

$$\Delta m = 2\eta.$$

При обычном рассмотрении K_2^0 -мезон не может распадаться на два пиона, так как система последних всегда обладает положительной CP -четностью. Но голдстоновская частица, существование которой доказано выше, будет по-разному взаимодействовать с K^0 и \bar{K}^0 . А это вполне может обеспечить наличие аномального распада $K_2^0 \rightarrow 2\pi$, обнаруженного в 1964 г. [8], без введения гипотезы о нарушении сохранения комбинированной четности (см. по этому поводу [9]).

Имеется и другая возможность. Аналогично случаю электродинамики, когда вырожденность вакуума приводит к существованию скалярных и продольных фотонов и закону Кулона [10], можно считать, что гиперзарядовое Y -поле способно дать слабое взаимодействие между частицами, несущими гиперзаряд, и удаленными массами, имеющими $Y \sim 10^{68}$. Таким образом, мы приходим к космологическим теориям типа [11] или [12]. Однако первая возможность нам кажется более предпочтительной, так как гипотезы [11] о существовании внешнего гиперполя по-видимому противоречат экспериментальным данным.

Таким образом, рассмотренная в данной заметке модель может представлять не только академический интерес — с некоторой долей вероятности она способна объяснить наличие распада $K_2^0 \rightarrow 2\pi$ без предположения о несохранении CP -четности.

Автор благодарен проф. Д. Д. Иваненко за интерес к работе и ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nambu Y., Yona-Lasimio G. Phys. Rev., **122**, 345, 1961; **124**, 246, 1961.
2. Marschak R. E., Okubo S. Nuovo Cim., **19**, 1226, 1961.
3. Baker M., Glashow S. L. Phys. Rev., **128**, 2462, 1962.
4. Наумов А. И. ЖЭТФ, **47**, 914, 1964.
5. Schwinger J. Phys. Rev., **104**, 1164, 1954.
6. Goldstone J. S. Nuovo Cim., **19**, 154, 1961.
7. Goldstone J. S., Salam A., Weinberg S. Phys. Rev., **127**, 965, 1962.
8. Christenson J. H., Cronin J. W., Fitch V. L., Turlay R. Phys. Rev. Lett., **13**, 138, 1964.
9. Levy M., Nauenberg M. Phys. Lett., **12**, 155, 1964.
10. Bludman S. A. Lecture at Tokio Summer Institute of Theoretical Physics, Oiso, Japan, September 1965.
11. Bernstein J. S., Cabibbo N., Lee T. D. Phys. Lett., **12**, 146, 1964; Bell J. S., Perring I. K. Phys. Rev. Lett., **13**, 348, 1964; Weinberg S. Phys. Rev. Lett., **13**, 495, 1964.
12. Иваненко Д. Д., Курдгелайдзе Д. Ф. Тезисы доклада на 2-й Советской гравитационной конференции. Тбилиси, 1965.

Поступила в редакцию
17. 1 1967 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 621.386.8

О. П. РЕВОКАТОВ, У. АЙХОВ

СПЕКТРЫ ЯМР И ФОРМА ЛИНИИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ДВУХСПИНОВЫХ СИСТЕМ В КРИСТАЛЛАХ

Статистическая теория [1] дает возможность представить форму линии поглощения ЯМР в кристаллах в виде серии отдельных линий, гауссовой формы, причем относительная интенсивность и уширение линий могут быть определены в рамках этой теории только при учете влияния на спектр большого числа соседних ядер.

Для выяснения применимости статистической теории для ограниченных систем проведен непосредственный квантовомеханический расчет спектра ЯМР для системы, состоящей из четырех ядер. Предполагаем, что система состоит из двух взаимодействующих двухспиновых ядер, каждая из которых вращается вокруг оси, пер-

пендикулярной вектору, соединяющему ядра каждой из групп. Такая модель часто встречается на практике (например, взаимодействующие вращающиеся RH_2 группы в кристаллах).

Если учитывать, как обычно, переходы только с $\Delta M = \pm 1$, то укороченный гамильтониан системы в рассматриваемом случае может быть представлен в виде

$$\hat{H} = -\gamma h H_0 \sum_{j=1}^4 \hat{I}_{2j} + \sum_{l>k} A_{jk} (\hat{I}_j \hat{I}_k - 3 \hat{I}_{2j} I_{2k}), \quad (1)$$

где γ — гиромагнитное отношение, h — постоянная Планка, \hat{I} — спиновый оператор.

$$A_{jk} = \frac{\gamma^2 h^2}{r_{jk}^3} (3 \cos^2 \theta_{jk} - 1), \quad (2)$$

где \vec{r}_{jk} — расстояние между ядрами, а θ_{jk} — угол между \vec{r}_{jk} и внешним полем \vec{H}_0 .

Берсон и Гутовский [2] вычислили матричные элементы и собственные функции гамильтониана для системы четырех произвольно ориентированных спинов. Для системы, состоящей из двух взаимодействующих вращающихся двухспиновых групп (2) $A_{13} = A_{14} = A_{24} = A_{23}$. Так как спектр двухспиновой системы является дублетом, то, чтобы можно было в дальнейшем сравнить результаты непосредственных расчетов с полученными с помощью статистической теории, нужно положить $A_{12} = A_{34}$. Из секулярных уравнений [2], упрощенных с помощью этих соотношений, были найдены собственные значения и собственные функции системы. Приведем рассчитанные с их помощью относительные интенсивности и сдвиги частот линий:

$$\begin{aligned} \Delta E_{1,5} &= \gamma H_0 h \pm \frac{3}{2} A_{12}, & W_{1,5} &= \frac{2}{8}, \\ \Delta E_{2,6} &= \gamma h H_0 \pm \frac{3}{2} A_{12} (1 + 2x), & W_{2,6} &= \frac{2}{8}, \\ \Delta E_{3,7} &= \gamma h H_0 \pm \frac{3}{2} A_{12} (1 - 2x), & W_{3,7} &= \frac{1}{8}, \\ \Delta E_{4,8} &= \gamma h H_0 \pm \frac{3}{2} A_{12} \sqrt{1 - \frac{4}{3} x(1-x)}, & W_{4,8} &= \frac{3}{8}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ΔE_j — поглощаемая энергия, W_j — относительная интенсивность линий спектра и $x = A_{13}/A_{12}$ — относительная величина взаимодействия между группами. Когда взаимодействие отсутствует, спектр превращается в дублет $\Delta E = \gamma h H_0 \pm \frac{3}{2} A_{12}$ изолированной вращающейся двухспиновой системы. Момент спектра в единицах магнитного поля может быть рассчитан из спектра по формуле

$$S_{2n} = \sum W_j \left(\frac{\Delta E_j}{\gamma h} - H_0 \right)^{2n}. \quad (3')$$

С помощью этой формулы были рассчитаны величины S_4/S_2^2 и S_6/S_2^3 , характеризующие форму линии как функцию величины второго момента, определяемого величиной взаимодействия x между группами ядер. Значения S_2 и S_4 , полученные с помощью формулы Ван Флека [3], совпадают с рассчитанными по спектру (3) по формуле (3'), что подтверждает точность расчетов.

По статистической теории расстояние между линиями дублета спектра изолированной двухспиновой системы меняется за счет взаимодействия между группами, и каждая линия приобретает гауссову форму.

Поэтому функция формы линии ЯМР спектра двухспиновой системы в монокристалле может быть представлена в виде

$$g(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\beta} \left\{ e^{-\frac{(h+ah_0)^2}{2\beta^2}} + e^{-\frac{(h-ah_0)^2}{2\beta^2}} \right\},$$

здесь $h_0 = \frac{3}{2} \frac{A_{12}}{\gamma h}$, α — коэффициент, определяющий сдвиг, β — уширение линий дублета за счет взаимодействия между группами ядер.

Моменты функции формы линии, определяемые по формуле

$$S_{2n} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(h) h^{2n} dh,$$

равны

$$S_{2n} = (2n)! \sum_{k=0}^n \frac{(2k-1)! \beta^{2k} (ah_0)^{2(n-k)}}{(2k)! [2(n-k)]!},$$

$$S_2 = (ah_0)^2 + \beta^2, \quad (4)$$

$$S_4 = (ah_0)^4 + 6(ah_0)^2 \beta^2 + 3\beta^4, \quad (5)$$

$$S_6 = (ah_0)^6 + 15(ah_0)^4 \beta^2 + 45(ah_0)^2 \beta^4 + 15\beta^6. \quad (6)$$

Если принять, что сдвиг частоты и уширение линий обусловлены только влиянием одной соседней группы, то, используя полученный спектр (3) четырехспиновой системы, можно определить

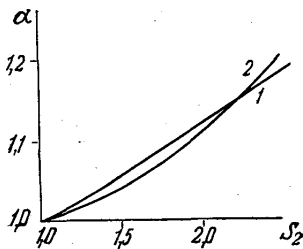


Рис. 1

$$ah_0 = \sum_{j=1}^4 W_j \left(\frac{\Delta E_j}{\gamma h} - H_0 \right),$$

$$\beta^2 = \sum_{j=1}^4 W_j \left(\frac{\Delta E_j}{\gamma h} - H_0 - ah_0 \right)^2.$$

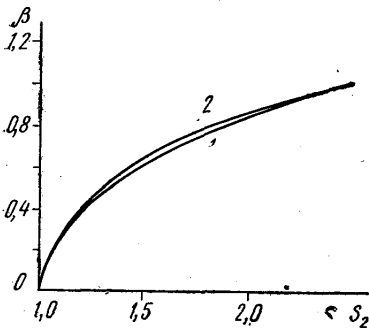


Рис. 2

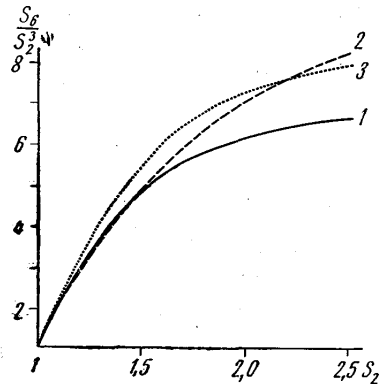


Рис. 3

Для каждой половины спектра α и β^2 при этом оказываются равными

$$\alpha = \frac{5}{8} + \frac{x + \sqrt{\frac{9}{4} - 3x(1-x)}}{4},$$

$$\left[\beta^2 = \left(\frac{3}{2} \frac{A_{S_2}}{\gamma h} \right)^2 (1 + 2x^2 - \alpha^2) \right].$$

В качестве масштаба S_2 и β^2 в дальнейшем выбран квадрат $h_0 = \frac{3}{2} \frac{A_{12}}{\gamma h}$. Полу-

ченная зависимость представлена на рис. 1 и 2 кривая 1. Если подставить полученные значения α и β^2 в формулы для моментов (4), (5), (6), то можно получить значения S_2 ; S_4/S_2^2 и S_6/S_2^3 для выбранной четырехспиновой системы.

Зависимость S_6/S_2^3 от S_2 , рассчитанная по этим формулам, приведена на рис. 3 кривая 2, результаты непосредственных квантовомеханических расчетов, проведенных по (3), приведены на рис. 3 кривая 1. Кроме того, если значения моментов линий, рассчитанных по (3) из спектра подставить в (4) и (5), то α и β^2 можно определить как функцию S_2 и S_4

$$(\alpha h_0)^4 = \frac{3S_2^3 - S_4}{2},$$

$$\beta^2 = S_2 - \sqrt{\frac{3S_2^2 - S_4}{2}}.$$

Эти величины приведены на рис. 1 и 2 кривые 2. Подставляя эти значения в (6), можно найти зависимость отношения S_6/S_2^3 от S_2 и S_4

$$S_6/S_2^3 = \left(1 - \frac{S_4}{S_2^2}\right) \left[12\sqrt{6} \left(1 - \frac{S_4}{S_2^2}\right)^{1/2} - 45\right] + 15.$$

Результаты этих расчетов приведены на рис. 3 кривая 3. Из рисунков видно, что статистическая теория для взаимодействующих двухспиновых систем в монокристалле уже при учете взаимодействия всего двух групп дает хорошее совпадение с непосредственным квантовомеханическим расчетом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kubo R., Tomita K. J. Phys. Soc. Japan, 9, 888, 1954.
2. Bersohn R., Gutowsky H. S. J. Chem. Phys., 22, 651, 1954.
3. Van Vleck J. H. Phys. Rev., 1168, 1948.

Поступила в редакцию
16. 4 1967 г.

Кафедра
молекулярной физики

УДК 517.9 : 535.4

В. В. КРАВЦОВ

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО РОДА ДЛЯ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ

При получении отражения волн от препятствий большой интерес представляет угловое распределение отраженной энергии. Угловое распределение отраженной энергии характеризуется диаграммой направленности, которая иногда называется индикатриссой излучения или сечением рассеяния. Обычная методика вычисления диаграммы направленности следующая. Сначала определяется «наведенный» на препятствии «ток», а затем по нему находится диаграмма направленности. Но для нахождения «наведенного тока» надо каким-либо образом решить соответствующую краевую задачу теории дифракции. Одним из методов решения задачи дифракции является метод разделения переменных. Он применяется в том случае, когда поверхность тела, на котором происходит дифракция, представляет собой координатную поверхность в одной из систем координат, где переменные в уравнении Гельмгольца разделяются. Решение задачи в этом случае представляется в виде ряда по соответствующим специальным функциям. При вычислении рядов кроме обычных трудностей, возникающих при высокочастотной дифракции, появляются дополнительные трудности, связанные с тем, что многие из встречающихся специальных функций недостаточно хорошо изучены и табулированы.