Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2—1968

Д. В. ГАЛЬЦОВ, Ю. Г. ПАВЛЕНКО

О ВЛИЯНИИ НА СИНХРОТРОННОЕ УСИЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ УРОВНЕЙ ОТ ПАРАМЕТРОВ

Исследуется возможность отрицательного поглощения в магнитном поле на основе точного решения задачи трех уровней. Показано, что учет зависимости времени жизни уровней от импульса дает по порядку величины такой же вклад в величину излученной мощности, как и учет неэквидистантности, проводившийся ранее. Найден критерий возникновения насыщения при больших плотностях фотонов. Подробно рассмотрены случаи, когда уширение уровней определяется радиационным затуханием и временем пролета.

Известно, что наличие у энергетических уровней конечной ширины существенно сказывается на процессах вынужденного излучения и поглощения. В ряде работ [1, 2] была показана связанная с этим обстоятельством возможность усиления электромагнитных волн в системе электронов, движущихся в однородном магнитном поле. В этих работах ширина уровня начального состояния учитывалась феноменологически путем введения конечного времени жизни, не зависящего от номера уровня. Между тем фактически уширение зависит от параметров, характеризующих движение частицы, вследствие чего форма лоренцева фактора для переходов с излучением (вниз) и с поглощением (вверх) оказывается несколько различной. Хотя это различие и мало ($\sim\hbar$), им нельзя пренебрегать в данной задаче, поскольку самая возможность усиления квазиклассическими системами обусловливается существованием малого различия (также порядка $\hbar$) вероятностей и частот переходов вверх и вниз. Следует подчеркнуть, что переходы с излучением и поглощением происходят между разными уровнями, поэтому сказанное никоим образом не противоречит известному закону тождественности линий поглощения и испускания. Отметим, что при классическом рассмотрении, опирающемся на решение кинетического уравнения с интегралом столкновений, зависимость времени релаксации от параметров движения также должна учитываться, на что было указано в [3]. В настоящей работе рассматривается случай, когда основной вклад в ширину уровней вносит спонтанное излучение либо время пролета частицы через область взаимодействия. Предлагаемая элементарная теория позволяет последовательно учесть влияние зависимости ширины уровней от их номера, а также влияние насыщения, возникающего при большой напряженности поля в волне на усилительные свойства рассматриваемой системы. Идея метода состоит в учете нестационарности как начального, так и конечных состояний, и возможно более точном решении задачи трех уровней, играющих основную роль.

Будем характеризовать энергетические уровни электрона в однородном магнитном поле $\vec{H} \| Oz$ квантовыми числами n и p_z, так что собственные значения энергии равны

$$E_{n,p_z} = \left[m^2c^4 + c^2p_z^2 + 2e_0 Hc\hbar\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]^{1/2}. \qquad (1)$$

Пусть до момента включения взаимодействия ($t = 0$) электрон находится на уровне с некоторыми n и p_z и имеется N фотонов с импульсом $\hbar\vec{k} = \frac{\hbar\omega}{c}\{0, \sin\theta, \cos\theta\}$ и поляризацией λ. Этому состоянию припишем индекс 1.

В результате взаимодействия возможны ввиду наличия уширения индуцированные переходы как с излучением, так и с поглощением фотона $\hbar\omega$, причем в результате излучения система переходит в состояние 2 ($n-\nu$, $p_z-\hbar k_z$, $N+1$), а в результате поглощения — в состояние 3 ($n+\nu$, $p_z+\hbar k_z$, $N-1$), если только уширение не приводит к взаимному перекрытию электронных уровней. В принципе возможны, конечно, переходы электронов с уровней 2 и 3 на соседние и т. д., однако, очевидно, именно указанные три уровня будут играть главную роль. Ввиду этого при решении уравнения Шредингера можно с достаточной точностью ограничиться трехуровневым приближением, считая, что влияние остальных уровней сказывается лишь на суммарной вероятности спонтанных переходов, вызывающих уширение выделенных трех уровней $\hbar\gamma_1$, $\hbar\gamma_2$, $\hbar\gamma_3$ соответственно. Тогда уравнения для амплитуды состояний $C_1(t)$, $C_2(t)$ и $C_3(t)$ записываются в виде

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{C}_1(t) &= V_{12}e^{i\varepsilon_{12}t}C_2(t) + V_{13}e^{-i\varepsilon_{31}t}C_3(t) - \frac{i\hbar\gamma_1}{2}C_1(t), \\ i\hbar\dot{C}_2(t) &= V_{21}e^{-i\varepsilon_{12}t}C_1(t) - \frac{i\hbar\gamma_2}{2}C_2(t), \\ i\hbar\dot{C}_3(t) &= V_{31}e^{i\varepsilon_{31}t}C_1(t) - \frac{i\hbar\gamma_3}{2}C_3(t). \end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь

$$V_{ij} = \int \psi_i^*(\vec{x})\hat{V}\psi_j(\vec{x})\,d^3\vec{x},$$

$\psi_i(\vec{x})$ — собственные решения уравнения Клейна — Гордона для электрона в магнитном поле [4] (спиновыми эффектами пренебрегаем), нормированные на $(mc^2/E)^{1/2}$,

$$V = \frac{e_0}{m}\sqrt{\frac{2\pi\hbar N}{\omega L^3}}\,(\vec{e}_\lambda\vec{p})\,e^{-i\vec{k}\vec{r}+i\omega t} + \text{к. с.}$$

и

$$\varepsilon_{ij} = (E_i - E_j)/\hbar - \omega.$$

Если величины γ_i представляют собой суммы вероятностей всех возможных спонтанных переходов, законность их введения в систему (2) может быть обоснована таким же образом, как это сделано для одного уровня в [5], а поскольку для времени жизни «безразлична» его физическая природа [6], можно считать, что система (2) остается справедливой и в случае, когда уширение вызвано такими посторонними причинами, как например, конечностью времени пролета.

Поскольку начальные условия для системы (2) заданы при $t=0$, ее решения удобнее всего получить преобразованием Лапласа. Определяя изображения $C_i(s)$ согласно [7], получим:

$$i\hbar s(C_1(s)-1)=V_{13}C_3(s)+V_{12}C_2(s)-\frac{i\hbar\gamma_1}{2}C_1(s),$$

$$i\hbar C_2(s)(s+i\varepsilon_{12})=V_{21}C_1(s)-\frac{i\hbar\gamma_2}{2}C_2(s), \qquad (3)$$

$$i\hbar C_3(s)(s-i\varepsilon_{31})=V_{31}C_1(s)-\frac{i\hbar\gamma_3}{2}C_3(s).$$

Полюса решений этой системы в комплексной плоскости s, определяющие поведение амплитуд $C_i(t)$, даются, как нетрудно видеть из (3), решениями уравнения третьей степени

$$\left(s+\frac{\gamma_1}{2}\right)\left(s+\frac{\gamma_2}{2}+i\varepsilon_{12}\right)\left(s+\frac{\gamma_3}{2}-i\varepsilon_{31}\right)+$$

$$+\frac{|V_{12}|^2}{\hbar^2}\left(s+\frac{\gamma_2}{2}-i\varepsilon_{12}\right)+\frac{|V_{31}|^2}{\hbar^2}\left(s+\frac{\gamma_3}{2}+i\varepsilon_{31}\right) \qquad (4)$$

и могут быть найдены по известным формулам. Если матричные элементы $V_{ij}/\hbar$ не малы по сравнению с остальными коэффициентами уравнения (4), то временная зависимость амплитуд $C_i(t)$ будет содержать в явном виде эти матричные элементы, вызывая смещение резонансных частот и дополнительное эффективное уширение. Качественно картина сходна с той, которая имеет место для двух уровней [6], т. е. происходит «перекачка» энергии между уровнями, однако быстро прекращающаяся из-за наличия затухания. Мы не будем приводить весьма громоздкие точные решения системы (2) и ограничимся в дальнейшем случаем, когда насыщением можно пренебречь, т. е. выполняются условия

$$|V_{12}|\sim|V_{13}|\ll\hbar\gamma_1, \qquad (5)$$

что накладывает следующее ограничение на амплитуду электрического поля в волне:

$$\mathscr{E}\ll\mathscr{E}_{\text{кр}};\quad \mathscr{E}_{\text{кр}}=\frac{\hbar\gamma\omega}{ce_0}. \qquad (6)$$

При выполнении этого условия решения системы (3) записываются следующим образом:

$$C_1(s)=\frac{s}{s+\frac{\gamma_1}{2}};\quad C_2(s)=\frac{-i_sV_{21}}{\hbar\left(s+\frac{\gamma_1}{2}\right)\left(s+\frac{\gamma_2}{2}+i\varepsilon_{12}\right)}; \qquad (7)$$

$$C_3(s)=\frac{-i_sV_{31}}{\hbar\left(s+\frac{\gamma_1}{2}\right)\left(s+\frac{\gamma_3}{2}-i\varepsilon_{31}\right)}.$$

Обращая преобразование Лапласа, получим для квадратов модулей амплитуд ($j=2, 3$)

$$|C_j(t)|^2 = |V_{1j}|^2 \left[\hbar^2\left(\varepsilon_{1j}^2 + \left(\frac{\gamma_1-\gamma_2}{2}\right)^2\right)\right]^{-1} \left(e^{-\gamma_1 t} + e^{-\gamma_2 t} - 2\cos\varepsilon_{1j} t e^{-\frac{(\gamma_1+\gamma_2)}{2}t}\right). \tag{8}$$

Средний квадрат амплитуды перехода, определяемый как

$$\overline{|C_j(t)|^2} = \gamma_j \int_0^\infty |C_j(t)|^2 dt, \tag{9}$$

оказывается пропорциональным времени жизни начального состояния, поэтому естественно ввести вероятность перехода в единицу времени, умножая (9) на γ_1 и на плотность конечных состояний. Выражая число фотонов через спектральную интенсивность $I_{\vec{k}\lambda}$, получим

$$dw_{1j}^\lambda = \frac{2\pi e^2 I_{\vec{k}\lambda}}{cm^2\omega^2\hbar^2} |\vec{e}_\lambda \vec{p}_{1j}|^2 g_{1j} dO d\omega, \tag{10}$$

где

$$g_{1j} = \frac{4(\gamma_1+\gamma_j)}{4\varepsilon_{1j}^2 + (\gamma_1+\gamma_j)^2}; \quad \vec{p}_{1j} = \int \psi_j^*(\vec{x})\, e^{\mp i\vec{k}\vec{r}}\, \vec{p}\psi_1(\vec{x})\, d^3x,$$

причем знак плюс в показателе экспоненты соответствует $j=3$, а знак минус — $j=2$.

Следует иметь в виду, что определенная таким образом вероятность переходов в единицу времени имеет смысл лишь как средняя величина. В самом деле, из формулы (8) видно, что ни при каких временах вероятность не пропорциональна времени. В разложении (8) по t первый неисчезающий член пропорционален t^2, при $t\to\infty$ вероятность экспоненциально убывает.

Этого и следовало ожидать, поскольку при малых временах стационарный процесс излучения не успел установиться и, как известно, вероятность излучения при этом зависит от времени квадратично [8], а при больших временах излучение прекращается ввиду затухания. Однако, так как реальный процесс излучения состоит из большого числа элементарных актов, определенная согласно (10) вероятность в единицу времени приобретает физический смысл. Нам остается теперь перейти к суммарной мощности излучения, равной, очевидно, разности вероятности в единицу времени вынужденного излучения и поглощения, умноженной на энергию фотона $\hbar\omega$. Учитывая, что все величины, входящие в выражение (10), зависят от p_z и $P_\perp^2 = \frac{l_0 H\hbar}{c}\left(2n+1\right)$, принимающих в рассматриваемом квазиклассическом случае практически непрерывный ряд значений, и удерживая лишь неисчезающие при переходе к классическому пределу члены, окончательно для мощности излучения гармоники получим

$$dP_\lambda^{(\nu)} = -\frac{2\pi e^2\nu\omega_c I_{\vec{k}\lambda}}{\omega\beta_\perp m^2c^2}\left(\frac{\partial}{\partial p_\perp} + \frac{\beta_\perp\omega\cos\theta}{\nu\omega_c}\frac{\partial}{\partial p_z}\right)|\vec{e}_\lambda \vec{P}_{if}|^2 g(\omega\theta p_\perp p_z)\, d\omega dO, \tag{11}$$

где

$$\frac{1}{mc}\vec{P}_{if} = \left\{i\beta_\perp I_\nu'(z);\ \frac{\nu}{z}\beta_\perp I_\nu(z);\ \beta_z I_\nu(z)\right\},$$

$$z = \frac{p_\perp \omega \sin\theta}{e_0 H}; \quad g(\omega\theta p_\perp p_z) = \frac{2\gamma(p_\perp p_z)}{(\omega-\omega_{if})^2 + \gamma^2(p_\perp p_z)},$$

$$\omega_{if} = \nu\omega_c + \omega\beta_z \cos\theta; \quad \omega_c = e_0 Hc/E.$$

В случае, когда время жизни можно считать константой, γ может быть, очевидно, вынесена за знак дифференцирования, однако фактор g все же зависит от $p_\perp$ и p_z через величину ω_{if} и должен дифференцироваться. Именно этот случай был исследован в работах [1, 2].

Для использования общей формулы (11) необходимо знать зависимость γ от $p_\perp$ и p_z в явном виде. В случае, когда уширение определяется спонтанным излучением, имеем

$$\gamma = \frac{e^2}{\hbar c}\omega_c \int_{-1}^{1} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\nu\beta_\perp^2 I_\nu'^2(\nu\eta) + \frac{(\cos\theta - \beta z)^2}{\sin^2\theta}\nu I_\nu^2(\nu\eta)\right)\frac{d\cos\theta}{(1-\beta_z\cos\theta)^2}, \tag{12}$$

$$\eta = \beta_\perp \sin\theta/(1-\beta_z\cos\theta).$$

В общем случае провести суммирование по ν не удается, однако можно довести вычисления до конца для слаборелятивистских ($\beta^2 \neq 0$, $\beta^4 = 0$) и ультрарелятивистских ($\beta \sim 1$) энергий. В первом случае $\nu = 1$, и для γ после интегрирования по углу получим

$$\gamma_{\text{рад}} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{\hbar c}\omega_c \frac{\beta_\perp^2}{1-\beta_z^2} \simeq 0{,}0049\omega_c \frac{\beta_\perp^2}{\sqrt{-\beta_z^2}}. \tag{13}$$

В ультрарелятивистском случае можно заменить суммирование интегрированием и аппроксимировать бесселевы функции функциями Макдональда $K_{1/3}$ и $K_{2/3}$ [4]. В результате получим

$$\gamma_{\text{рад}} = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{5}{2\sqrt{3}}\omega_c\left(\frac{\beta_\perp}{\sqrt{1-\beta^2}} + o\left(\frac{mc^2}{E}\right)\right) \simeq 0{,}0105\omega_c\frac{\beta_\perp}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{14}$$

Уширение, обязанное конечности времени пролета через область взаимодействия (например, резонатор), связано, очевидно, с продольной составляющей скорости и равно

$$\gamma_{\text{пр}} = c\beta_z/l_z, \tag{15}$$

где l_z — характерная длина. В слаборелятивистском случае $\gamma_{\text{рад}} < \gamma_{\text{пр}}$ при $\frac{\beta_z}{\beta_\perp^2} > 3\cdot 10^{-6} l_z H$, в ультрарелятивистском при $\frac{\beta_z}{\beta_\perp} > 6\cdot 10^{-6} l_z H$.

Рассмотрим сначала слаборелятивистский случай, когда взаимодействие происходит на первой гармонике, а уширение обусловлено в основном радиационным затуханием.

В качестве ортов, характеризующих поляризацию, выберем, как обычно [4], $\vec{e}_\sigma = (-1, 0, 0)$ и $\vec{e}_\pi = (0, \cos\theta, -\sin\theta)$. Выполняя дифференцирование в (11), получим для σ-компонента:

$$\frac{dP_\sigma}{d\omega dO} = \frac{4\pi e^2\omega_c I_{\vec{k}\sigma}}{E\omega}\frac{1}{1+x^2}\left\{-1 + \frac{1}{1+x^2}\left[1 + \frac{x\beta_\perp^2}{2\gamma\omega_c}(\omega^2\cos^2\theta - \omega_c^2)\right]\right\}, \tag{16}$$

где $x=(\omega_c-\omega)/\gamma$ и γ задается формулой (13). Для π-компонента будем иметь

$$\frac{dP_\pi}{d\omega dO}=\frac{4\pi e^2\omega I_{\vec{k}\pi}}{E\omega_c}\frac{\sin^2\theta}{1+x^2}\left(\operatorname{ctg}\theta\,\frac{\nu\omega_c}{\omega}-\beta_z\sin\theta\right)^2\times$$

$$\times\left\{-1+\frac{1}{2}\alpha_1\beta_\perp^2+\frac{1}{1+x^2}\left[1+\frac{x\beta_\perp^2}{2\gamma\omega_c}(\omega^2\cos^2\theta-\omega_c^2)\right]\right\},\tag{17}$$

$$\alpha_\nu=\frac{\beta_z\omega_{if}-\omega\cos\theta+\cos\theta/\omega\,(\omega^2\cos^2\theta-\omega_{if}^2)}{\nu\omega_c\sin\theta\,(\beta_z\sin\theta-\nu\omega_c/\omega\operatorname{ctg}\theta)}.$$

Сравнение (16)—(17) с соответствующими формулами работ [1, 2], показывает, что произведенный учет различия формы линий поглощения и испускания приводит к некоторому изменению результатов. В самом деле, положим для сравнения с [1] $\beta_z=0$, $\theta=\frac{\pi}{2}$. Тогда π-компонент излучения с электронами не взаимодействует, а мощность излучения σ-компонента можно представить так:

$$\frac{dP_\sigma}{d\omega dO}=\frac{4\pi e^2c}{\gamma E}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)I_{\vec{k}\sigma}\frac{1}{1+x^2}\varphi(x);\quad \varphi(x)=-1+\frac{1-\beta_\perp^2x\omega_c/2\gamma}{1+x^2}.\tag{18}$$

Возможность усиления оказывается в принципе не связанной с определенным значением времени жизни (ср. [1]). Отрицательное поглощение имеет место при любом $\gamma\neq0$ в интервале значений x

$$-\beta_\perp^2\omega_c/2\gamma<x<0,\tag{19}$$

т. е. при смещении частоты вправо от резонансного значения. При этом резкий максимум имеет место в точке $x\approx-1$, что в нашем случае отвечает относительной расстройке

$$(\omega-\omega_c)/\omega_c\approx0{,}0049\beta_\perp^2.\tag{20}$$

В ультрарелятивистском случае отношение

$$\gamma_{\text{рад}}/\omega_c=\frac{e^2}{\hbar c}\frac{5}{2\sqrt{3}}\frac{\beta_\perp}{\sqrt{1-\beta^2}}\tag{21}$$

может, вообще говоря, не быть малым. Именно, начиная с энергий порядка 50 *Мэв* происходит эффективное перекрывание уровней за счет радиационного уширения. Рассмотрим вначале случай энергий не более нескольких десятков *Мэв*, когда перекрывания нет и вынужденные переходы возникают лишь на одной гармонике ν. Подставляя (14) в (11) и выполняя дифференцирование, получим для мощности излучения:

$$\frac{dP_\lambda^{(\nu)}}{d\omega dO}=\frac{8\pi e^2c}{\gamma E}\frac{\nu\omega_c}{\omega}I_{\vec{k}\lambda}\frac{1}{1+x^2}\left(R_\lambda+\frac{1}{1+x^2}Q_\lambda\right);\quad x=\frac{\omega_{if}-\omega}{\gamma},$$

$$R_\sigma=\left(\frac{3}{2}\beta_\perp^2\frac{\omega_{if}}{\nu\omega_c}-\frac{1}{2}\right)I_\nu'^2+\frac{z^2-\nu^2}{z}I_\nu'I_\nu;\quad R_\pi=\left(\frac{\nu\omega_c}{\omega}\operatorname{ctg}\theta-\beta_z\sin\theta\right)^2\times$$

$$\times\left[I_\nu^2\left(\frac{1}{2}\frac{\omega_{if}}{\nu\omega_c}\frac{1}{2\beta_\perp^2}-\alpha_\nu\right)-\frac{z}{\beta_\perp^2}I_\nu'I_\nu\right];$$

$$Q_\sigma = I_\nu'^2 \left[1 - \frac{\beta_\perp^2 \omega_{if}}{\nu\omega_c} + \frac{x\beta_\perp^2}{\gamma\nu\omega_c} (\omega^2 \cos^2\theta - \omega_{if}^2) \right];$$

$$Q_\pi = \left(\frac{\nu\omega_c}{\omega} \operatorname{ctg}\theta - \beta_z \sin\theta \right)^2 \frac{I_\nu^2}{I_\nu'^2} \frac{1}{\beta_\perp^2} Q_\sigma. \tag{22}$$

Входящие в эти формулы бесселевы функции при больших ν заметно отличны от нуля только когда $z \sim \nu$, что в рассматриваемой ультрарелятивистской области означает

$$\theta \sim \Phi = \operatorname{arctg} \frac{\beta_\perp}{\beta_z}; \quad \eta = \frac{\beta_\perp \sin\theta}{(1 - \beta_z \cos\theta)} \sim 1.$$

Мощность излучения π-компонента оказывается при этих условиях пропорциональной квадрату относительной расстройки $\frac{\omega_{if} - \omega}{\nu\omega_c}$ и, следовательно, мала. Мощность излучения σ-компонента при $\theta = \Phi$, $\beta \sim \eta \sim 1$ может быть представлена в виде

$$\frac{dP_\sigma^{(\nu)}}{d\omega dO} = \frac{8\pi e^2 c}{\gamma E} \frac{\nu\omega_c}{\omega} I_{\vec{k}\sigma} \frac{1}{1 + x^2} \left(A + Bx + \frac{C + Dx + Fx^2}{1 + x^2} \right). \tag{23}$$

Для коэффициентов A, B, C, D, F при $1 \ll \nu \ll (1 - \eta^2)^{-3/2}$, когда справедливы аппроксимации [9]

$$I_\nu \sim 0{,}45/\nu^{1/3}, \quad I_\nu' \sim 0{,}41/\nu^{2/3},$$

получаются следующие значения:

$$A \simeq 0{,}17\nu^{-4/3} - 0{,}18(1 - \eta^2), \quad B \simeq -0{,}37\gamma/\nu\omega_c,$$
$$C \simeq 0{,}17\nu^{-4/3}(1 - \eta^2), \quad D \simeq -0{,}17\omega_c/\gamma\nu^{1/3}, \tag{24}$$
$$F \simeq 0{,}37(1 - \eta^2) - 0{,}34\nu^{-4/3}(\operatorname{ctg}^2\theta(1 - \eta^2) + 1).$$

Если угол θ не близок к нулю или π, то $A + F \approx -A$, при этом $A > 0$ для $\nu < \nu_{кр}$ и $A < 0$ для $\nu > \nu_{кр}$, где

$$\nu_{кр} \simeq \left(\frac{0{,}91}{1 - \eta^2} \right)^{3/4}. \tag{25}$$

Поэтому в области $|x| < 1$ мощность (23), положительная со стороны отрицательных x, меняет знак в точке $x_0 > 0$ при $\nu < \nu_{кр}$ и $x_0 < 0$ при $\nu > \nu_{кр}$. Резонансное усиление ($x = 0$) возможно ввиду этого при $\nu < \nu_{кр}$, что согласуется с выводами [3].

При энергиях больших 50 *Мэв*, когда отношение (21) может быть большим, излучение или поглощение фотона $\hbar\omega$ не может быть приписано одному квантовому переходу и полная вероятность этих процессов должна равняться сумме вероятностей переходов с различными ν, лежащими в интервале $\Delta\nu = 2\gamma/\omega_c$ около значения $\nu \sim \frac{\omega}{\omega_c}(1 - \beta_z \cos\theta)$. Суммарная мощность излучения, очевидно, запишется так;

$$\frac{dP_\lambda}{d\omega dO} = \sum_\nu \frac{dP_\lambda^{(\nu)}}{d\omega dO}, \tag{26}$$

где для $P_\lambda^{(\nu)}$ нужно использовать выражение (22) (формулы (22) — (23) перестают быть справедливыми при $\gamma/\omega_c \gg 1$).

Рассмотрим случай слаборелятивистских энергий электрона, когда уширение обязано в основном времени пролета (15).

Для мощности излучения найдем:

$$\frac{dP_\lambda}{d\omega dO}=\frac{2\pi e^2c}{\gamma E}\frac{\omega_c}{\omega}\frac{I_{\vec{k}\lambda}}{1+x^2}\left(\varphi_\lambda+\Psi_\lambda\frac{1}{1+x^2}\right);\quad x=\frac{\omega_c-\omega}{\gamma}. \qquad (27)$$

$$\varphi_\sigma=-1+\frac{\beta_\perp^2}{2\beta_z}\frac{\beta_z\omega_{if}-\omega\cos\theta}{\omega_c};\quad \varphi_\pi=\varphi_\sigma+\alpha_1\beta_\perp^2;$$

$$\Psi_\lambda=\frac{\beta_\perp^2}{\beta_z}\frac{\omega\cos\theta-\beta_z\omega_{if}}{\omega_c}+\frac{x}{\gamma}\frac{\beta_\perp^2}{\omega_c}(\omega^2\cos^2\theta-\omega_{if}^2).$$

Из (27) видно, что в данном случае влияние производных от γ сказывается, если $\beta_\perp^2\sim\beta_z$. Условие же малости $\gamma_{\text{рад}}$ по сравнению с $\gamma_{\text{пр}}$ означает $\beta_z/\beta_\perp^2\gg 3Hl_z 10^{-6}$. Иначе говоря, зависимость времени пролета от энергии сказывается на результатах при условии $Hl_z\ll 10^{-6}$.

Как и в предыдущем случае, мощность (27) положительна со стороны отрицательных x, при этом точка, в которой P_λ меняет знак, зависит от соотношения β_z и $\cos\theta$.

Все вышеизложенное относится к случаю возбуждения узким спектром, т. е. $\Delta\omega\ll\gamma$, при моноэнергетическом распределении электронов по импульсам. Если эффективная ширина фактора $g(\omega\theta p_\perp p_z)$ оказывается меньше соответствующей ширины функции $I_{\vec{k}\lambda}$ или функции распределения электронов по импульсам хотя бы для одной из четырех переменных, от которых зависит g, получаются существенно иные результаты [10, 11].

Авторы благодарят проф. А. А. Соколова, а также В. Ч. Жуковского и Б. А. Лысова за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schneider J. Phys. Rev. Lett., 2, 504, 1959.
2. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, **166**, 133, 1966. См. также «Синхротронное излучение», сб. статей под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова, М., «Наука», 1966.
3. Schneider J. Zeitschrift für Naturforschund, **15a**, 484, 1960.
4. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
5. Merzbacher. Quantum Mechanis. N. Y., 1962.
6. Вейлстеке А. Основы теории квантовых усилителей и генераторов. М., ИЛ, 1963.
7. Лурье А. И. Операционное исчисление и его приложение к задачам механики. М.— Л., ГИТТЛ, 1951.
8. Бонч-Бруевич А. М., Ходовой В. А. «Успехи физических наук», 85, 3, 1965.
9. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М., «Наука», 1964.
10. Жуковский В. Ч., Коровин Ю. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон. № 3, 65, 1967.

Поступила в редакцию
25. 7 1967 г.

Кафедра
теоретической физики