

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 — 1968

УДК 539.172.5

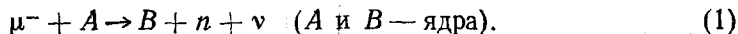
Л. Д. БЛОХИНЦЕВ, В. ЗЛАТАРОВ

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПОПРАВКИ В УГЛОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ НЕЙТРОНОВ ОТ μ -ЗАХВАТА

Рассчитано угловое распределение и спектр нейтронов, вылетающих при захвате поляризованных μ -мезонов ядром Ca^{40} . Протоны описывались моделью оболочек, взаимодействием вылетающего нейтрона с ядром пренебрегалось. Расчеты проведены как с учетом, так и без учета скоростных (релятивистских) членов в гамильтониане слабого мюон-нуклонного взаимодействия для двух оболочечных потенциалов: прямоугольной ямы и гармонического осциллятора. Показано, что учет скоростных членов, практически не сказываясь на спектре нейтронов, существенно меняет коэффициент их угловой асимметрии.

Слабое взаимодействие мюонов с нуклонами, ответственное за μ -захват, остается наименее изученным из всех слабых взаимодействий нестранных частиц. Тем не менее можно утверждать, что, за одним исключением, результаты всех экспериментов по μ -захвату не противоречат теории универсального слабого взаимодействия Ферми (УВФ). Этим исключением является угловое распределение нейтронов, вылетающих при захвате поляризованных μ -мезонов ядрами Ca^{40} и S^{32} . Обнаруженную в опытах Евсеева и др. [1] сильную асимметрию в угловом распределении нейтронов до сих пор не удается объяснить в рамках теории УВФ. Теоретический анализ и численные расчеты углового распределения нейтронов, вылетающих при μ -захвате на сложных ядрах, проводились в ряде работ [2—8]. В большинстве из них (кроме [6 и 8]) пренебрегалось скоростными (релятивистскими) членами в гамильтониане слабого мюон-нуклонного взаимодействия. Эти члены рассматривались в работе [6] на основе грубой модели Ферми-газа, а в работе [8] — методами теории конечных Ферми-систем. В настоящей работе с учетом релятивистских членов рассчитано угловое распределение (а также спектр) нейтронов, вылетающих при μ -захвате в Ca^{40} . Расчет проведен для прямого механизма вылета в плосковолновом приближении по нейтронам. Состояние протонов в ядре описывалось моделью оболочек. В качестве оболочечного потенциала выбирались потенциалы прямоугольной ямы и гармонического осциллятора. В случае прямоугольной ямы расчет проведен как с учетом, так и без учета вклада внутриядерной области в радиальные матричные элементы.

Будем рассматривать процесс:



В качестве гамильтониана слабого взаимодействия, ответственного за μ -захват, возьмем эффективный гамильтониан Примакова [9]¹.

$$H = \frac{1}{2} (1 - \vec{v}\sigma) \tau^{(+)} \sum_{i=1}^A \tau_i^{(-)} \left\{ G_V 1 \cdot 1_i + G_A \vec{\sigma} \vec{\sigma}_i + G_P \vec{\sigma}_i \vec{v} + g_V \frac{\vec{\sigma} p_i}{M} + g_A \frac{\vec{\sigma}_i p_i}{M} \right\} \delta(\vec{r} - \vec{r}_i). \quad (2)$$

В этой формуле 1_i , $\vec{\sigma}_i$ и \vec{p}_i — операторы единичный, спиновый и импульса, действующие на переменные i -того нуклона; 1 и $\vec{\sigma}$ — единичный и спиновый операторы для лептонов; $\tau_i^{(-)}$ ($\tau^{(+)}$) — оператор, переводящий i -тый протон в нейтрон (μ^- -мезон в нейтрино); M — масса нуклона. Эффективные константы G_V , G_A , G_P выражаются через константы векторной (g_V), аксиально-векторной (g_A), индуцированной псевдоскалярной (g_P), индуцированной скалярной (g_S), индуцированной тензорной (g_T) связей и константу слабого магнетизма g_M :

$$G_V = g_V (1 + E_\nu/2M) + g_S, \\ G_A = g_A - (g_V + g_M) E_\nu/2M, \quad (3)$$

$$G_P = (g_P + g_T - g_A - g_V - g_M) E_\nu/2M.$$

В формулах (3) E_ν — энергия нейтрино. Два последних слагаемых в гамильтониане (2), пропорциональных оператору скорости нуклона \vec{p}_i/M , принято называть скоростными членами.

В дальнейшем протоны, связанные в ядре, будем описывать моделью оболочек с j - j -связью. В качестве волновой функции вылетающего нейтрона возьмем плоскую волну, т. е. будем пренебрегать взаимодействием этого нейтрона с ядром. Далее, так как боровский радиус μ^- -мезона даже для самых тяжелых ядер заметно превышает радиус ядра, то будем, как это обычно делается, пренебрегать радиальной зависимостью волновой функции μ^- -мезона на K -орбите $\varphi_\mu(r)$ и заменим ее на усредненное по объему ядра значение

$$\varphi_\mu(r) \rightarrow \bar{\varphi}_\mu \equiv c_\mu^{1/2} \varphi_\mu(0) = c_\mu^{1/2} \pi^{-1/2} (Ze^2 m_\mu)^{3/2}, \\ c_\mu = \left\{ \int \varphi_\mu^2(r) D(r) r^2 dr \right\} / \left\{ \varphi_\mu^2(0) \int D(r) r^2 dr \right\},$$

$D(r)$ — плотность ядерного вещества, Z — заряд ядра, m_μ — масса мюона.

В указанных предположениях матричный элемент, отвечающий захват у μ^- -мезона протоном из подоболочки njl , имеет вид

$$M = \sum_{l_2, s_p} C_{l_2, s_p}^{j_2} \langle \chi_{s_n} \chi_{s_\nu} | H | \chi_{s_\mu} \chi_{s_p} \rangle \bar{\varphi}_\mu \int \exp[-i(\vec{k}_\nu + \vec{k}_n) \vec{r}] R_{njl}(r) Y_{l_2}(\vec{r}/r) \vec{d}r, \quad (4)$$

где $R_{njl}(r)$ — радиальная волновая функция протона, χ_{s_i} — спиновая функция частицы i с проекцией спина s_i , \vec{k}_n и \vec{k}_ν — импульсы нейтрона и нейтрино. Матричный элемент (4) является амплитудой полюсной диаграммы, изображенной на рис. 1.

¹ Здесь и в дальнейшем $\hbar=c=1$.

В дальнейшем будем пренебрегать спин-орбитальным расщеплением протонных уровней в ядре, т. е. будем считать что $R_{njl}(r) \equiv R_{nl}(r)$. В этом случае вероятность μ -захвата на ядре с заполненными протонными оболочками с вылетом нейтрона с энергией E_n под углом θ к вектору поляризации мюона, просуммированная по проекциям спинов и проинтегрированная по углам вылета нейтрино, имеет вид (в пренебрежении энергией отдачи ядра)

$$\begin{aligned} dW(E_n, \theta) &\equiv W(E_n, \theta) dE_n d\Omega_n = \\ &= 2\pi \sum_{nl} \omega_{nl}(E_n) \int d\Omega_\nu \sum_{ijz^n s_\nu s_\mu} \omega(s_\mu) |M|^2 dE_n d\Omega_n = \\ &= 16\pi^2 (Ze^2 m_\mu)^3 c_\mu \sum_{nl} \omega_{nl}(E_n) (2l+1) \int_{-1}^1 dx S(x) J^2(k_{n\nu}) dE_n d\Omega_n \equiv \\ &\equiv W(E_n) [1 + P_\mu \alpha(E_n) \cos \theta] dE_n \frac{d\Omega_n}{4\pi}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\omega_{nl}(E_n) = 2^{1/2} M^{3/2} E_n^{1/2} (E_\nu^{nl})^2 (E_\nu^{nl} = m_\mu - E_n - \varepsilon_{nl} - \text{энергия нейтрино, вылетающего при } \mu\text{-захвате на протоне с энергией связи } \varepsilon_{nl})$; $\omega(s_\mu) = \frac{1}{2} + P_\mu s_\mu$ (P_μ — степень поляризации μ^- -мезона в момент захвата);

$$J_{nl}(k_{n\nu}) = \int_0^\infty j_l(k_{n\nu} r) R_{nl}(r) r^2 dr, \quad (6)$$

$$k_{n\nu} = |\vec{k}_n + \vec{k}_\nu| = (k_n^2 + k_\nu^2 + 2k_n k_\nu x)^{1/2};$$

$$\begin{aligned} S(x) &\equiv \sum_{s_\nu s_\mu s_n s_p} \omega(s_\mu) |\langle \chi_{s_n} \chi_{s_\nu} | H | \chi_{s_p} \chi_{s_\mu} \rangle|^2 = \frac{1}{2} \{ (a + cx) + \\ &+ P_\mu (b - dx - ex^2) \cos \theta \}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$a = G_V^2 + 2G_A^2 + (G_A - G_P)^2 + 2(G_P g_A - G_V g_V - G_A g_A) \frac{E_\nu}{M},$$

$$b = 2(G_V g_V + G_A g_A) \frac{k_n}{M},$$

$$c = 2(G_P g_A - G_V g_V - G_A g_A) \frac{k_n}{M}, \quad (8)$$

$$d = G_V^2 - 2G_A^2 + (G_A - G_P)^2 + 2(G_P g_A - G_V g_V - G_A g_A) \frac{E_\nu}{M},$$

$$e = 2G_P g_A \frac{k_n}{M}.$$

Для дальнейшего вычисления необходимо выбрать конкретный вид радиальных протонных волновых функций. Будем рассматривать два оболочечных потенциала, описывающих одночастичные состояния протонов в ядре: прямоугольную яму глубиной V_0 и радиусом R и гармониче-

ский осциллятор $V(r) = M\omega^2 r^2/2$. В обоих случаях радиальные интегралы (6) вычисляются аналитически. В случае потенциала гармонического осциллятора интегралы по x , возникающие при подстановке (6) в (5), также вычисляются аналитически. Соответствующие интегралы для прямоугольной ямы могут быть рассчитаны лишь численно.

Численные расчеты коэффициента угловой асимметрии $\alpha(E_n)$ и спектра нейтронов $W(E_n)$, вылетающих при захвате μ^- -мезона ядром

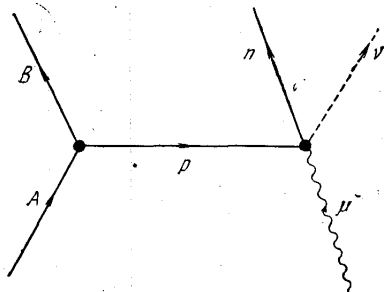


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана, отвечающая матричному элементу (4)

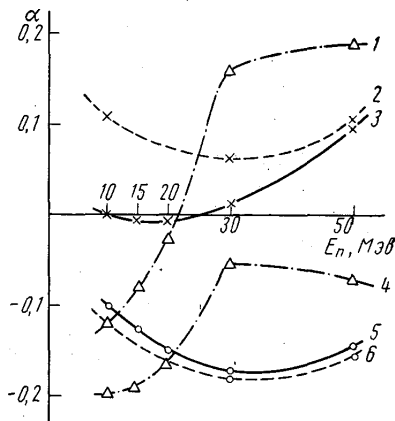


Рис. 2. Энергетическая зависимость коэффициента угловой асимметрии нейтронов α для μ^- -захвата в Ca^{40}

Ca^{40} , в случае потенциала прямоугольной ямы были проведены по формулам (5) — (8) на ЭВМ М-20 вычислительного центра МГУ. Были проведены также расчеты для случая, получающегося заменой в (6) нижнего предела интегрирования ($r=0$) на $r=R$. Эта процедура, означающая пренебрежение вкладом внутренней области ядра в радиальные интегралы, отвечает использованию батлеровского формфактора для вершины виртуального распада $A \rightarrow B + p$ (см. рис. 1). Батлеровский формфактор часто применяется при описании прямых ядерных реакций типа подхвата (или срыва) с помощью диаграмм, получающихся из рис. 1 заменой правой вершины на вершину виртуального синтеза дейтрона $p + n \rightarrow d$ (при этом зачастую рассмотрение проводится не в диаграммном формализме). Использование для амплитуды подхвата (срыва) таких диаграмм с батлеровским формфактором в качестве левой вершины принято называть теорией с плоскими волнами (борновским приближением). В действительности, однако, отбрасывание внутренней области ядра в радиальных интегралах, по-видимому, эффективно отвечает учету (хотя и очень грубому) взаимодействия частиц в начальном и конечном состояниях. В теории с плоскими волнами в строгом смысле этого слова внутренняя область не может быть выброшена под тем предлогом, что она дает малый вклад в вершинную часть; например, для процесса, рассматриваемого в настоящей работе, ее вклад примерно в два раза превышает вклад от внешней области $r > R$.

¹ Ввиду неправильного асимптотического поведения волновых функций потенциала гармонического осциллятора матричный элемент (4), рассчитанный с помощью этого потенциала, не имеет полюса и не может быть назван амплитудой полюсной диаграммы рис. 1.

Для радиуса ямы R было выбрано значение $R = r_0 A^{1/3} = 4,96 \times 10^{-13}$ см ($r_0 = 1,45 \times 10^{-13}$ см). Глубина ямы V_0 определялась по энергии связи внешнего (2s) протона ($\epsilon_{2s} = 8,35$ Мэв), что дает $V_0 = 31,7$ Мэв. В случае потенциала гармонического осциллятора было взято $\hbar\omega = 8$ Мэв.

Значения констант слабого взаимодействия выбирались согласно теории универсального взаимодействия Ферми с сохраняющимся векторным током (и с $g_P = 8 g_A$)

$$g_V = 0,97 g_V^{\beta}, \quad g_A = g_A^{\beta} = -1,19 g_V^{\beta}, \quad g_P = 8 g_A, \quad g_M = 3,7 g_V, \\ g_S = g_T = 0, \quad g_V^{\beta} = 1,40 \times 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 \quad (9)$$

(индексом β обозначены константы связи для β -распада). Для параметра c_{μ} согласно [10] было взято значение 0,44.

Величины $W(E_n)$ и $\alpha(E_n)$ были рассчитаны для энергий нейтронов $E_n = 10, 15, 20, 30$ и 50 Мэв в случае прямоугольной ямы и для $E_n = 10, 30$ и 50 Мэв в случае гармонического осциллятора. Расчеты проводились как с учетом, так и без учета скоростных членов. Результаты расчетов приведены в таблице и на рис. 2.

Значения дифференциальной (по энергии) вероятности вылета нейтронов $W(E_n)$ для μ -захвата в Ca^{40}

	$E_n, \text{Мэв}$	$W \cdot 10^{-4}, \text{Мэв}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$			
		с учетом скоростных членов		без учета скоростных членов	
Прямоуголь- ная яма	10	20,7	(1,61)	21,5	(1,61)
	15	15,4	(0,951)	15,6	(0,940)
	20	10,3	(0,506)	10,0	(0,494)
	30	3,19	(0,117)	2,99	(0,119)
	50	0,0526	(0,0246)	0,0461	(0,0235)
Гармони- ческий осциллятор	10	34,6		35,5	
	30	4,38		4,08	
	50	0,0797		0,0670	

В таблице выписаны значения дифференциальной (по энергии) вероятности $W(E_n)$. Числа в скобках (для прямоугольной ямы) получены без учета внутренней ямы. На рис. 2 приведена энергетическая зависимость коэффициента асимметрии $\alpha(E_n)$ для потенциала прямоугольной ямы (с учетом внутренней ямы — сплошные кривые 3, 5, без учета внутренней ямы — штрих — пунктирные кривые 1, 4) и для потенциала гармонического осциллятора (пунктирные кривые 2, 6). Верхние кривые (1, 2, 3) получены с учетом скоростных членов, нижние (4, 5, 6) — в пренебрежении этими членами. Таблица и кривые на рис. 2 позволяют сделать некоторые выводы.

Скоростные члены практически не сказываются на абсолютной вероятности рассматриваемого процесса и на спектре вылетающих нейтронов.

Учет скоростных членов существенно меняет значения коэффициента угловой асимметрии нейтронов α . В пренебрежении скоростными членами всегда $\alpha < 0$. Учет этих членов увеличивает α и может приводить даже к изменению знака α . Этот вывод качественно согласуется с результатами работ [6, 8].

Для всех рассмотренных случаев значения коэффициента асимметрии ограничены пределами $-0,2 < \alpha < 0,2$, что существенно отличается от экспериментального значения Евсева и др. [1] $\alpha \approx -1$ ¹.

Рассчитанная форма энергетического спектра нейтронов хорошо согласуется с результатами работ [1, 11].

Величины α , вычисленные для двух различных оболочечных потенциалов — прямоугольной ямы и гармонического осциллятора, совпадают с точностью не хуже 20%, если скоростными членами пренебрегается, однако при учете скоростных членов значения α для этих двух потенциалов оказываются существенно различными. Отсюда можно сделать вывод, что скоростные члены более чувствительны к используемой ядерной модели, чем другие члены в эффективном гамильтониане, описывающем ядерный μ -захват.

Пренебрежение вкладом внутренней области ядра уменьшает вероятность μ -захвата с вылетом нейтрона более чем на порядок. Значения α , рассчитанные с учетом и без учета внутренней области, сильно отличаются друг от друга. Отсюда следует необходимость учета внутриядерной области при вычислении вершинных функций, описывающих виртуальный распад ядра A на ядро B и нуклон ($A \rightarrow B + N$).

Используемое в настоящей работе пренебрежение взаимодействием вылетающего нейтрона с ядром является весьма грубым приближением². Имеет смысл провести численный расчет коэффициента асимметрии и спектра нейтронов по формулам, полученным в работе [12] с учетом этого взаимодействия, в том числе и его спин-орбитальной части. Кроме того, в тех случаях, когда учет релятивистских поправок первого порядка сильно уменьшает $|\alpha|$, могут оказаться существенными поправки второго порядка. Эффективный гамильтониан для μ -захвата, учитывающий все релятивистские члены второго порядка, получен в работе Фриара [13].

В последнее время был выполнен расчет [14] коэффициента асимметрии нейтронов для двухнуклонного механизма захвата; предполагалось, что μ -мезон захватывается виртуальным π -мезоном, которым обмениваются между собой два нуклона ядра. Однако вклад этого механизма оказывается малым, а для коэффициента асимметрии α при $E_n \geq 20$ Мэв получено $\alpha_{\text{теор.}} \approx +1$.

Авторы благодарны Э. И. Долинскому за обсуждения, а также Г. А. Тимофееву и И. А. Сухоруковой за программирование численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Евсев В. С., Комаров В. И., Куш В., Роганов В. С., Черногорова В. А., Шимчак М. ЖЭТФ, 41, 306, 1961; Евсев В. С., Роганов В. С., Черногорова В. А., Чжань Жунь-Ва, Шимчак М. «Ядерная физика», 4, 342, 1966; 4, 545, 1966.
2. Ubergall N. Nuovo Cim., 6, 533, 1957.
3. Долинский Э. И., Блохинцев Л. Д. ЖЭТФ, 35, 1488, 1958.

¹ В последнее время появились экспериментальные результаты Санделина [11], который измерял спектр и угловую асимметрию нейтронов для μ -захвата в кремнии, сере и кальции. Полученное им значение коэффициента асимметрии α для нейтронов с энергией $E_n \approx 16-20$ Мэв, вылетающих при μ -захвате в кальции ($\alpha = +0,20 \pm 0,08$), резко отличается от результатов Евсева и др. и не противоречит результатам настоящей работы для случая потенциала прямоугольной ямы при пренебрежении вкладом от внутриядерной области.

² Как отмечалось выше, пренебрежение вкладом внутриядерной области в радиальные интегралы в какой-то мере учитывает взаимодействие нейтрона с ядром.

4. Lubkin E. *Ann. of Phys.*, **11**, 414, 1960.
5. Акимова М. К., Блохинцев Л. Д., Долинский Э. И. *ЖЭТФ*, **39**, 1806, 1960.
6. Klein R., Neal T., Wolfenstein L. *Phys. Rev.*, **138**, 1386, 1965.
7. Зелевинский В. Г. «Ядерная физика», **4**, 1021, 1966.
8. Новиков В. М., Урин М. Г. «Ядерная физика», **6**, 1233, 1967.
9. Fujii A., Primakoff H. *Nuovo Cim.*, **12**, 327, 1959.
10. Luyten J. R., Tolhoek H. A. *Nucl. Phys.*, **70**, 641, 1965.
11. Sundelin R. M. Preprint, Car 882—22, 1967.
12. Златаров В. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 6, 10, 1967.
13. Friar J. L. *Nucl. Phys.*, **87**, 407, 1966.
14. Беляев В. Б., Эрамжян Р. А. Препринт ОИЯИ, Р4—3153, Дубна, 1967.

Поступила в редакцию
1.10 1967 г.

НИИЯФ
