Если в качестве коллектора использовать флуоресцирующий экран, то почти во всех случаях при различных комбинациях давления $p$=от $10^{-2}$ до $10^{-3}$ *тор*, напряжения $v$ от 1 до 10 *кв* тока $j$ от 0,1 до 10 *ма*, на экране наблюдалась картина наиболее ярко светящихся симметрично расположенных пятен, подобная распределению пятен в осадке. Независимо от кристаллической структуры катода в большинстве случаев первоначально на экране появляются ярко светящиеся четыре пятна (по вершинам квадрата или прямоугольника). С увеличением ускоряющего напряжения начинает светится центральное пятое пятно, и картина дискретных пятен может перейти в крестообразную фигуру. Экспериментально было установлено, что светящаяся симметричная картина образуется попаданием на экран отрицательно заряженных частиц. При неизменных параметрах распыления светящаяся картина на экране достаточно стабильна и в некоторых случаях ее удается зафиксировать на фотопластинке, помещенной вместо экрана (рис. 3). Излучение, возникающее на коллекторе, обладает способностью проникать сквозь катод и тоже может быть зафиксировано на фотопластинке [10]. В этом случае в качестве катода использовали фольгу толщиной от 25 до 700 *мк* из различных веществ, а ускоряющее напряжение $v=7$ *кв*.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Wehner G. K. J. Appl. Phys., **25**, 270, 1954.
2. Wehner G. K. J. Appl. Phys., **26**, 1056, 1955.
3. Nelson R. S, Thompson M. W. Proc. Roy. Soc., **A 259**, 458, 1961.
4. Rol P. K., Fluit J. M., Kisteroker J. Proc. 3 rd, Int, Conf. Ionz Pehn, Gases Venie 1957, p. 871.
5. Koedam M. Physica, **25**, 742, 1959.
6. O'Brain C. D., Lindner A., Moore W. J. J. Chem. Phys., **29**, 3, 1958.
7. Cobic B., Perovic B. Proc 4 th Int. Conf. Ionz Phen, Cases, Uppsala, 1959, p. 260.
8. Wehner G. K., Rosenberg D. J. Appl, Phys., **31**, 177, 1960.
9. Крохина А. И., Спивак Г. В. «Изв. АН СССР, сер. физич., **24**, 6, 694, 1960.
10. Крохина А. И. Тезисы докладов на XIII Всесоюзной конференции по эмиссионной электронике. МГУ, 1968.



Поступила в редакцию
5. 7 1967 г.



Кафедра
электроники



УДК 538.3 : 530.145



**В. Г. БАГРОВ, Л. И. КОРОВИНА, Б. В. ХОЛОМАЙ**


# ОДНОФОТОННОЕ РОЖДЕНИЕ ПАРЫ ЭЛЕКТРОН—ПОЗИТРОН В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рождение электрон—позитронной пары одним фотоном возможно только в присутствии внешнего поля. Для случая магнитного поля такой процесс рассматривался впервые в [1]. Однако в [1] изучалась лишь полная вероятность рождения, просуммированная по спинам рождающихся частиц. Достаточно очевидно, что магнитное поле выделяет в пространстве преимущественное направление, и следует ожидать, что вероятность рождения пары существенным образом зависит от ориентации спинов рождающихся частиц.

Рождение пары электрон—позитрон удобно рассмотреть методом дырочной теории, в которой позитрон интерпретируется как электрон в состоянии с отрицательной энергией. Решение уравнения Дирака в постоянном и однородном магнитном поле, направленном по оси $z$ декартовой системы координат, можно записать в виде

$$\Psi(\vec{r}, t) = \frac{e^{-ic\varepsilon Kt + ik_1x + ik_3z}}{L} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\varepsilon\frac{k_0}{K}\right)} AU_{n-1}(p) \\ \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\varepsilon\frac{k_0}{K}\right)} BU_n(p) \\ \varepsilon\frac{k_3A-\sqrt{2\gamma n}\,B}{\sqrt{2K(K+\varepsilon k_0)}} U_{n-1}(p) \\ -\varepsilon\frac{k_3B+\sqrt{2\gamma n}\,A}{\sqrt{2K(K+\varepsilon k_0)}} U_n(p) \end{pmatrix}, \quad p=\sqrt{\gamma}\,y-\frac{k_1}{\sqrt{\gamma}}. \qquad (1)$$

Здесь $\varepsilon = 1$ соответствует электрону, $\varepsilon = -1$ — позитрону, энергия $F = c\hbar K = c\hbar\sqrt{k_0^2 + k_3^2 + 2\gamma n}$ и введены обозначения:

$$k_0 = \frac{mc}{\hbar}, \quad \gamma = \frac{eH}{c\hbar}, \quad U_n(p) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \sqrt[4]{\frac{\gamma}{n}} e^{-\frac{p^2}{2}} H_n(p).$$

$H_n(p)$ — полином Эрмита. Произвольные постоянные $A$ и $B$ удовлетворяют условию $AA^+ + BB^+ = 1$.

Для определения $A$ и $B$ потребуем, чтобы волновая функция (1) была собственной для оператора поперечной поляризации (см. [2])

$$L = [mc\sigma_3 + \rho_2(\sigma_1 P_2 - \sigma_2 P_1)] \cos\eta + \rho_3(\sigma_1 P_2 - \sigma_2 P_1) \sin\eta,$$

где $\rho$, $\sigma$ — матрицы Дирака, $\vec{P}$ — кинетический импульс, $\eta$ — угол между направлением спина и магнитным полем. Уравнение $L\Psi = \varepsilon\zeta\hbar\lambda\Psi$, $\zeta = \pm 1$ выполняется при

$$\lambda = \sqrt{k_0^2 \cos^2\eta + 2\gamma n},$$

$$A = \zeta\varepsilon\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \zeta q)}\, e^{-i\frac{\Phi}{2}}, \quad q = \frac{K(K + \varepsilon k_0) - k_3^2}{\lambda(K + \varepsilon k_0)} \cos\eta,$$

$$B = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \zeta q)}\, e^{i\frac{\Phi}{2}}, \quad \operatorname{tg}\Phi = \varepsilon\frac{K + \varepsilon k_0}{k_3} \operatorname{tg}\eta,$$

$\zeta = 1$ соответствует ориентации спина по направлению, составляющему угол $\eta$ с магнитным полем, $\zeta = -1$ против этого направления.

Вероятность рождения пары одним фотоном частоты $\omega = c\varkappa$ имеет вид [1]

$$W = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar\varkappa L^3} \sum ([\vec{\alpha}\,\vec{\varkappa}_0]\,[\vec{\alpha}^+\vec{\varkappa}_0]),$$

$$\vec{\alpha} = \int \Psi^{+\prime}(\vec{r})\, e^{-i(\vec{\varkappa}\vec{r})}\, \rho_1 \vec{\sigma}\Psi(\vec{r})\, d^3x,$$

$$\vec{\varkappa}_0 = \frac{\vec{\varkappa}}{\varkappa},$$

где штрих относится к позитрону и сумма подразумевает интегрирование и суммирование по квантовым числам рождающихся частиц. Можно показать, что если фотон движется строго вдоль поля, то вероятность рождения равна нулю. Следовательно, достаточно рассмотреть фотон, движущийся под ненулевым углом к оси $z$. А тогда, не изменяя величины поля, можно выбрать такую систему координат, в которой фотон движется ортогонально полю. Будем рассматривать тот же, что и в [1] случай. Расчет проведем в предположении, что рождающийся электрон и позитрон движутся по своим орбитам с релятивистскими скоростями (т. е. энергия падающего фотона достаточно велика). В математическом плане это соответствует разложению вероятности рождения по малой величине:

$$\varepsilon_0 = \frac{\omega_0}{\omega} \ll 1, \quad \omega_0 = ck_0 = 1{,}2\cdot 10^{20} \text{ гц}.$$

Суммирование по квантовому числу $n$ электрона и $n'$ позитрона можно заменить интегрированием ввиду квазинепрерывности спектра.

Опуская подробности малоинтересных и громоздких расчетов, приведем полную вероятность рождения пары, просуммированную по всем конечным состояниям, кроме спиновых:

$$W(\text{эл}) = \frac{1}{T_0} \cdot \frac{H}{H_0} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3\pi\xi} \cdot \varphi(\xi), \quad \varphi(\xi) = \int_0^\infty S(\text{эл})\, dy,$$

$$S(\text{эл}) = \frac{1 + \zeta\zeta'}{2} \left\{ \frac{\operatorname{sh}^2 y}{\operatorname{ch}^2 y} K_{2/3}(x) + \frac{4\operatorname{sh}^2 y}{\xi} K_{1/3}(x) - \zeta\cos\eta \frac{\operatorname{sh} y}{\operatorname{ch} y} K_{1/3}(x) \right\} + \tag{2}$$

$$+ \frac{1 - \zeta\zeta'}{2} \left\{ K_{2/3}(x) - \zeta\cos\eta K_{1/3}(x) \right\},$$

где введены обозначения: $T_0 = \frac{\hbar^2}{e^2 mc} = 1,76 \cdot 10^{-19}$ *сек*,

$$H_0 = \frac{2}{3} \frac{m^2 c^3}{e\hbar} = 2,9 \cdot 10^{13} \text{ ое}, \quad \xi = \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{H}{H_0}, \quad x = \frac{4\text{ch}^2 y}{\xi},$$

$K_\mu(x)$ — функции Макдональда. С помощью этих функций аппроксимируем функции Лагерра, как это сделано в [3]. Спин $\zeta$ относится к электрону, $\zeta'$ — к позитрону. Величина $\xi$ аналогична соответствующему квантовому параметру в теории синхротронного излучения, см. [3]. Аналогичные расчеты были проведены для бесспиновых частиц (бозонов). В этом случае получим

$$S(\text{б}) = \frac{1}{\text{ch}^2 y} K_{2/3}(x) - \frac{4\text{ch}^2 y}{\xi} K_{1/3}(x). \tag{3}$$

Интегрирование по $y$ в (2) и (3) в общем виде провести не представляется возможным. Рассмотрим предельные случаи.

В случае малых $\xi$, что соответствует $H \ll H_0 \frac{\omega_0}{\omega}$, первые члены разложения по $\xi$ приводят к выражениям

$$W(\text{эл}) = W_0 \left( \frac{1+\zeta\zeta'}{12} + (1-\zeta\cos\eta) \frac{1-\zeta\zeta'}{6} \right),$$

$$W(\text{б}) = \frac{W_0}{6} \qquad W_0 = \frac{1}{T_0} \cdot \frac{H}{H_0} \frac{\sqrt{6}}{16} e^{-\frac{4}{\xi}},$$

где $W_0$ — полная (просуммированная по спинам) вероятность рождения пары фермионов, полученная еще в [1]. Отсюда видим, что вероятность рождения пары бесспиновых частиц (бозонов) в 6 раз меньше вероятности рождения фермионной пары. Следовательно, «общая роль спина» в рождении пары оказывается существенной.

Наиболее интересны спиновые эффекты при ориентации спинов на направление магнитного поля ($\eta=0$). Рассматривая рождение пары ферминов с одинаково ориентированными спинами ($\zeta=\zeta'$), $W(\zeta=\zeta') = \frac{W_0}{6} = W(\text{б})$, видим, что этот процесс столь же вероятен, как и процесс рождения пары бозонов, причем отдельно от $\zeta$ и $\zeta'$ вероятность не зависит. Рождение пары со спинами, ориентированными против поля ($\zeta=-1$) для электрона и по полю ($\zeta'=1$) для позитрона

$$W(\zeta=-1, \zeta'=1) = \frac{2}{3} W_0,$$

наиболее вероятно, тогда как пара со спинами, ориентированными по полю ($\zeta=1$) для электрона и против ($\zeta'=-1$) для позитрона

$$W(\zeta=1, \zeta'=-1) = 0$$

вообще не рождается.

В другом крайнем случае больших $\xi$ имеем

$$W(\text{эл}) = W_1 \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2}{5}\zeta\zeta'\right), \quad W(\text{б}) = \frac{W_1}{5},$$

$$W_1 = \frac{1}{T_0} \frac{H}{H_0} \frac{10\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}{7 \cdot \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)} \xi^{-1/3}.$$

Величина $W_1$ — полная вероятность рождения, так же была получена в [1]. В этом случае вероятность рождения бозонной пары в 5 раз меньше, чем фермионной. Таким образом, можно сделать вывод, что наличие спина способствует рождению пары частиц. Фермионная пара с различно ориентированными спинами ($\zeta=-\zeta'$)

$\zeta_1 = -\zeta_1'$

$$W(\zeta = -\zeta') = \frac{7}{20} W_1$$

рождается чаще, чем пара со спинами одинаковой ориентации

$$\zeta = \zeta', \quad W(\zeta = \zeta') = \frac{3}{20} W_1.$$

В этом случае вероятность не зависит отдельно от $\zeta$ и $\zeta'$.

Таким образом, приходим к общему заключению, что вероятность однофотонного рождения пары частиц в магнитном поле существенно зависит от ориентации спинов этих частиц по отношению к направлению магнитного поля.

Авторы благодарят профессора И. М. Тернова за полезные дискуссии.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Клепиков Н. П. ЖЭТФ, **26**, стр. 19, 1954.
2. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А. «Изв. вузов», физика, **4**, 41, 1967.
3. Сб. «Синхронное излучение». М., «Наука», 1966.


Поступила в редакцию
5. 7 1967 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 551.463; 536.2.023

А. А. ПИВОВАРОВ, Е. П. АНИСИМОВА, Л. А. БУКИНА

# СУТОЧНЫЙ ХОД ТЕМПЕРАТУРЫ ВОДЫ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ПО ГЛУБИНЕ ТУРБУЛЕНТНОМ ОБМЕНЕ И ОБЪЕМНОМ ПОГЛОЩЕНИИ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

В ряде работ отмечено существенное влияние поглощения проникающей в воду суммарной солнечной радиации и изменения с глубиной коэффициента турбулентного обмена тепла на формирование температуры воды в поверхностном слое водоемов. С учетом этих факторов распределение температуры воды по глубине и изменение ее во времени вследствие переноса тепла турбулентным обменом и поглощения лучистой энергии описывается уравнением

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k(z) \frac{\partial t}{\partial z} \right\} + \frac{1-A}{c\rho} J_0 \sum_{m=1}^{\nu} I_m \beta_m e^{-\beta_m z}, \qquad (1)$$

где $c$, $\rho$, $k(z)$ — теплоемкость, плотность и коэффициент турбулентного обмена тепла, $A$ — альбедо воды, $I_0$ — поток суммарной солнечной радиации, достигающий поверхности воды, $I_m$, $\beta_m$ — относительная доля и коэффициент объемного ослабления $m$-го участка спектра потока $I_0$. Начало координат расположено на поверхности воды, ось $0z$ — направлена вертикально вниз.

Решение уравнения (1) с соответствующими начальными и граничными условиями встречает значительные математические трудности. Обычно принимается некоторая схематизация реального процесса, позволяющая существенно упростить решение задачи, или исследуется влияние какого-либо отдельного фактора на формирование температуры воды. В последнем случае применительно к суточному ходу температуры проводились как исследования влияния изменения $k(z)$ на амплитуду и фазу температурных волн в предположении отсутствия объемных источников тепла, так и исследования влияния объемных источников тепла в предположении постоянного по глубине и во времени коэффициента турбулентного обмена.

Однако, как показано в [1, 2], при наличии четкого суточного хода температуры воды в период весенне-летнего нагрева при безоблачном небе и штилевой погоде коэффициент турбулентного обмена тепла существенно изменяется по глубине, особен-