

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3—1968

УДК 533.65

Е. Л. КЛОЧАН, П. С. ЛАНДА

ВЛИЯНИЕ СУХОГО ТРЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КРЫЛА САМОЛЕТА В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Аналитически исследуется устойчивость крыла самолета с сухим трением в системе управления элероном при наличии турбулентных возмущений в воздухе. С помощью метода гармонической линеаризации находятся области устойчивости крыла в спокойном воздухе при различных начальных условиях. Используя уравнение Фоккера—Планка, оцениваем среднее время возбуждения нарастающих колебаний крыла, находящегося под действием турбулентных возмущений воздушного потока, для различных значений скорости полета и частоты вращательных колебаний элерона.

При приближенном расчете по методу Бубнова—Галеркина крыло самолета с элероном в стационарном потоке воздуха заменяется некоторой «эквивалентной» колебательной системой с двумя степенями свободы, параметры которой зависят от скорости полета.

Исследование этой системы можно производить либо аналитически, как, например, в [1, 2], либо применяя электронные моделирующие машины [3]. В указанных работах крыло самолета с элероном рассматривалось как линейная колебательная система. Однако на практике в системе управления элероном всегда имеются нелинейные элементы (люфт, сухое трение и т. п.), которые оказывают значительное влияние на характер колебаний и устойчивость крыла. Примеры такого влияния рассмотрены в работах [4, 5].

Если известно, что колебания крыла почти гармонические, приближенное решение задачи о флаттере можно получить аналитическим путем, используя метод гармонической линеаризации (метод Крылова—Боголюбова). Примером применения этого метода к решению нелинейной флаттерной задачи может служить работа [4].

Воздействие турбулентных возмущений на крыло самолета рассматривалось в ряде работ (например, [6]). В этих работах крыло с элероном считалось линейной колебательной системой, и задача о движении такой системы решалась методами теории линейной фильтрации стационарных случайных процессов.

Наличие сухого трения в системе управления элероном приводит к возможности жесткого возбуждения нарастающих колебаний крыла. Исследование статистических характеристик колебаний крыла в этом случае представляет собой интересную и важную задачу, которая не решается методами теории линейной фильтрации¹.

¹ Решение аналогичной задачи на электронной модели приведено в дипломной работе В. В. Бабыкина, выполненной на физическом факультете МГУ в 1960 г.

В настоящей работе проведено аналитическое исследование колебаний крыла самолета с сухим трением в системе управления элероном, изучение влияния турбулентных возмущений воздушного потока на устойчивость крыла, дана оценка среднего времени возбуждения нарастающих колебаний крыла. Решение проводится приближенно при условии, что колебания крыла почти гармонические. При этом для оценки среднего времени возбуждения системы можно использовать уравнение Фоккера—Планка, аналогично тому, как это было сделано в работе [7].

§ 1. Основные уравнения изгибных колебаний крыла с элероном

Применение метода Бубнова—Галеркина дает следующие уравнения для изгибных колебаний крыла и вращательных колебаний элерона (рис. 1):

$$\begin{aligned} M\ddot{h} + S_{\beta}\ddot{\beta} + M\omega_h^2 h &= F_1(\dot{h}, \dot{\beta}, \beta, V) + F_2(V, t), \\ S_{\beta}\ddot{h} + J_{\beta}\ddot{\beta} + J_{\beta}\omega_{\beta}^2 \beta &= M_1(\dot{h}, \dot{\beta}, \beta, V) + M_2(V, t) + M_{\text{тр}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где h и β — обобщенные координаты, характеризующие изгибные колебания крыла и вращательные колебания элерона; $M, J_{\beta}, S_{\beta}, \omega_h$ и ω_{β} — усредненные параметры крыла и элерона, характеризующие соответственно массу крыла, момент инерции и статический момент элерона, собственную частоту изгибных колебаний крыла и собственную частоту вращательных колебаний элерона, определяемую упругостью рычагов и тяг управления; F_1 и M_1 — суммарные аэродинамические силы и момент, действующие на крыло и элерон, движущиеся в воздухе со скоростью V ; F_2 и M_2 — случайные аэродинамические сила и момент, вызванные турбулентным возмущением вертикальной составляющей скорости потока; $M_{\text{тр}}$ — момент силы сухого трения, действующей в системе управления элероном. Считаем, что сила сухого трения подчиняется закону Кулона, т. е.

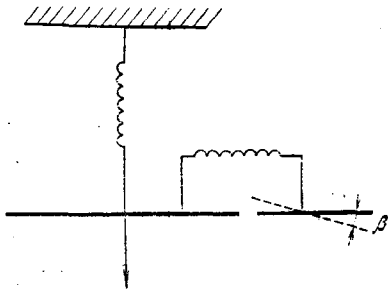


Рис. 1

$$\begin{aligned} M_{\text{тр}} &= -M_{\text{max}} \operatorname{sign} \dot{\beta} \quad \text{при } \dot{\beta} \neq 0 \\ \text{и} \\ -M_{\text{max}} &\leq M_{\text{тр}} \leq M_{\text{max}} \quad \text{при } \dot{\beta} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Для прямоугольного крыла аэродинамические силы и моменты по теории, основанной на гипотезе стационарности [8], выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} F_1 &= \pi \rho b^3 L \left\{ -\frac{2V}{b} \frac{\dot{h}}{b} - \frac{L_3}{L} \alpha \frac{V}{b} \dot{\beta} - \frac{L_3}{L} \gamma \frac{V^2}{b^2} \beta \right\}, \\ M_1 &= \pi \rho b^4 L_3 \left\{ -\delta \frac{V}{b} \frac{\dot{h}}{b} - \zeta \frac{V}{b} \dot{\beta} - \varepsilon \frac{V^2}{b^2} \beta \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$F_2 = 2\pi \rho L b V U, \quad M_2 = \pi \rho b^2 L_3 \delta V U,$$

где ρ — плотность воздуха на заданной высоте, L — длина крыла, L_3 — длина элерона, b — полухорда крыла, V — горизонтальная скорость по-

лета, U — случайная вертикальная скорость, появляющаяся вследствие турбулентности атмосферы, α , γ , δ , ζ и ε — аэродинамические коэффициенты, зависящие от геометрии крыла.

Запишем систему уравнений (1) в виде одного уравнения четвертого порядка:

$$\left(a_4 \frac{d^4}{d\tau^4} + a_3 \frac{d^3}{d\tau^3} + a_2 \frac{d^2}{d\tau^2} + a_1 \frac{d}{d\tau} + a_0 \right) y = \xi_{\text{экр}} - M_{\text{max}} \operatorname{sign} y - c M_{\text{max}} \delta(\dot{y}) \ddot{y} - M_{\text{max}} (\delta'(\dot{y}) \dot{y}^2 + \delta(\dot{y}) \ddot{y}). \quad (4)$$

Здесь введены безразмерные скорости, координаты и время:

$$x = \frac{h}{b}, \quad y = \beta, \quad v = \frac{V}{\omega_h b}, \quad u = \frac{U}{\omega_h b}, \quad \tau = \omega_h t.$$

Коэффициенты a_4 , a_3 , a_2 , a_1 , a_0 и c зависят от скорости потока v и относительной частоты элерона $n = \frac{\omega_\beta}{\omega_h}$. Они легко находятся из (1) и (3) при подстановке численных значений параметров крыла. $\xi_{\text{экр}}$ — эквивалентное турбулентное возмущение в системе. Будем считать его стационарным нормальным случайным процессом, который полностью определяется своей спектральной плотностью, определяемой, в свою очередь, спектральной плотностью вертикальной составляющей скорости турбулентного потока U .

§ 2. Вычисление среднего времени возбуждения системы

Поскольку сухое трение существенно влияет на колебания системы лишь при малых скоростях и отклонениях элерона, то вдали от положения равновесия ($y=0$, $\dot{y}=0$) можно считать, что система почти линейна и ее колебания близки к гармоническим с частотой ω . В таком случае можно использовать метод гармонической линеаризации Крылова—Боголюбова, и уравнение (4) перейдет в следующее уравнение:

$$\left[a_4 \frac{d^4}{d\tau^4} + \left(a_3 + \frac{4M_{\text{max}}}{\pi\rho} \right) \frac{d^3}{d\tau^3} + \left(a_2 + \frac{4c M_{\text{max}}}{\pi\rho} \right) \frac{d^2}{d\tau^2} + \left(a_1 + \frac{4M_{\text{max}}}{\pi\rho} \right) \frac{d}{d\tau} + a_0 \right] z = \dot{\xi}_{\text{экр}}. \quad (5)$$

Здесь $z = \dot{y}$, а ρ — медленно меняющаяся амплитуда колебаний угловой скорости элерона z . При гармонической линеаризации предполагалось, что $z = \rho \sin \omega t$. Уравнение (5) записано относительно $z = \dot{y}$, потому что нелинейное трение в системе зависит от амплитуды скорости элерона.

Сначала исследуем устойчивость системы при отсутствии турбулентных возмущений. Из-за наличия сухого трения область устойчивости системы зависит от амплитуды колебаний. При некоторых значениях параметров система, устойчивая при малых колебаниях, становится неустойчивой при больших отклонениях от положения равновесия. Это значит, что в системе возможно жесткое возбуждение колебаний.

Положив $\dot{\xi}_{\text{экр}}(\tau) = 0$, будем искать решение уравнения (5) в виде

$$z = \rho e^{p_1 t},$$

где

$$p_1 = -\delta + j\omega_0 + j\omega_1.$$

Считаем, что колебания z почти гармонические с частотой ω_0 , т. е. $\omega_1 \ll \omega_0$, $\delta \ll \omega_0$. Значение ω_0 выбираем так, чтобы модуль характеристического многочлена $L(p)$ при $p = j\omega_0$ имел минимальное значение. Тогда ω_1 и δ в линейном приближении будут выражаться следующими формулами:

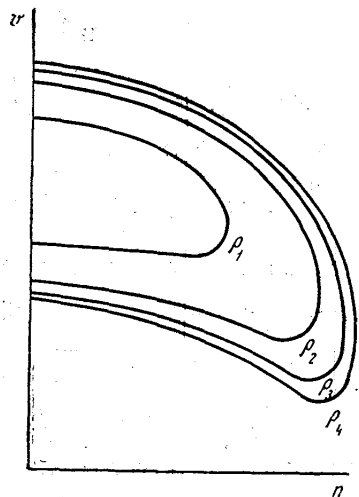


Рис. 2

$$\delta = \frac{b_1 + b_2 \frac{1}{\rho} + b_3 \frac{1}{\rho^2}}{e_1 + e_2 \frac{1}{\rho} + e_3 \frac{1}{\rho^2}},$$

$$\omega_1 = \frac{d_1 + d_2 \frac{1}{\rho} + d_3 \frac{1}{\rho^2}}{e_1 + e_2 \frac{1}{\rho} + e_3 \frac{1}{\rho^2}},$$

где коэффициенты b_i , e_i и d_i зависят от коэффициентов уравнения (4) и M_{\max} .

Задавая различные значения амплитуды ρ , из условия $\delta(\rho) = 0$ можно найти значения скорости v и относительной частоты элерона n , при которых крыло находится на границе устойчивости (напомним, что коэффициенты уравнения (3) зависят от v и n). Значение $\rho \rightarrow \infty$ соответствует случаю, когда сухое трение

в системе управления элероном отсутствует. Общий вид семейства границ устойчивости крыла при различных ρ приведен на рис. 2.

Из-за наличия турбулентности система, находящаяся в области устойчивости при малых колебаниях, спустя некоторое время может возбудиться с конечной вероятностью. При малой интенсивности турбулентных возмущений эта вероятность равна (см. [7])

$$\rho(\tau) = 1 - \exp\left\{-\frac{\tau}{\langle \tau \rangle}\right\},$$

где $\langle \tau \rangle$ — среднее время возбуждения системы.

Поэтому задача состоит в вычислении $\langle \tau \rangle$. Метод вычисления $\langle \tau \rangle$ разработан в [7].

Предполагаем, что турбулентные возмущения $\xi_{\text{ЭКВ}}$ являются белым шумом и достаточно малы, т. е.

$$\frac{\sqrt{S(\omega_0)}}{\omega_0 |L'(p_1)|} \ll \rho_0 \quad \text{и} \quad \tau_{\text{кор}} < \frac{2\pi}{\omega_0},$$

где $S(\omega_0)$ — спектральная плотность $\xi_{\text{ЭКВ}}$ на частоте ω_0 , ρ_0 — амплитуда колебаний, соответствующая границе устойчивости крыла самолета, а $L'(p_1)$ — модуль производной характеристического многочлена $L(p)$ при $p = p_1$.

В этом случае для амплитуды колебаний ρ можно записать укороченное уравнение (см. [10]) $\dot{\rho} = -\rho\delta(\rho) + \xi(\tau)$, где $\xi(\tau)$ — эквивалентный белый шум со средним значением $\langle \xi(\tau) \rangle = \frac{N}{2\rho}$ и функцией корреляции $k(\tau_1) = N\delta(\tau_1)$, а интенсивность N равна

$$N = \frac{S(\omega_0)}{|L'(p_1)|^2} = \frac{S(\omega_0)}{e_1 + e_2 \frac{1}{\rho} + e_3 \frac{1}{\rho^2}}.$$

Кроме того, $\langle \rho \rangle = f(\rho)$ обращается в нуль в точке ρ_0 положительно справа от ρ_0 и отрицательно слева от ρ_0 . Это означает, что точка ρ_0 является неустойчивым состоянием равновесия системы.

При сделанных выше предположениях относительно характера действующего случайного процесса амплитуда колебаний скорости ρ является марковским процессом и плотность вероятности для ρ удовлетворяет уравнению Фоккера—Планка

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \rho} [f(\rho) w(\rho, t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} [N(\rho) w(\rho, t)]. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) ищется в виде

$$w(\rho, t) = e^{-k_0 t} w_0(\rho), \quad (7)$$

Тогда $w_0(\rho)$ должно удовлетворять следующему уравнению:

$$k_0 w_0(\rho) = \frac{d}{d\rho} [f(\rho) w_0(\rho)] - \frac{d^2}{d\rho^2} \left[\frac{N(\rho)}{2} w_0(\rho) \right] \quad (8)$$

с граничным условием

$$w_0(\rho_0) = 0. \quad (9)$$

Второе граничное условие и условие нормировки для $w_0(\rho)$ можно записать, зная поведение системы вблизи положения равновесия ($y = 0$, $\dot{y} = 0$), где метод гармонической линеаризации неприменим. В этой области амплитуда колебаний скорости не имеет физического смысла, поэтому введем формально определенную величину $\rho = \sqrt{y^2 \omega^2 + \dot{y}^2}$ и обозначим ее распределение вблизи положения равновесия $w_1(\rho)$. Тогда второе граничное условие для $w_0(\rho)$ запишется так:

$$w_0(\rho_1) = w_1(\rho_1), \quad (10)$$

где ρ_1 — «граница применимости» метода гармонической линеаризации.

Записывая условие нормировки, необходимо также учитывать наличие «зоны застоя» в системах с сухим трением, т. е. конечную вероятность того, что покоящаяся система останется в покое несмотря на действие турбулентных возмущений. Эту вероятность обозначим $P(\dot{y} = 0)$ и запишем условие нормировки:

$$\int_0^{\rho_1} w_1(\rho) d\rho + \int_{\rho_1}^{\rho_0} w_0(\rho) d\rho + P(\dot{y} = 0) = 1. \quad (11)$$

Вычисление $w_1(\rho)$, $P(\dot{y} = 0)$ и обоснование выбора ρ_1 приведено в § 3.

Решая уравнение (8) с учетом (9), (10) и (11), аналогично работе [7] получим

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{k_0} = J \frac{1 - \int_0^{\rho_1} w_1(\rho) d\rho - P(\dot{y} = 0)}{1 - \int_0^{\rho_1} w_1(\rho) d\rho - P(\dot{y} = 0) + Jg(\rho_1)}, \quad (12)$$

где

$$g(\rho_1) = f(\rho_1) w_1(\rho_1) - \frac{1}{2} \frac{dN}{d\rho} [N(\rho) w_1(\rho)] \Big|_{\rho=\rho_1}, \quad (13)$$

$$J = 2 \int_{\rho_1}^{\rho_0} \frac{e^{\psi(\rho)}}{N(\rho)} \left\{ \int_{\rho}^{\rho_0} e^{-\psi(\rho')} d\rho' \right\} d\rho, \quad \psi(\rho) = 2 \int \frac{f(\rho)}{N(\rho)} d\rho. \quad (14)$$

Взяв интеграл (14) методом, аналогичным методу перевала, получим

$$J = \frac{\sqrt{\pi}}{S(\omega_0)} e^{\psi(\rho_1) - \psi(\rho_0)} \sqrt{\frac{S(\omega_0)}{b_1 + \left[b_3 - \frac{S(\omega_0)}{2} \right] \frac{1}{\rho_0^2}}} \times \\ \times \left\{ \frac{e_1 \rho_1}{a_0 - 1} + \frac{e_2}{a_0} + \frac{e_3}{(a_0 + 1) \rho_1} \right\}, \quad (15) \\ \alpha_0 = - \left[\frac{2b_1}{S(\omega_e)} \rho_1^2 - \frac{2b_2}{S(\omega)} - \rho_1 \left(- \frac{2b_3}{S(\omega_0)} \right) \right].$$

Таким образом, используя формулы (12), (13) и (15), можно оценить среднее время возбуждения системы.

§ 3. Вычисление $\omega_1(\rho)$ и $P(y=0)$

Как следует из уравнения (4), при $y \leq \frac{M_{\max}}{a_0}$ в отсутствие турбулентных возмущений покоящаяся система остается в состоянии покоя, т. е. движение системы становится существенно нелинейным и метод гармонической линеаризации неприменим. Поэтому в качестве «границы применимости» этого метода выбираем величину $\rho_1 = \frac{M_{\max}}{a_0} \omega$. Область, соответствующую $\rho \leq \rho_1$, будем называть областью зстоя.

Рассчитываем $\omega_1(\rho)$ в случае, когда $y \neq 0$. В этом случае уравнение (4) можно переписать в виде

$$\left(a_4 \frac{d^4}{d\tau^4} + a_3 \frac{d^3}{d\tau^3} + a_2 \frac{d^2}{d\tau^2} + a_1 \frac{d}{d\tau} + a_0 \right) y = \xi_{\text{ЭКВ}} - M_{\max} \text{sign } \dot{y} \quad (16)$$

Поскольку уравнение (16) линейно как при $\dot{y} > 0$, так и при $\dot{y} < 0$, а $\xi_{\text{ЭКВ}}$ — стационарный нормальный случайный процесс, y и \dot{y} — также стационарные нормальные случайные процессы, которые не зависят друг от друга и полностью определяются своими средними и дисперсиями. Введем новую переменную $y' = y + \frac{M_{\max}}{a_0} \text{sign } \dot{y}$ и для нее перепишем уравнение (16)

$$\left(a_4 \frac{d^4}{d\tau^4} + a_3 \frac{d^3}{d\tau^3} + a_2 \frac{d^2}{d\tau^2} + a_1 \frac{d}{d\tau} + a_0 \right) y' = \xi_{\text{ЭКВ}}(\tau). \quad (16')$$

Методами, изложенными в [9], находим из (16') следующие значения средних и дисперсий y и \dot{y} :

$$\bar{y} = \bar{y}' - \frac{M_{\max}}{a_0} \text{sign } \dot{y} = - \frac{M_{\max}}{a_0} \text{sign } \dot{y}, \quad \bar{\dot{y}} = 0,$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y'}^2 = \int_0^{\infty} S_{\xi_{\text{ЭКВ}}}(\omega) \left| \frac{1}{L(j\omega)} \right|^2 d\omega,$$

$$\sigma_{\dot{y}}^2 = \int_0^{\infty} \omega^2 S_{\xi_{\text{ЭКВ}}}(\omega) \left| \frac{1}{L(j\omega)} \right|^2 d\omega.$$

Здесь $\frac{1}{L(j\omega)}$ — частотная характеристика системы в отсутствие сухого трения, а $S_{\xi_{\text{экв}}}(\omega)$ — спектральная плотность эквивалентного шума. $S_{\xi_{\text{экв}}}(\omega)$ можно найти, используя графики, приведенные в работе [6]. При вычислении $\frac{1}{L(j\omega)}$ следует учесть, что y' совершает почти гармонические колебания, и поэтому можно заменить $\frac{1}{L(j\omega)}$ двумя первыми членами его разложения в ряд Лорана.

Распределения вероятностей для y и \dot{y} в области зстоя запишутся в виде

$$\omega(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_y} \exp \left\{ -\frac{\left(y + \frac{M_{\text{max}}}{a_0} \text{sign } \dot{y} \right)^2}{2\sigma_y^2} \right\},$$

$$\omega(\dot{y}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\dot{y}}} \exp \left\{ -\frac{\dot{y}^2}{2\sigma_{\dot{y}}^2} \right\},$$

а распределение вероятности для ρ примет вид

$$\omega_1(\rho) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sigma_y \sigma_{\dot{y}} \omega} \rho e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_y^2 \omega^2}} \times$$

$$\times \left\{ \int_0^\pi \exp \left\{ -\frac{\rho^2}{2} \left(\frac{\cos^2 \varphi}{\sigma_y^2 \omega^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{\sigma_x^2} \right) - \frac{\rho_1 \rho \cos \varphi}{\sigma_y^2 \omega^2} \right\} d\varphi + \right.$$

$$\left. + \int_\pi^{2\pi} \exp \left\{ -\frac{\rho^2}{2} \left(\frac{\cos^2 \varphi}{\sigma_y^2 \omega^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{\sigma_x^2} \right) + \frac{\rho_1 \rho \cos \varphi}{\sigma_y^2 \omega^2} \right\} d\varphi. \quad (17)$$

Перейдем к вычислению $P(\dot{y} = 0)$. При наличии турбулентных возмущений покоящаяся система остается в состоянии покоя, если

$$|a_0 y - \xi_{\text{экв}}| \leq M_{\text{max}}.$$

и при фиксированном отклонении y вероятность того, что система остается в покое, равна

$$F\left(\frac{a_0 y + M_{\text{max}}}{\sigma_{\xi_{\text{экв}}}}\right) - F\left(\frac{a_0 y - M_{\text{max}}}{\sigma_{\xi_{\text{экв}}}}\right),$$

где $F(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ — интеграл ошибок.

Считая, что при $\dot{y} = 0$ имеет место следующее распределение вероятностей для y :

$$\omega(y)|_{\dot{y}=0} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi} \sigma_y} \left\{ \exp \left[-\frac{\left(y + \frac{M_{\text{max}}}{a_0} \right)^2}{2\sigma_y^2} \right] + \right.$$

$$\left. + \exp \left[-\frac{\left(y - \frac{M_{\text{max}}}{a_0} \right)^2}{2\sigma_y^2} \right] \right\},$$

получим

$$P(\dot{y} = 0) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \left[F\left(\frac{a_0 y + M_{\max}}{\sigma_{\xi_{\text{экв}}}}\right) - F\left(\frac{a_0 y - M_{\max}}{\sigma_{\xi_{\text{экв}}}}\right) \right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{(a_0 y + M_{\max})^2}{2a_0^2 \sigma_y^2}\right] + \exp\left[-\frac{(a_0 y - M_{\max})^2}{2a_0^2 \sigma_y^2}\right] \right\} dy. \quad (18)$$

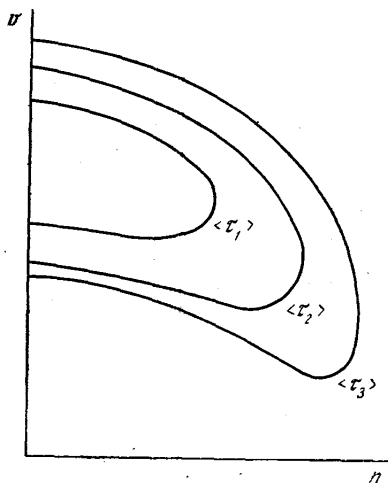


Рис. 3

Таким образом, используя (12), (13), (15), (17) и (18), можно оценить среднее время возбуждения системы при заданных параметрах v и n . Очевидно, что, если максимальное время полета самолета порядка τ_0 , то в той области параметров, где $\langle \tau \rangle < \tau_0$, полет практически безопасен. Поэтому можно говорить, что кривая, проходящая через точки v и n , в которых среднее время возбуждения системы равно τ_0 , разделяет всю область параметров на область «безопасного» полета и область неустойчивости. Примерный вид семейства таких кривых, соответствующих разным значениям τ_0 , приведен на рис. 3. Кривая, соответствующая $\langle \tau \rangle \rightarrow \infty$, совпадает с кривой, ограничивающей область устойчивости в отсутствие сухого трения. Из рис. 2 и 3

следует, что наличие сухого трения позволяет летать с более высокими скоростями, чем критические, найденные для случая, когда сухого трения нет. Однако, как видно из рис. 3, с увеличением времени полета самолета область устойчивости крыла даже при наличии сухого трения сужается и в пределе стремится к области устойчивости в отсутствие сухого трения.

Авторы выражают искреннюю благодарность проф. С. П. Стрелкову за ряд ценных советов и предложений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроссман Е. П. Курс вибраций частей самолета. М., Оборонгиз, 1940.
2. Scanlan R. H., Rosenbaum R. Introduction to the Study of the Aircraft Vibration and Flutter. The Mc — Millan Company, N. Y., 1951.
3. Стрелков С. П., Харламова А. А. НДВШ, физ.-мат. науки, 2, № 2, 1959.
4. Ланда П. С., Стрелков С. П. «Автоматика и телемеханика», 21, № 10, 1352—1364, 1960.
5. Келдыш М. В. О демпферах с нелинейными характеристиками. Сборник работ по колебаниям и динамической прочности авиационных конструкций, ЦАГИ, 1958.
6. Романовский Ю. М., Стрелков С. П. «Изв. АН СССР», механика и машиностроение, № 4, 1959.
7. Ланда П. С., Стратонович Р. Л. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 1, 1962.
8. Некрасов А. И. Теория крыла в нестационарном потоке. М., Изд-во АН СССР, 1947.
9. Складчиков А. Н. Операторные методы в статистической динамике автоматических систем. М., «Наука», 1965.
10. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., «Советское радио», 1961.

Поступила в редакцию
7.7 1967 г.

Кафедра
общей физики для мехмата