

$$W(\zeta = -\zeta') = \frac{7}{20} W_1$$

рождается чаще, чем пара со спинами одинаковой ориентации

$$\zeta = \zeta', \quad W(\zeta = \zeta') = \frac{3}{20} W_1.$$

В этом случае вероятность не зависит отдельно от  $\zeta$  и  $\zeta'$ .

Таким образом, приходим к общему заключению, что вероятность однофотонного рождения пары частиц в магнитном поле существенно зависит от ориентации спинов этих частиц по отношению к направлению магнитного поля.

Авторы благодарят профессора И. М. Тернова за полезные дискуссии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Клепиков Н. П. ЖЭТФ, 26, стр. 19, 1954.
2. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А. «Изв. вузов», физика, 4, 41, 1967.
3. Сб. «Синхронное излучение». М., «Наука», 1966.

Поступила в редакцию  
5. 7 1967 г.

Кафедра  
теоретической физики

УДК 551.463; 536.2.023

А. А. ПИВОВАРОВ, Е. П. АНИСИМОВА, Л. А. БУКИНА

### СУТОЧНЫЙ ХОД ТЕМПЕРАТУРЫ ВОДЫ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ПО ГЛУБИНЕ ТУРБУЛЕНТНОМ ОБМЕНЕ И ОБЪЕМНОМ ПОГЛОЩЕНИИ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

В ряде работ отмечено существенное влияние поглощения проникающей в воду суммарной солнечной радиации и изменения с глубиной коэффициента турбулентного обмена тепла на формирование температуры воды в поверхностном слое водоемов. С учетом этих факторов распределение температуры воды по глубине и изменение ее во времени вследствие переноса тепла турбулентным обменом и поглощения лучистой энергии описывается уравнением

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k(z) \frac{\partial t}{\partial z} \right\} + \frac{1-A}{c\rho} J_0 \sum_{m=1}^n I_m \beta_m e^{-\beta_m z}, \quad (1)$$

где  $c$ ,  $\rho$ ,  $k(z)$  — теплоемкость, плотность и коэффициент турбулентного обмена тепла,  $A$  — альbedo воды,  $J_0$  — поток суммарной солнечной радиации, достигающий поверхности воды,  $I_m$ ,  $\beta_m$  — относительная доля и коэффициент объемного ослабления  $m$ -го участка спектра потока  $J_0$ . Начало координат расположено на поверхности воды, ось  $Oz$  — направлена вертикально вниз.

Решение уравнения (1) с соответствующими начальными и граничными условиями встречает значительные математические трудности. Обычно принимается некоторая схематизация реального процесса, позволяющая существенно упростить решение задачи, или исследуется влияние какого-либо отдельного фактора на формирование температуры воды. В последнем случае применительно к суточному ходу температуры проводились как исследования влияния изменения  $k(z)$  на амплитуду и фазу температурных волн в предположении отсутствия объемных источников тепла, так и исследования влияния объемных источников тепла в предположении постоянного по глубине и во времени коэффициента турбулентного обмена.

Однако, как показано в [1, 2], при наличии четкого суточного хода температуры воды в период весенне-летнего нагрева при безоблачном небе и штилевой погоде коэффициент турбулентного обмена тепла существенно изменяется по глубине, особен-

но в тонком приповерхностном слое. Поэтому в качестве первого приближения при совместном влиянии обоих факторов представляется целесообразным провести решение задачи об изменении температуры воды в поверхностном слое водоемов, учитывая объемное поглощение солнечной радиации водой при наиболее простой схеме изменения коэффициента турбулентного обмена тепла с глубиной, а именно:

$$k_z = \begin{cases} k_1 = \text{const} & 0 < z < h \\ k_2 = \text{const} & h < z < \infty \end{cases}, \quad (2)$$

где  $h$  — глубина скачкообразного изменения  $k(z)$ .

В качестве граничных условий примем ход температуры на поверхности воды  $z=0$ :

$$t = \varphi(\tau), \quad (3)$$

равенство температур и потоков тепла на границе  $z = h$

$$t_1 = t_2, \quad c_1 \rho_1 k_1 \frac{\partial t_1}{\partial z} = c_2 \rho_2 k_2 \frac{\partial t_2}{\partial z}, \quad (4)$$

и постоянство температуры на большой глубине в воде.

Будем искать чисто периодическое решение этой задачи для отклонений температуры воды от ее среднесуточного значения.

Отклонение потока падающей суммарной радиации  $I_0(\tau)$  от среднесуточного значения и отклонение хода температуры на поверхности воды представим в виде рядов Фурье:

$$(1 - A) I_0(\tau) = \sum_{n=1}^N B_n^{(1)} \cos n\omega\tau + B_n^{(2)} \sin n\omega\tau = \text{Re} \sum_{n=1}^N B_n e^{-in\omega\tau}, \quad (5)$$

$$\varphi(\tau) = \sum_{n=1}^N A_n^{(1)} \cos n\omega\tau + A_n^{(2)} \sin n\omega\tau = \text{Re} \sum_{n=1}^N A_n e^{-in\omega\tau},$$

где  $B_n = B_n^{(1)} + iB_n^{(2)}$ ,  $A_n = A_n^{(1)} + iA_n^{(2)}$  определяются из разложения в ряд Фурье проникающей под поверхность суммарной радиации и  $\varphi(\tau)$  соответственно.

Решение уравнения (1) с учетом (2) будем также искать в виде

$$t_j = \text{Re} \sum_{n=1}^N V_n f_n(z) e^{-in\omega\tau}. \quad (6)$$

Подставляя предполагаемую форму решения (6) в уравнение (1) и граничные условия (3), (4) с учетом (2), для определения амплитуды температурных волн получим систему двух неоднородных линейных уравнений второго порядка. Решение этой системы, удовлетворяющее граничным условиям, дает функции  $V_{1n}(z)$  и  $V_{2n}(z)$ :

$$V_{1n} = \frac{A_n}{\Phi_n(h)} \Phi_n(h-z) + \frac{B_n}{c\rho\Phi_n(h)} \sum_{m=1}^v \frac{I_m \beta_m}{k_1 \beta_m^2 + i n \omega} W_{1n}^{(1)}(z), \quad (7)$$

$$V_{2n} = \frac{A_n}{\Phi_n(h)} e^{-(1-i)a_2(z-h)} + \frac{B_n}{c\rho\Phi_n(h)} \sum_{m=1}^v \frac{I_m \beta_m}{k_1 \beta_m^2 + i n \omega} W_{2n}^{(2)}(z),$$

где

$$\Phi_n(x) = \text{ch}(1-i)a_{1n}x + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \text{sh}(1-i)a_{1n}x,$$

$$W_{1n}^{(1)}(z) = \Phi_n(h-z) - \Phi_n(h) e^{-\beta_m z} + U_{mn} \left[ \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \beta_m - (1-i)a_{1n} \right] \text{sh}(1-i)a_{1n}z, \quad (8)$$

$$W_{2n}^{(2)}(z) = e^{-(1-i)a_2(z-h)} - \Phi_n(h) \frac{k_1 \beta_m^2 + i n \omega}{k_2 \beta_m^2 + i n \omega} e^{-\beta_m z} - U_{mn} [\beta_m \text{ch}(1-i)a_{1n}h +$$

$$+ (1-i) a_{1n} \operatorname{sh} (1-i) a_{1n} h e^{-(1-i) a_{2n} (z-h)},$$

$$U_{mn} = \frac{\beta_m (k_2 - k_1) e^{-\beta_m h}}{k_2 \beta_m^2 + i n \omega},$$

$$a_{1n} = \sqrt{\frac{n \omega}{2 k_1}}, \quad a_{2n} = \sqrt{\frac{n \omega}{2 k_2}}.$$

Подставляя выражения  $V_{1n}$  и  $V_{2n}$  в (6) и выделяя действительную часть, получаем общее решение сформулированной задачи.

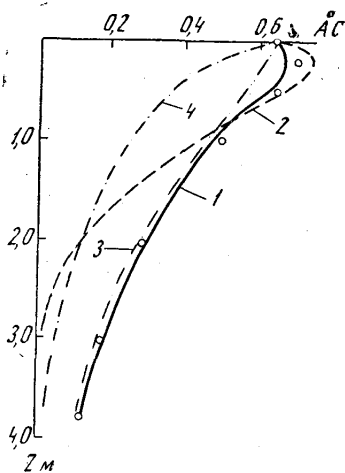
Первые слагаемые (7) дают амплитуды температурных колебаний при переменном коэффициенте турбулентного обмена, но отсутствии объемных источников тепла; слагаемые под знаком суммы отражают влияние поглощения проникающей в воду солнечной радиации.

Полученное решение было использовано для расчета первой гармоники амплитуды температурных колебаний в поверхностном слое Учинского водохранилища. Исходные данные взяты из [1]. Расчеты были проведены при следующих значениях параметров и

исходных данных (все величины даны в системе CGS)  $\varphi = \arctg \frac{A_n^{(2)}}{A_n^{(1)}} = 70^\circ$ ,  $B_n = 0,0104 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2/\text{сек}}$ ,

$A_n = \sqrt{A_n^{(1)2} + A_n^{(2)2}} = 0,64^\circ\text{C}$ ,  $m = 2$ ,  $J_1 = 0,595$ ,  $J_2 = 0,405$ ,  $\beta_1 = 1,43 \text{ м}^{-1}$ ,  $\beta_2 = 9,1 \text{ м}^{-1}$ . В расчетах использовались таблицы входящих в решение гиперболических функций от комплексного аргумента [3].

Результаты расчета представлены на рис. 1, из которого видно существенное влияние как объемного поглощения проникающей в воду солнечной радиации, так и изменения коэффициента турбулентного обмена по глубине. Пренебрежение первым фактором (кривая 4) при одной и той же схеме изменения  $K$  дает значительно более резкое затухание амплитуды температурных волн в близких к поверхности слоях воды, что не согласуется с данными наблюдений. С увеличением глубины расхождение между кривыми 1 и 4 естественно уменьшается вследствие ослабления влияния поглощения солнечной радиации на формирование температуры воды. Решение с учетом объемного поглощения, но при постоянном коэффициенте турбулентного обмена (кривые 2 и 3) также не дает правильного описания хода амплитуды во всем слое распространения температурных колебаний. Согласование с данными наблюдений удастся получить лишь при совместном учете влияния обоих факторов (кривая 1). Выполненные расчеты показывают, что правильное описание формирования температуры поверхностного слоя при весенне-летнем нагреве водоемов требует учета влияния как объемного поглощения проникающей в воду солнечной радиации, так и изменения интенсивности турбулентного обмена по глубине.



Кружками показаны данные измерений. 1 и 4 —  $k_1 = 0,2 \text{ см}^2/\text{сек}$ ,  $k_2 = 1,4 \text{ см}^2/\text{сек}$ , 2 —  $k_1 = k_2 = 0,2 \text{ см}^2/\text{сек}$ , 3 —  $k_1 = k_2 = 1,4 \text{ см}^2/\text{сек}$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пивоваров А. А., Анисимов Е. П. «Метеорология и гидрология», № 2, 1966.
2. Пивоваров А. А., Анисимова Е. П., Букина Л. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 1, 1967.
3. Шкловер А. М. Теплопередача периодических тепловых воздействий. М., Госэнергоиздат, 1952.

Поступила в редакцию  
6. 7 1967 г.

Кафедра  
физики моря и вод суши