4. Волосов В. М., Медведев Г. Н., Моргунов Б. И. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 6, 1965.
5. Медведев Г. Н. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 4, 1966.

Поступила в редакцию
24. 4 1967 г.

Кафедра
математики

УДК 530.145 : 539.12.01

В. Б. ГОСТЕВ, В. А. САНЬКО

ОДНОЧАСТИЧНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

В последнее время в ряде работ (см., например [1]) был детально исследован V—θ-сектор модели Ли [2—4]. Удалось найти точное решение [5] и для модели Ли, в V—θ-сектор которой добавлена тяжелая частица [7].

В настоящей статье рассматривается обобщение модели Ли в двух направлениях: добавляется третья тяжелая частица и скалярное взаимодействие заменяется псевдоскалярным (введением спина фиксированных фермионов) [8, 9]. Эти усложнения делают модель более реалистичной. В частности, они дают возможность рассматривать некоторые особенности рассеяния K-мезонов на нуклонах [9], а также выявляют ряд новых черт рассеяния легких частиц на фиксированном источнике (угловое распределение).

Точное решение интегральных уравнений для волновых функций состояний дискретного спектра и рассеяния, к сожалению, не найдено, несмотря на то, что оно существует для подобной модели со скалярным взаимодействием [5, 6]. Однако все качественные характеристики модели удается проследить путем приближенного решения этих уравнений методом замены ядер вырожденными [10]. Метод дает возможность исследовать те особенности модели, которые теория возмущения (ряд Неймана) не обнаруживает. Решения, найденные таким методом для трехчастичной модели со скалярным взаимодействием [11], очень близки к точным [6].

Гамильтониан системы бесспиновых бозонов θ, взаимодействующих с фиксированными фермионами A, B, C со спином 1/2 возьмем в виде

$$H = m_{0A} A^+A + m_{0B} B^+B + m_c C^+C + \int d\vec{k}\, \omega(k)\, d^+(\vec{k})\, d(\vec{k}) +$$
$$+ \lambda_{01}\left[\int d\vec{k} u_k A^+ \vec{\sigma}\vec{k}\, B d(\vec{k}) + \text{э. с.}\right] + \lambda_{02}\left[\int d\vec{k} u_k B^+ \vec{\sigma}\vec{k}\, C d(\vec{k}) + \text{э. с.}\right], \tag{1}$$

где $A = a_\alpha A_\alpha$, $B = b_\alpha B_\alpha$, $C = c_\alpha C_\alpha$ (здесь и далее по повторяющимся индексам проводится суммирование), $A_\alpha (A_\alpha^+)$, $B_\alpha (B_\alpha^+)$, $C_\alpha (C_\alpha^+)$ и $d(\vec{k})$ $(d^+(\vec{k}))$ — операторы уничтожения (рождения) A, B, C частиц со спином α $(\alpha = \pm 1/2)$ и θ-частиц с импульсом $\vec{k}$; a_α, b_α, c_α — постоянные единичные спиноры; σ_i — матрицы Паули (σ_3 — диагональна); $u(\omega_k)$ — формфактор, обеспечивающий сходимость всех встречающихся интегралов $\left(u_k = \dfrac{1}{\sqrt{2\omega}}\right.$ для точечного $\left.\text{источника}\right)$, $\omega = \sqrt{k^2+1}$, $k^2 = \vec{k}\vec{k}$, θ— частица имеет единичную массу $\hbar = c = 1$.

Одночастичные $|A)$-состояния — дискретные нормированные собственные состояния гамильтониана (1) с энергией m_A, переходящие при выключении взаимодействий λ_{01}, λ_{02} в $A_\alpha^+|0>$ ($|0>$ — вакуум), ищем в виде

$$|A_\alpha) = Z_A^{1/2}\Big[\delta_{\alpha\beta} A_\beta^+ + \int d\vec{k}\, \psi_{\beta\alpha}(k)\, B_\beta^+ d^+(\vec{k}) +$$
$$+ \frac{1}{\sqrt{2}}\int d\vec{k}\, d\vec{l}\, \chi_{\beta\alpha}(k, l)\, C_\beta^+ d^+(\vec{k})\, d^+(\vec{l})\Big]\Big|0>. \tag{2}$$

После перенормировок массы B-частицы и константы связи λ_{02}, аналогичных перенормировкам в модели Ли [4, 9], с помощью уравнения Шредингера находим интегральное уравнение для волновой функции $\psi_{\beta\alpha}$

$$h(\omega_0+b-\omega)\,\psi_{\beta\alpha}=Z_B\lambda_{01}\,u_k\,b_\beta^+\vec{\sigma}\,\vec{k}\,a_\alpha-\gamma\int\frac{d\vec{l}\,b_\beta\,(\vec{\sigma}\,\vec{l})\,(\vec{\sigma}\vec{k})\,b_\gamma\,\psi_{\gamma\alpha}(l)}{(\omega_k+\omega_l-\omega_0-b-i\varepsilon)},\tag{3}$$

где $\omega_0=m_A-m_B$ (A-частица стабильна), m_B — перенормированная масса B-частицы; $b=m_B-m_C<1$ (B-частица стабильна); $\gamma=\lambda^2=Z_B\lambda_{02}^2$ — квадрат перенормированной постоянной связи;

$$Z_B=1+4\pi\gamma\int_1^\infty\frac{(\omega^2-1)^{3/2}\,\omega\,d\omega\,u^2(\omega)}{(\omega-b)^2},$$

$$h(\omega)=(\omega-b)\left[1+4\pi\gamma(\omega-b)\int_1^\infty\frac{(\omega'^2-1)^{3/2}\,\omega'\,d\omega'\,u^2(\omega')}{(\omega'-b)^2(\omega'-\omega-i\varepsilon)}\right].$$

Исходя из вида A-состояний (2) и соответствующих состояний в модели Ли [9], ищем решение уравнений (3) в форме

$$\psi_{\beta\alpha}(k)=\frac{u_k b_\beta^+\,[\sigma_3k_3(2c(\omega)+d(\omega))+(\sigma_1k_1+\sigma_2k_2)\,(d(\omega)-c(\omega))]\,a_\alpha}{3h(\omega_0+b-\omega)}\tag{4}$$

Для инвариантной функции $c(\omega)$ получаем однородное уравнение

$$c(\omega)=\frac{2}{3\pi}\int_1^\infty\frac{Imh(\omega')\,c(\omega')\,d\omega'}{h(\omega_0+b-\omega')\,(\omega'+\omega-\omega_0-b-i\varepsilon)},\tag{5}$$

а для $d(\omega)$ — неоднородное

$$d(\omega)=3\lambda_{01}Z_B-\frac{1}{3\pi}\int_1^\infty\frac{Imh(\omega')\,d(\omega')\,d\omega'}{h(\omega_0+b-\omega')(\omega'+\omega-\omega_0-b-i\varepsilon)},\tag{6}$$

где

$$Imh(\omega)=4\pi\gamma u^2\omega^2(\omega)\,(\omega^2-1)^{3/2}\,\theta(\omega-1).$$

Для быстро убывающих формфакторов в уравнении (6) в знаменателе подынтегрального выражения можно заменить $(\omega'+\omega-\omega_0-b-i\varepsilon)$ на $(1+\omega-\omega_0-b-i\omega)$. Некоторые оценки погрешности, связанной с этой заменой, приведены в статье [11]. После замены находим решение для $d(\omega)$

$$d(\omega)=3\lambda_{01}Z_B\left(1+\frac{T(\omega_0,\gamma)}{1W(\omega_0,\gamma)}\;\frac{1}{1+\omega-\omega_0-b-i\varepsilon}\right),\tag{7}$$

где

$$T(\omega_0,\gamma)=-\frac{1}{3\pi}\int_1^\infty\frac{Imh(\omega)\,d\omega}{h(\omega_0+b-\omega)}>0,$$

$$W(\omega_0,\gamma)=-\frac{1}{3\pi}\int_1^\infty\frac{Imh(\omega)\,d\omega}{h(\omega_0+b-\omega)\,(1+\omega-\omega_0-b-i\varepsilon)}>0.$$

Одного этого решения достаточно для определения уровней энергии $|A)$-состояния. Действительно, проекция уравнения Шредингера на $A_\alpha^+|0>$, являющаяся характеристическим уравнением, не содержит $c(\omega)$:

$$b_0-\omega_0=\frac{\lambda_{01}}{3\pi\gamma}\int_1^\infty\frac{Imh(\omega)\,d(\omega)\,d\omega}{h(\omega_0+b-\omega)}=-\frac{3\gamma_{01}^2\,Z_B\,T(\omega_0,\gamma)}{\gamma\,(1-W(\omega_0,\gamma))};\tag{8}$$

здесь $b_0=m_{0A}-m_B$.

Найдем уровни $|A_\alpha)$-состояния $\omega_0(\gamma, \lambda_{01}^2)$ из (8) и подставим их значения в однородное фредгольмовское уравнение (5). Уравнение (5) имеет ненулевое решение только при определенных значениях $\omega_0(\gamma)$, не совпадающих с корнями уравнения (8), поэтому

$$c(\omega) = 0. \tag{9}$$

Выражения (7) и (9) через равенство (4) полностью определяют волновую функцию $\psi_{\beta\alpha}(k)$ и связанную с ней уравнением Шредингера функцию $\chi_{\beta\alpha}(\vec{k}, \vec{l})$

$$\chi_{\beta\alpha}(\vec{k}, \vec{l}) = -\frac{\lambda_{0z}[u_k C_\beta^+ \vec{\sigma}\vec{k}\, b_\gamma \psi_{\gamma\alpha}(\vec{l}) + u_l C + \vec{\sigma}\vec{l}\, b_\gamma \psi_{\gamma\beta}(\vec{k})]}{\sqrt{2}\,(m_A - m_c - \omega_l - \omega_k - i\varepsilon)}.$$

Из-за однородности уравнения (7) вклад функции $C(\omega)$ в волновую функцию одночастичных состояний исчезает.

Для рассматриваемой псевдоскалярной модели сохраняется качественный результат скалярной модели [11]: поскольку и та и другая модели содержат в волновой функции и характеристическом уравнении по одному резонансному множителю, то и в псевдоскалярной модели возможно появление двух одночастотных $|A\alpha)$-состояний, соответствующих одному затравочному, при достаточно сильной связи γ. Это следует из уравнения (8) и неравенства $W(\gamma_k, 1) > 1$,
где

$$\gamma_k = \left[\int \frac{d\vec{k}k^2\, u^2(\omega)}{(b-\omega)^2}\right]^{-1}$$

критическое значение перенормированной постоянной связи [3].

Основное отличие от скалярной модели для одночастичных состояний заключается в угловой зависимости волновых функций (4) и увеличении степени расходимости интегралов на два порядка (из-за множителя $(\vec{\sigma}\vec{k})^2$). Более существенные отличия, возникающие при рассмотрении рассеяния θ-частиц, будут исследованы особо.

В заключение приносим глубокую благодарность В. И. Григорьеву за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vaughn M. T. Nuovo Cim., **40A**, 803, 1965.
2. Lee T. D. Phys. Rev., **95**, 1329, 1954.
3. Челлен Г., Паули В. «Успехи физич. наук», **60**, 425, 1956.
4. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М., ИЛ, 1963.
5. Bronzan J. B. Phys. Rev., **139B**, 751, 1965.
6. Гостев В. Б., Френкин А. Р. ДАН СССР, **169**, 1300, 1966; **170**, 803, 1966.
7. Haber-Schaim V., Thirring. Nuovo Cim., **2**, 100, 1955.
8. Зельдович Я. Б. ЖЭТФ, **33**, 1488, 1957.
9. Chew H. Phys. Rev., **132**, 2756, 1963.
10. Михлин С. Г., Смолицкий Х. Л. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. М., «Наука», 1965.
11. Гостев В. Б. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 5, 48, 1966; № 6, 49, 1966.

Поступила в редакцию
21. 6 1967 г.

Кафедра
квантовой теории

УДК 538.245

Н. В. ВОЛКОВА

ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОБМЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ДЛЯ ФЕРРИТОВ С ДВУМЯ СОРТАМИ МАГНИТНЫХ ИОНОВ

Как известно, магнитные свойства ферритов определяются обменными взаимодействиями внутри и между подрешетками. В частности, зная обменные интегралы, можно построить температурные зависимости намагниченностей подрешеток феррита.