$$mD=\frac{1}{3}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2+(\gamma p)_3]\,D+\frac{1}{12}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3]\,M+$$

$$+\frac{1}{12}[(\gamma p)_2-(\gamma p)_1]\,M'+\frac{1}{4}[(\gamma p)_2-(\gamma p)_1]\,N+$$

$$+\frac{1}{12}[2(\gamma p)_3-(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,N'. \tag{5}$$

$$mM=\frac{1}{6}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3]\,D+\frac{1}{12}[5(\gamma p)_1+5(\gamma p)_2+2(\gamma p)_3]\,M+$$

$$+\frac{1}{12}[(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,M'+\frac{1}{4}[(\gamma p)_2-(\gamma p)_1]\,N+$$

$$+\frac{1}{12}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3]\,N'. \tag{6}$$

$$mD=\frac{1}{3}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2+(\gamma p)_3]\,D+\frac{1}{6}[2(\gamma p)_3-(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,M+$$

$$+\frac{1}{6}[(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,M'. \tag{7}$$

$$mM=\frac{1}{3}[2(\gamma p)_3-(\gamma p)_1-(\gamma p)_2]\,D+\frac{1}{3}\Big[2(\gamma p)_3+\frac{1}{2}(\gamma p)_1+$$

$$+\frac{1}{2}(\gamma p)_2\Big]M+\frac{1}{6}[(\gamma p)_2-(\gamma p)_1]\,M', \tag{8}$$

где $M'_{\alpha\beta\gamma}=M_{\beta\gamma\alpha}-M_{\gamma\alpha\beta}$, $N'_{\alpha\beta\gamma}=N_{\beta\gamma\alpha}-N_{\gamma\alpha\beta}$; аналогичные уравнения для V, N получаются при замене $D\to V$, $M\leftrightarrow N$.

Отсюда можно получить

$$(\gamma p)_1 D=(\gamma p)_2 D=(\gamma p)_3 D=mD, \tag{9}$$

$$(\gamma p)_1 M=(\gamma p)_2 M=(\gamma p)_3 M=mM, \tag{10}$$

$$(\gamma p)_1 N=(\gamma p)_2 N=(\gamma p)_3 N=mN, \tag{11}$$

$$(\gamma p)_1 V=(\gamma p)_2 V=(\gamma p)_3 V=mV=0, \tag{12}$$

$V=0$, так как полностью антисимметрическая функция не может быть одновременно собственной функцией $(\gamma p)_1$, $(\gamma p)_2$ и $(\gamma p)_3$.

Уравнение (9) описывает спин $^3/_2$. Уравнения (10) и (11) описывают спин $S={}^1/_2$. Будем искать лагранжиан для уравнения слияния, распадающегося на системы уравнений (9), (10) и (11). Однако в таком случае отличаются от нуля 20+20+20=60 компонентов, в то время как при разложении $\tilde{U}$ (12) в представлении 364 отличаются от нуля всего 20+20=40 компонентов, т. е. 20 компонентов $M_{\alpha\beta\gamma}$ соответствующих спину $S=1/2$, являются лишними. В связи с этим возникает вторая задача перестроить уравнение слияния таким образом, чтобы для функции (2) оно давало отличающиеся от нуля только 20+20=40 компонентов, соответствующих спинам $S=3/2$ и $S=1/2$. И далее построить соответствующую этим уравнениям функцию Лагранжа.

Систему уравнений (1) можно заменить следующей системой:

$$\frac{1}{2}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2\right]\Psi=m\Psi, \qquad (13\text{а}) \qquad (\gamma p)_3\Psi=m\Psi. \qquad (13\text{б})$$

Заметим, что система уравнений (1) не эквивалентна $\frac{1}{3}[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2+(\gamma p)_3]\Psi=m\Psi$, так как Ψ не равно нулю и в случае, если $p^2=9m^2$, кроме $p^2=m^2$.

Для уравнения (13а) можно построить простой лагранжиан

$$L=\frac{1}{2}\bar{\Psi}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2\right]\Psi-m\bar{\Psi}\Psi. \qquad (14)$$

Уравнение (13б) мы рассмотрим как некоторое дополнительное условие к уравнению (13а) и в дальнейшем его заменим другим условием. Подставим в (13а) разложение вида (2), тогда получаем следующую систему уравнений:

$$mD=\frac{1}{3}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2+(\gamma p)_3\right]D+\frac{1}{12}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3\right]M+$$
$$+\frac{1}{12}\left[(\gamma p)_2-(\gamma p)_1\right]M', \qquad (15)$$

$$mM=\frac{1}{6}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3\right]D+\frac{1}{12}\left[5(\gamma p)_1+5(\gamma p)_2+2(\gamma p)_3\right]M+$$
$$+\frac{1}{12}\left[(\gamma p)_1-(\gamma p)_2\right]M', \qquad (16)$$

$$mV=\frac{1}{3}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2+(\gamma p)_3\right]V+\frac{1}{12}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3\right]N+$$
$$+\frac{1}{12}\left[(\gamma p)_2-(\gamma p)_1\right]N', \qquad (17)$$

$$mN=\frac{1}{6}\left[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2-2(\gamma p)_3\right]V+\frac{1}{12}\left[5(\gamma p)_1+5(\gamma p)_2+2(\gamma p)_3\right]N+$$
$$+\frac{1}{12}\left[(\gamma p)_1-(\gamma p)_2\right]N'. \qquad (18)$$

Система эта распадается на две пары уравнений относительно D, M и V, N. Если $M=0$ (19), то из (15), (16) получим (9), т. е. уравнение БВ для частиц со спином $3/2$. К тому же уравнению для D приходим, если положим

$$(\gamma p)_1 M=(\gamma p)_2 M=(\gamma p)_3 M=mM. \qquad (20)$$

Аналогично для второй пары, если положим $V=0$ (10) или эквивалентно ему

$$(\gamma p)_1 V = (\gamma p)_2 V = (\gamma p)_3 V = mV, \tag{21}$$

получим уравнение БВ для N.

Таким образом, уравнение (13а) с дополнительными условиями (19), (21) или (20), (21) вместо условия (13б) распадается на систему уравнений (9) и (11), т. е. уравнение БВ для спина $S={}^3/_2$, $S={}^1/_2$ соответственно. Однако эти условия можно включить в функцию Лагранжа без введения лишних дополнительных полей. Заметим, что систему уравнений (15), (16), (17) и (18) можно получить из лагранжиана (14) при вариации с дополнительными условиями, наложенными на симметрии функции. Лагранжиан можно написать:

$$L = L(D, M) + L(V, N),$$

$$L(D, M) = \frac{1}{3}\bar{D}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 + (\gamma p)_3] D + \frac{1}{12}\bar{D}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 - 2(\gamma p)_3] M +$$
$$+ \frac{1}{12}\bar{D}[(\gamma p)_2 - (\gamma p)_1] M' + \frac{1}{12}\bar{M}'[(\gamma p)_2 - (\gamma p)_1] D +$$
$$+ \frac{1}{12}\bar{M}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 - 2(\gamma p)_3] D + \frac{1}{12}\bar{M}[5(\gamma p)_1 + 5(\gamma p)_2 + 2(\gamma p)_3] M +$$
$$+ \frac{1}{12}\bar{M}[(\gamma p)_1 - (\gamma p)_2] M' - m\bar{D}D - m\bar{M}M. \tag{22}$$

$L(V, N)$ получается из $L(D, M)$ путем замены $D \to V$ $M \to N$, где вариация производится без дополнительных условий симметрии. Добавляя к $L(V, N)$ член $\frac{3}{2}m\bar{V}V$, мы получим систему уравнений, распадающихся на (12), т. е. $V=0$, и систему уравнений (11), т. е. уравнение БВ, описывающее частицу со спином ${}^1/_2$.

Эти уравнения похожи на уравнение, полученное Гуральником для частицы со спином ${}^1/_2$. Но при добавлении члена $3m\bar{M}M$ уравнения в D, M распадаются на системы (9) и системы уравнений (10) с массой — $2m$. Таким образом, лагранжиан для уравнения слияния, распадающегося на системы (9), (10), (11), будет

$$L = \frac{1}{2}\bar{\Psi}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2]\Psi - m\bar{\Psi}\Psi + \frac{3}{2}(\bar{V}V + 2\bar{M}M). \tag{23}$$

Построим функцию Лагранжа с учетом условий (19), добавляя к функции $L(D, M)$ член, зависящий только от M

$$3m\bar{M}M - \frac{1}{4}\bar{M}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 + 2(\gamma p)_3] M + \frac{1}{4}\bar{M}[(\gamma p)_2 - (\gamma p)_1] M',$$

откуда:

$$mD = \frac{1}{3}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 + (\gamma p)_3] D + \frac{1}{12}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 - 2(\gamma p)_3] M +$$
$$+ \frac{1}{12}[(\gamma p)_2 - (\gamma p)_1] M', \tag{24}$$

$$mM = -\frac{1}{12}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 - 2(\gamma p)_3] D - \frac{1}{12}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 - 2(\gamma p)_3] M +$$
$$+ \frac{1}{12}[(\gamma p)_1 - (\gamma p)_2] M'. \tag{25}$$

Из уравнения (24), (25) находим $M=0$ и систему уравнений (9). Лагранжиан для уравнения слияния, распадающегося на (9) и (11), можно написать в виде

$$L = L(D, M) + L(V, N) + \frac{3}{2} m\overline{V}V + 3m\overline{M}M -$$

$$- \frac{1}{4} \overline{M} [(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 + 2(\gamma p)_3] M + \frac{1}{4} \overline{M} [(\gamma p)_2 - (\gamma p)_1] M',$$

где вариация производится без дополнительных условий, наложенных на симметрию функций.

Уравнение слияния с учетом изоспина

Уравнение Пайса описывает частицу со спином $1/2$ и изоспином $1/2$. Волновая функция с двумя индексами $\Psi_{\alpha r}$ ($\alpha=1, 2, 3, 4$ — спиновой индекс, $r=1, 2$ — изоспиновой индекс) преобразуется как спинор в обычном пространстве и в изоспиновом пространстве. Уравнение для $\Psi_{\alpha r}$ инвариантно относительно группы Лоренца и группы $SU(2)$ и имеет вид

$$(\gamma p)_{\alpha\alpha'} \Psi_{\alpha' r} + \frac{1}{\Lambda} (\tau p')_{rr'} \Psi_{\alpha r'} = m\Psi_{\alpha r}, \tag{26}$$

p' — некоторый изотипический импульс.

Рассмотрим вопрос слияния в рамках этого уравнения. Будем разыскивать уравнения типа уравнения БВ для состояний с определенными спинами и изоспинами. Как в случае обычного спина будем исходить из уравнения

$$\frac{1}{2} [(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2] \Psi + \frac{1}{2\Lambda} [(\tau p')_1 + (\tau p')_2] \Psi = m\Psi, \tag{27}$$

где Ψ преобразуется как прямое произведение трех спиноров в обычном и изоспиновом пространстве. Это уравнение не распадается на систему уравнений, описывающих определенный спин и изоспин, однако не трудно написать дополнительные условия для распадения по аналогии со случаем в обычном пространстве. Как обычно, обозначим

$$(\gamma p)_1 = (\gamma p) \times I \times I \times I' \times I' \times I', \qquad (\gamma p)_2 = I \times (\gamma p) \times I \times I' \times I' \times I',$$

$$(\gamma p)_3 = I \times I \times (\gamma p) \times I' \times I' \times I', \qquad [(\tau p')_1 = I \times I \times I \times (\tau p') \times I' \times I',$$

$$(\tau p')_2 = I \times I \times I \times I' \times (\tau p') \times I', \qquad (\tau p')_3 = I \times I \times I \times I' \times I' \times (\tau p'),$$

Ψ имеет 3 индекса для обычного спина и 3 индекса для изоспина — $\Psi_{\alpha\beta\gamma, rst}$. Разложим Ψ сначала в обычном пространстве на ее неприводимые части:

$$\Psi = D + M + N + V; \tag{28}$$

после подстановки (28) в (27) для D и M получаем

$$mD = \frac{1}{3} [(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 + (\gamma p)_3] D + \frac{1}{12} [(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 - 2(\gamma p)_3] M +$$

$$+ \frac{1}{12} [(\gamma p)_2 - (\gamma p)_1] M' + \frac{1}{2\Lambda} [(\tau p')_1 + (\tau p')_2] D, \tag{29}$$

$$mM = \frac{1}{6} [(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2 - 2(\gamma p)_3] D + \frac{1}{12} [5(\gamma p)_1 + 5(\gamma p)_2 + 2(\gamma p)_3] M +$$

$$+ \frac{1}{12} [(\gamma p)_1 - (\gamma p)_2] M' + \frac{1}{2\Lambda} [(\tau p')_1 + (\tau p')_2] M \tag{30}$$

и аналогичные уравнения для V и N. Из (29), (30), если совершим замену $D \to V$ $M \to N$, получим лагранжиан, соответствующий этим уравнениям, который имеет вид

$$L = \frac{1}{2}(\overline{D}+\overline{M})[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2](D+M) + \frac{1}{2}(\overline{N}+\overline{V})[(\gamma p)_1+(\gamma p)_2](N+V) +$$

$$+\frac{1}{2}\overline{D}[(\tau p')_1+(\tau p')_2]D + \frac{1}{2}\overline{M}[(\tau p')_1+(\tau p')_2]M + \frac{1}{2}\overline{V}[(\tau p')_1+(\tau p')_2]V +$$

$$+\frac{1}{2}\overline{N}[(\tau p')_1+(\tau p')_2]N - m\overline{D}D - m\overline{M}M - m\overline{N}N - m\overline{V}V.$$

При условиях $M=0$ и $V=0$ получим систему уравнений

$$mD = (\gamma p)_1 D + \frac{1}{2\Lambda}[(\tau p')_1 + (\tau p')_2]D, \tag{31а}$$

$$mD = (\gamma p)_2 D + \frac{1}{2\Lambda}[(\tau p')_1 + (\tau p')_2]D, \tag{31б}$$

$$mD = (\gamma p)_3 D + \frac{1}{2\Lambda}[(\tau p')_1 + (\tau p')_2]D \tag{31в}$$

и аналогичные уравнения для $N (D \to V,\ M \to N)$. Разложим D на их неприводимые слагаемые относительно $SU(2)$

$$D = D_1 + M_1 + N_1,$$

D_1 — 4-компонентная полностью симметричная функция, M_1, N_1 — 2-компонентная функция симметрии [2,1].

Тогда из (31) получим

$$mD_1 - (\gamma p)_1 D_1 = \frac{1}{3\Lambda}[(\tau p')_1 + (\tau p')_2 + (\tau p')_3]D_1 +$$

$$+\frac{1}{12\Lambda}[(\tau p')_1 + (\tau p')_2 - 2(\tau p')_3]M_1 + \frac{1}{12\Lambda}[(\tau p')_2 - (\tau p')_1]M_1'', \tag{32}$$

$$mM_1 - (\gamma p)_1 M_1 = \frac{1}{6\Lambda}[(\tau p')_1 + (\tau p')_2 - 2(\tau p')_3]D_1 +$$

$$+\frac{1}{12\Lambda}[5(\tau p')_1 + 5(\tau p')_2 + 2(\tau p')_3]M_1 + \frac{1}{12\Lambda}[(\tau p')_1 - (\tau p')_2]M_1'', \tag{33}$$

$$[(\tau p')_1 + (\tau p')_2 - 2(\tau p')_3]N_1 + [(\tau p')_2 - (\tau p')_1]N_1 = 0, \tag{34}$$

$$mN_1 - (\gamma p)_1 N_1 = \frac{1}{12\Lambda}[5(\tau p')_1 + 5(\tau p')_2 + 2(\tau p')_3]N_1 +$$

$$+\frac{1}{12\Lambda}[(\tau p')_1 - (\tau p')_2]N_1'', \tag{35}$$

где

$$M''_{1rst} = M_{1str} - M_{1trs}, \qquad N''_{1rst} = N_{1str} - N_{1trs}.$$

Уравнения (34), (35) дают

$$mN_1 - (\gamma p_1)N_1 = \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 N_1 = \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_2 N_1 = \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_3 N_1. \tag{36}$$

Из уравнений (31б) и (31в) получим $(\gamma p)_1 N_1 = (\gamma p_2) N_1 = (\gamma p)_3 N_1$, т. е. систему уравнений типа уравнения БВ

$$mN_1 = (\gamma p)_1 N_1 + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 N_1,$$

$$mN_1 = (\gamma p)_2 N_1 + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 N_1,$$

$$mN_1 = (\gamma p)_3 N_1 + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 N_1, \tag{37}$$

$$(\tau p')_1 N_1 = (\tau p')_2 N_1 = (\tau p')_3 N_1,$$

где N_1 описывает частицу со спином $^3/_2$ и изоспином $^1/_2$ при условии $M=0$. Тогда вместо уравнений (32), (33) получаем после некоторых преобразований следующую систему уравнений:

$$mD_1 = (\gamma p)_1 D_1 + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 D_1,$$

$$mD_1 = (\gamma p)_2 D_1 + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 D_1,$$

$$(\tau p')_1 D_1 = (\gamma p)_3 D_1 + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 D_1, \tag{38}$$

$$(\tau p')_1 D_1 = (\tau p')_2 D_1 = (\tau p')_2 D_1,$$

где D_1 описывает частицу со спином $^3/_2$ и изоспином $^3/_2$. Разложим N на неприводимые части относительно SU (2).

$$N = D_2 + M_2 + N_2.$$

Вышеизложенным методом получаем систему уравнений для D_2, N_2. Система уравнения для D_2 описывает частицу со спином $^1/_2$ и изоспином $^3/_2$.

Система уравнений для N_2 описывает частицу со спином $^1/_2$ и изоспином $^1/_2$.

Состояние с целыми изоспинами можно описывать функцией $\Psi_{\alpha\beta\gamma,\,r}$ Уравнение для $\Psi_{\alpha\beta\gamma,rs}$ можно написать в виде

$$\frac{1}{2}[(\gamma p)_1 + (\gamma p)_2]\Psi + \frac{1}{2\Lambda}[(\tau p')_1 + (\tau p')_2]\Psi = m\Psi.$$

Поведение функции $\Psi_{\alpha\beta\gamma,rs}$ в обычном пространстве не отличается от изложенного выше, поэтому в этой части полученные результаты остаются без изменения. Отличие соответствует только их поведению в изоспиновом пространстве. Разложим D, N относительно SU (2)

$$D = D_1 + N_1, \qquad N = D_2 + N_2,$$

где D_1, D_2 — симметричные функции относительно изоспиновых индексов, N_1, N_2 — антисимметричные функции относительно первых двух изоспиновых индексов. Окончательно методом, изложенным выше, находим систему

$$mK = (\gamma p)_1 K + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 K,$$

$$mK = (\gamma p)_2 K + \frac{1}{\Lambda}(\tau p')_1 K, \tag{39}$$

$$mK = (\gamma p)_3 K + \frac{1}{\Lambda} (\tau p')_1 K,$$

$$(\tau p')_1 K = (\tau p')_2 K,$$

где через K обозначены D_1, N_1, D_2 и N_2 соответственно. D_1 описывает частицу со спином $^3/_2$ и изоспином 1, N_1 — со спином $^3/_2$ и изоспином 0, D_2 — со спином $^1/_2$ и изоспином 1 и N_2 — со спином $^1/_2$ и изоспином 0.

Аналогично можно проанализировать уравнения других высших спинов и изоспинов. Полученные результаты могут представлять интерес в связи с широко дискутируемой возможностью получения частиц разных спинов и изоспинов из некоторых фундаментальных кварков.

В заключение выражаю глубокую благодарность проф. Д. Д. Иваненко и Д. Ф. Курдгелаидзе за постоянное внимание и помощь при выполнении этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Garalnick & Kibble. Phys. Rev., **139**, 3B, 712, 1965.
2. Sabam A. Proc. Roy. Soc., **284**, 146, 1965.
3. Bergman B Wigner. Proc. Nat. Acad. Sci., **34**, 211, 1948.
4. Fierz, Pauli. Proc. Poy. Soc., **A 173**, 211, 1939.
5. Иваненко Д. Д. ДАН СССР, **97**, 635, 1953.
6. Pais A. Physica, **19**, 869, 1953.
7. Соколик Г. А. ЖЭТФ, **28**, 13, 1955.

Поступила в редакцию
13. 2 1967 г.

Кафедра
теоретической физики