

где точка  $P(\xi_1, \xi_2', \xi_3')$  лежит на поверхности  $S$ , а точка  $M(\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3)$  лежит внутри  $S$ , и проинтегрируем по поверхности  $S$  с весом  $\rho(\xi_2', \xi_3')$ :

$$\iint \frac{e^{ikR_{MP}}}{R_{MP}} \sigma(\xi_2', \xi_3') \rho(\xi_2', \xi_3') d\xi_2' d\xi_3' = - \sum_n a_n b_n R_n^{(e)}(\xi_1^0) R_n^{(i)}(\xi_1) R_n^{(i)}(\bar{\xi}_1) \times \\ \times \Phi_n(\xi_2^0, \xi_3^0) \Phi_n^*(\bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3). \quad (8)$$

Ряд, стоящий в правой части (8), можно преобразовать к интегралу:

$$\sum_n a_n b_n R_n^{(e)}(\xi_1^0) R_n^{(i)}(\xi_1) R_n^{(i)}(\bar{\xi}_1) \Phi_n(\xi_2^0, \xi_3^0) \Phi_n^*(\bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3) = \\ = \iint e^{-ikr' \cos \beta'} \frac{e^{ikR_{M_0Q}}}{R_{M_0Q}} \rho(\xi_2', \xi_3') d\xi_2' d\xi_3',$$

где  $(r', \vartheta', \varphi')$  — сферические координаты точки  $(\xi_1, \bar{\xi}_2, \bar{\xi}_3)$ , лежащей на поверхности  $S$ ,  $(\bar{r}, \bar{\vartheta}, \bar{\varphi})$  — сферические координаты точки  $Q(\bar{\xi}_1, \xi_2', \xi_3')$ , лежащей внутри  $S$ ,  $\cos \beta' = \cos \bar{\vartheta} \cos \vartheta' + \sin \bar{\vartheta} \sin \vartheta' \cos(\varphi' - \bar{\varphi})$ . Теперь интегральное уравнение (8) можно записать в виде

$$\iint \frac{e^{ikR_{MP}}}{R_{MP}} \sigma(\xi_2', \xi_3') \rho(\xi_2', \xi_3') d\xi_2' d\xi_3' = \iint e^{-ikr' \cos \beta'} \frac{e^{ikR_{M_0Q}}}{R_{M_0Q}} \rho(\xi_2', \xi_3') d\xi_2' d\xi_3'. \quad (9)$$

Итак, для диаграммы направленности отраженного поля  $\sigma(\xi_2', \xi_3')$  получено интегральное уравнение первого рода. Аналогичное уравнение можно получить для диаграммы направленности для полного поля. Если падающая волна не является сферической, то изменится правая часть этого уравнения (она станет более сложной). Уравнение (9) можно решать численно, не связывая себя со специальными функциями, соответствующими данной системе координат.

Поступила в редакцию  
15. 4 1967 г.

Кафедра  
математики

УДК 535.241.13

Е. Р. МУСТЕЛЬ, В. Н. ПАРЫГИН, В. С. СОЛОМАТИН

## МОДУЛЯЦИЯ ИНФРАКРАСНОГО СВЕТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИСТАЛЛА $\text{LiNbO}_3$

Одним из наиболее перспективных кристаллов для модуляции света является  $\text{LiNbO}_3$  [1, 4]. До настоящего времени были измерены его электрооптические константы на частотах 50—86 мГц в видимом диапазоне [1]. В данном сообщении приводятся частотные характеристики модулятора инфракрасного диапазона на этом кристалле от 0 до 300 мГц.

Амплитудная модуляция с помощью кристалла  $\text{LiNbO}_3$  возможна в двух случаях.

Электрическое поле перпендикулярно оптической оси, т. е.  $E_z = 0$ . Если свет распространяется вдоль  $z$ , то фазовая задержка, связанная с электрическим полем, равна

$$\Gamma_1 = \frac{2\pi}{\lambda} r_{22} n_0^3 E l = \frac{2\pi}{\lambda} r_{22} n_0^3 \frac{l}{d} V. \quad (1)$$

Поляризация падающего на кристалл света должна составлять с осью  $x$  угол  $\alpha$ , определяемый из условия  $\text{tg } 2\alpha = \frac{E_x}{E_y}$ .

Электрическое поле направлено по оси  $z$ . Если свет распространяется перпендикулярно оптической оси, то амплитудная модуляция возможна при поляризации падающего света под углом  $45^\circ$  к оси  $z$ , при этом

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e) l + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_{13}n_0^3 - r_{33}n_e^3}{2} \frac{l}{d} V = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e) l + \Gamma_1. \quad (2)$$

Так как существует зависящий от  $\lambda$  сдвиг фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами, обусловленный естественным двулучепреломлением, то необходимо применение монохроматического света.

Экспериментально были исследованы обе возможности амплитудной модуляции, первая на кристалле  $3,3 \times 3,3 \times 41$  мм<sup>3</sup>, вторая на кристалле  $4 \times 4 \times 10$  мм<sup>3</sup>, т. е. при  $\frac{l}{d} = 12,5$  и  $\frac{l}{d} = 2,5$  соответственно. В качестве источника плоскополяризованного света использовался He—Ne газовый лазер с длиной волны  $\lambda = 3,39$  мк. После кристалла был помещен анализатор, плоскость поляризации которого перпендикулярна поляризации лазерного излучения. При приложении статического напряжения к кристаллу интенсивность света после анализатора равна

$$I = I_0 \sin^2 \frac{\Gamma_1}{2},$$

где  $I_0$  — максимальная интенсивность, а  $\Gamma_1$  определяется (1) и (2). На рис. 1 показано изменение относительной интенсивности  $\frac{I}{I_0}$  от приложенного статического напряжения  $V$ .

На основании этих кривых были вычислены эффективные электрооптические константы  $r_{31} = r_{22}n_0^2$  и  $r_{32} = \frac{r_{13}n_0^3 - r_{33}n_e^3}{2}$ , которые оказались равными  $(51 \pm 5) \cdot 10^{-12}$  м/в и  $(67 \pm 8) \cdot 10^{-12}$  м/в соответственно. Значения  $r_{31}$  и  $r_{32}$  близки к значениям, полученным в [1].

На обоих кристаллах была осуществлена амплитудная модуляция в диапазоне частот 0,15—30 мГц. Использование анизотропных пластинок из слюды, помещенных между кристаллом и анализатором, позволило выбрать на линейном участке характеристики  $I = I_0 f(\Gamma_1)$  рабочую точку, для которой в отсутствии модуляции  $I = 0,5 I_0$ . При таком выборе рабочей точки амплитуда переменной составляющей интенсивности  $I \sim$  после анализатора равна:

$$I \sim = I_0 J_1(\Gamma_1),$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого порядка. Модулирующее напряжение с амплитудой  $V$  подавалось на кристалл от генератора ГЗ-4. Переменная составляющая интенсивности детектировалась фотоспротивлением Ge: Au, а сигнал, выделенный на нагрузке фотоприемника  $R = 75$  ом, наблюдался на спектральном анализаторе С1-8.

На рис. 2 приведена зависимость  $\frac{I \sim}{I_{\sim \text{макс}}}$  от амплитуды модулирующего напряжения для кристалла  $3,3 \times 3,3 \times 41$  мм<sup>3</sup> на частоте  $f = 0,57$  мГц. Эта зависимость близка к функции Бесселя  $J_1(\Gamma_1)$ . Поэтому по положению максимума  $\frac{I \sim}{I_{\sim \text{макс}}}$  можно определить связь между  $\Gamma_1$  и  $V$  и найти величину  $r_{31}$ .

Аналогичным способом были определены эффективные электрооптические константы для обоих кристаллов в диапазоне 0,15—30 мГц. Соответствующие кривые приведены на рис. 3.

Величина  $r_{31}$  имеет резкий максимум на частоте  $f_p = 0,57$  мГц, связанный с основным пьезорезонансом кристалла. Остальные резонансы оказываются слабее. При  $f < f_p$  электрооптическая константа растет с частотой, а при  $f > f_p$  падает. Среднее значение  $r_{31}$  на высоких частотах в 1,5 раза меньше статической величины. Такой характер зависимости от частоты может быть объяснен одинаковым знаком первичного и вторичного электрооптических эффектов [2].

Резонансные свойства кристалла, вырезанного перпендикулярно оптической оси, выражены значительно слабее. На частоте, соответствующей основному резонансу, величина  $r_{32}$  возрастает примерно в 2 раза. Характер кривой указывает на различие знаков первичного и вторичного электрооптических эффектов. Поэтому на высоких частотах  $r_{32}$  в 1,6 раза больше статического значения.

Была осуществлена модуляция света на частотах 214 мГц и 365 мГц, что позволило определить эффективные электрооптические константы и на этих частотах. Кристаллы  $\text{LiNbO}_3$  помещались в емкостной зазор Тороидального резонатора, подобного описанному в [3]. Свет пропускался перпендикулярно электрическому полю в зазоре через отверстия в боковых стенках резонатора. Эффективные электрооптические константы можно определить следующим образом:

$$r_3 = \frac{\Gamma_1 \lambda d}{2\pi l V} = \frac{\Gamma_1 \lambda d}{2} \sqrt{\frac{fC}{\pi P Q}}, \quad (3)$$

где  $f$  — частота модуляции,  $P$  — модулирующая мощность,  $C$  и  $Q$  — полная емкость и добротность резонатора.

Диэлектрическая проницаемость  $\text{LiNbO}_3$  вдоль оси равна  $\epsilon_{\parallel} = 28$ , а перпендикулярно оси  $\epsilon_{\perp} = 43$  [4]. Таким образом, емкости кристаллов равны  $C_1 = \frac{\epsilon_{\perp} l}{4\pi} = 15,5 \text{ пф}$ ,  $C_2 = \frac{\epsilon_{\parallel} l}{4\pi} = 2,4 \text{ пф}$ . Однако из-за наличия паразитной емкости полная емкость резо-

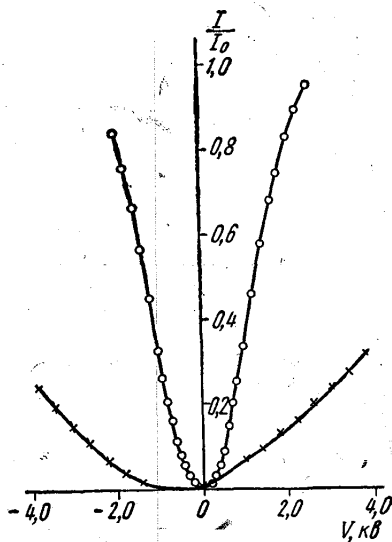


Рис. 1

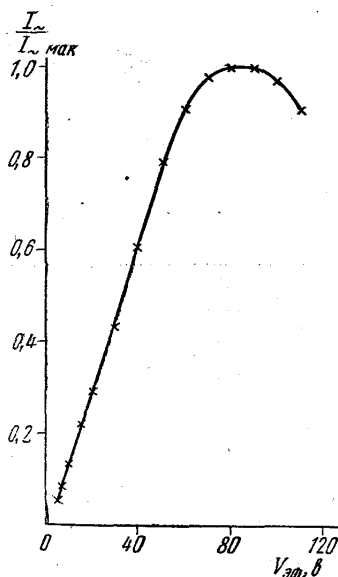


Рис. 2

натора  $C$  была равна 19 пф и 5,5 пф соответственно. В нашем эксперименте с кристаллом  $3,3 \times 3,3 \times 41 \text{ мм}^3$  при модулирующей мощности  $P=3 \text{ вт}$  была получена глубина модуляции 15%, что соответствует  $\Gamma_1=0,15$ . Добротность резонатора на частоте 214 мГц была равна  $Q_1=170$ . С кристаллом  $4 \times 4 \times 10 \text{ мм}^3$  при модулирующей мощности  $P=1,2 \text{ вт}$  глубина модуляции составила 8,5% ( $\Gamma_1=0,085$ ). Добротность резонатора на частоте 365 мГц была равна  $Q_2=140$ . Эффективные электрооптические константы, определенные из (3), равны  $34 \times 10^{-12} \text{ м/в}$  и  $110 \cdot 10^{-12} \text{ м/в}$ . Таким образом, если статические значения  $r_{31}$  и  $r_{32}$  отличаются всего лишь в 1,32 раза, то на высоких частотах эта разница возрастет до 3,22. Следует отметить, что добротность резонатора без кристаллов была высокой ( $Q=1000$ ). Поэтому добротность нагруженного резонатора почти полностью определялась потерями в кристалле  $\text{LiNbO}_3$ . Тангенсы угла потерь можно оценить по формулам

$$\text{tg } \delta_{\perp} = \frac{1}{Q_1} \frac{C}{C_1}, \quad \text{tg } \delta_{\parallel} = \frac{1}{Q_2} \frac{C}{C_2}.$$

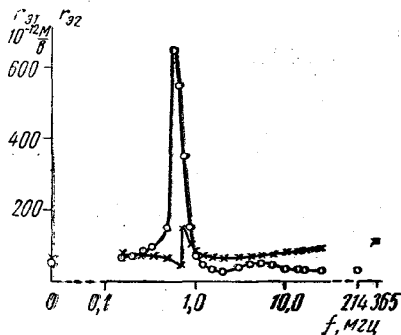


Рис. 3

отметить, что добротность резонатора без кристаллов была высокой ( $Q=1000$ ). Поэтому добротность нагруженного резонатора почти полностью определялась потерями в кристалле  $\text{LiNbO}_3$ . Тангенсы угла потерь можно оценить по формулам

Для данных образцов они равны  $7,2 \cdot 10^{-3}$  и  $13,5 \cdot 10^{-3}$  соответственно.

Для характеристики высокочастотных модуляторов удобно ввести качество модулятора  $\eta$  [5]. Экспериментально полученные значения  $\eta$  таковы:  $\eta_1 = 0,75 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}^2}{\text{см}}$ ,  $\eta_2 = 0,6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}^2}{\text{см}}$ . Можно показать, что в случае, когда потери полностью определяются кристаллом, качество модулятора зависит только от параметров кристалла:

$$\eta = 1,42 \cdot 10^{14} \frac{r_s^2}{\lambda^2 e f \text{ tg } \delta} \frac{l}{d^2} \left[ \frac{\text{рад}^2}{\text{см}} \right]. \quad (4)$$

Качество модулятора может быть повышено за счет увеличения отношения  $\frac{l}{d^2}$ . Предел этому увеличению кладут дифракционные потери света. Максимальное значение  $\frac{l}{d^2}$  равно [4]:

$$\frac{l}{d^2} = 0,022 \frac{n}{\lambda}$$

Для кристалла  $\text{LiNbO}_3$  на длине волны  $3,39 \mu\text{м}$  эта величина составила  $135 \text{ см}^{-1}$ . Подставляя это значение в (4), получим

$$\eta_{\text{макс}} = 2,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}^2}{\text{см}} \text{ и } \eta_{2\text{макс}} = 14,5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{рад}^2}{\text{см}}.$$

Полученные экспериментально значения качества могут быть повышены в первом случае в 4 раза, а во втором в 24 раза за счет оптимального выбора размеров образцов. Таким образом, модулятор с использованием кристалла ниобата лития обладает высокой эффективностью в инфракрасном диапазоне.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Л. Н. Рашковича и Ю. В. Соловьеву за предоставленные кристаллы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тигнер Е. Н., App. Phys. Lett., 8, 11, 303, 1966.
2. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М., ИЛ, 1967.
3. Дианова В. А., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. «Радиотехника и электроника», 10, 4, 770, 1965.
4. Кашинов И. Р., Тигнер Е. Н. App. Opt., 5, 10, 1612, 1966.
5. Дианова В. А., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. «Радиотехника и электроника», 11, 5, 947, 1966.

Поступила в редакцию  
30. 4 1967 г.

Кафедра  
физики колебаний

УДК 539.293 : 537.312.8

В. Ч. ЖУКОВСКИЙ

### О ПОГЛОЩЕНИИ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ В ПРИСУТСТВИИ ИНТЕНСИВНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Как было показано Ароновым [1], поглощение в полупроводниках, находящихся в постоянных скрещенных полях, сопровождается запрещенными переходами электронов из валентной зоны в зону проводимости. Это дает возможность независимого измерения параметров носителей обеих зон. В настоящей заметке мы хотим показать, что под действием сильного лазерного излучения в магнитном поле также будут происходить запрещенные переходы, причем вероятность таких переходов пропорциональна степеням интенсивности излучения. При этом в отличие от нелинейного поглощения