Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1968

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 538.30

В. Г. БАГРОВ, В. А. БОРДОВИЦЫН, А. Ф. ЖУРАВЛЕВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯДА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Спектрально-угловое распределение и поляризация излучения заряда, движущегося в магнитном поле, хорошо изучены только в случае однородного магнитного поля [1, 2]. Это связано с тем, что известно очень мало точных решений уравнений движения и еще меньше случаев, когда можно провести вычисления спектральной плотности излучения.

Рассмотрим заряд e, движущийся в магнитном поле:

$$H_x = H_y = 0, \quad H_z = H_0 \left(\frac{y_0}{y} \right)^2,$$

где H_0 и y_0 — некоторые константы.

Магнитные поля такого вида могут встретиться, например, при изучении поведения заряженных частиц в магнитных ловушках (см. [3]). Известно точное решение уравнений Лоренца для такого поля [3]. Движение заряда в таком поле может быть как ограниченным, так и не ограниченным вдоль оси y. Рассмотрим только ограниченное движение (что соответствует дискретному спектру излучения). Отметим также, что всегда можно, не изменяя магнитного поля, преобразованием Лоренца исключить движение вдоль оси z. Таким образом, достаточно рассмотреть случай плоского движения. С учетом сделанных предположений движение заряда можно описать параметрическими уравнениями (параметр α)

$$\begin{gathered} x - x_0 = \frac{a}{\varepsilon\beta} \frac{\cos^2\psi}{\sin^3\psi} (\alpha \cos\psi - \sin\alpha), \\ y = \frac{a}{\varepsilon\beta} \frac{\cos\psi}{\sin^2\psi} (1 - \cos\psi \cos\alpha), \\ t - t_0 = \frac{a}{c\varepsilon\beta^2} \frac{\cos^2\psi}{\sin^3\psi} (\alpha - \cos\psi \sin\alpha), \\ a = \frac{eH_0 y_0^2}{mc^2}, \quad \frac{1}{\varepsilon} = \sqrt{1-\beta^2}, \\ \beta = \frac{v}{c}. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь m — масса покоя частицы, c — скорость света, v — величина скорости частицы, постоянная при движении в магнитном поле. Угол $0 < \psi < \frac{\pi}{2}$ характеризует среднюю скорость вдоль x

$$\bar{v}_x = -v \cos\psi.$$

Движение по y периодично с частотой ω_0

$$\omega_0 = \frac{mc^3}{eH_0 y_0^2} \cdot \frac{\varepsilon\beta^2 \sin^3\psi}{\cos^2\psi}.$$

Спектрально-угловое распределение интенсивности излучения заряда можно подсчитать совершенно так же, как это делается в классической теории синхротронного излучения (см. [2]), если использовать уравнения (1).

Опуская подробности малоинтересных и громоздких вычислений, приведем спектрально-угловое распределение интенсивности линейнополяризованного излучения:

$$W_i = W_0 \int \frac{(1+\beta^2)^2 \sin^5 \psi d\Omega}{A^4 (1+\beta \cos\psi \sin\vartheta \cos\varphi)^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 Si(n), \qquad i = 2,\ 3$$

$$d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi, \quad A^2 = (1+\beta\cos\psi\sin\vartheta\cos\varphi)^2 - \sin^2\psi(1-\beta^2\sin^2\vartheta), \tag{2}$$

где для σ компонента (W_2) линейной поляризации излучения нужно положить

$$S_2(n) = (1-\beta^2\sin^2\vartheta)^2 \sin^2\psi \cos^2\psi \sin^2\varphi J_n^2(nx) + A^2(\cos\psi\cos\varphi + \beta \sin\vartheta)^2 J_n'^2(nx) \tag{3}$$

и для π компонента (W_3) следует считать

$$S_3(n) = \cos^2\vartheta \left\{(\cos\psi\cos\varphi + \beta\sin\vartheta)^2 \sin^2\psi J_n^2(nx) + A^2\cos^2\psi\sin^2\varphi J_n'^2(nx)\right\}. \tag{4}$$

Линейная поляризация определяется в соответствии с принятой в работах [1, 2]. В формулах (3,4) $J_n(p)$, $J_n'(p)$ есть функция Бесселя и ее производная и введены обозначения

$$x = \frac{A}{1+\beta\cos\psi\sin\vartheta\cos\varphi}, \quad W_0 = \frac{m^2c^5}{H_0^2 y_0^4}\left(\frac{\beta^2}{1-\beta^2}\right)^3 \frac{\sin^3\psi}{\cos^4\psi}.$$

Полное излучение получается суммированием по поляризациям. Частота излучения ω' гармоники n связана с частотой ω_0

$$\omega' = \frac{n\omega_0}{1+\beta\cos\psi\sin\vartheta\cos\varphi}.$$

Наиболее парадоксальным свойством рассматриваемого излучения является его полная независимость от величины заряда, так как ни в формулу (2), ни в (3) и (4) заряд e не входит. Можно наглядно понять причину отсутствия заряда в этих формулах.

Действительно, полная интенсивность, как известно, $\sim e^4$ и $\sim H^2$ (см. [4], стр. 253), однако для нашего случая $H^2 \sim \frac{1}{y^4} \sim \frac{1}{e^4}$ заряд в окончательном выражении для интенсивности выпадает. В этом отношении рассматриваемое излучение совсем не похоже на синхротронное.

Исследуя теми же методами, что и в теории синхротронного излучения [2], вопрос о номере гармоники, на которую приходится максимум в интенсивности излучения, получим

$$n_{\max} \approx \left(\frac{\varepsilon}{\sin\psi}\right)^3.$$

В теории синхротронного излучения соответствующий результат [1, 2] имел вид $n_{\max} \sim \varepsilon^3$.

Таким образом, как и в теории синхротронного излучения, при высоких энергиях (релятивистское движение) заряда максимум приходится на высокие гармоники. Однако и в нерелятивистском случае ($\varepsilon \sim 1$) максимум может (при $\sin\psi \ll 1$) приходиться также на высшие обертоны. Этот вывод противоречит широко распространенному убеждению, что при малых скоростях заряда излучаются в основном первые гармоники, как это имеет место в синхротронном излучении.

Проводя суммирование по спектру и интегрирование по φ в формулах (2—4), получим

$$W_i = \frac{W_0}{16}(1-\beta^2)\left(1+\frac{\cos^2\psi}{2}\right)\int_0^{\pi} Si(\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta,$$

$$S_2(\vartheta) = \frac{4 + 3\beta^2 \sin^2 \vartheta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta)^{5/2}},$$

$$S_3 = \frac{\cos^2 \vartheta \, (4 + \beta^2 \sin^2 \vartheta)}{(1 + \beta^2 \sin^2 \vartheta)^{7/2}}. \qquad (5)$$

Функции $S_i(\vartheta)$ в точности совпадают с соответствующими выражениями в теории синхротронного излучения (см. [2], стр. 31). Таким образом, угловое распределение излучения по ϑ аналогично синхротронному. Интегрирование по ϑ в (5) приводит к выражениям

$$W_2 = W\,\frac{6+\beta^2}{8}, \quad W_3 = W\,\frac{2-\beta^2}{8}, \quad W = W_2 + W_3 =$$

$$= \frac{2}{3}\,\frac{m^2c^5}{H_0^2 y_0^4}\left(\frac{\beta^2}{1-\beta^2}\right)^3 \frac{\sin^3\psi}{\cos^4\psi}\left(1 + \frac{\cos^2\psi}{2}\right).$$

Очевидно, что и поляризация данного излучения аналогична синхротронному, т. е. излучение сильно линейно поляризовано. Оказывается, это не случайно, что для углового распределения по ϑ и поляризации излучения можно получить более общие результаты [5].

Таким образом, неоднородность магнитного поля может в общем случае привести к нетривиальным изменениям в излучении заряда, движущегося в таком поле, однако некоторые характеристики синхротронного излучения сохраняются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
2. Синхротронное излучение. Сборник статей. М., «Наука», 1966.
3. Вопросы теории плазмы, вып. 1. М., Госатомиздат, 1963.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., «Наука», 1967.
5. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А. «Оптика и спектроскопия», (в печати).

Поступила в редакцию
5.7 1967 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 548.55

В. И. ВОРОНКОВА, В. К. ЯНОВСКИЙ, В. А. КОПЦИК

РОСТ КРИСТАЛЛОВ β—Ga_2O И $Al_2(WO_4)_3$ ИЗ РАСТВОРА В РАСПЛАВЕ ПОЛИВОЛЬФРАМАТОВ НАТРИЯ

В настоящей заметке показано, что монокристаллы β—Ca_2O_3 и вольфрамата алюминия могут быть выращены из раствора в расплаве поливольфраматов натрия.

Кристаллы β—Ga_2O_3 представляют интерес с точки зрения их использования в качестве мазеров [1, 2]. Ранее эти кристаллы выращивались по методу Вернейля [3, 4] и из раствора в расплаве фтористого свинца [5, 6], смеси PbO и B_2O_3 [7] или PbF_2 и Bi_2O_3 [8]. Однако получение совершенных кристаллов обычно затруднено из-за склонности β—Ga_2O_3 к полисинтетическому двойникованию или захвату растворителя растущим кристаллом с образованием включений.

Исследование системы Ga_2O_3—Na_2WO_4—WO_3 при помощи нагревательного микроскопа показало, что здесь отсутствуют тройные соединения, имеется обширное поле кристаллизации окиси галлия и целый ряд составов может быть с успехом использован для выращивания монокристаллов этого окисла. Оптимальным для растворения и кристаллизации окиси галлия является, по-видимому, тройная эвтектика между Ga_2O_3, $2\,Na_2O \cdot WO_3$ и $4\,Na_2O \cdot WO_3$ с составом 2,5 мол. % Ga_2O_3, 67,5 мол. % WO_3 и 30 мол. % Na_2O и температурой плавления около 675°С. Несмотря на относительно невысокую растворимость (5—7 мол.% при изменении температуры от 675 до 1350° С), окись галлия легко кристаллизуется при охлаждении расплава этого состава после его насыщения Ga_2O_3, скорость роста кристаллов достаточно велика, а их форма изометрична.

Выращивание монокристаллов окиси галлия проводилось следующим образом. Смесь состава 7 мол.% Ga_2O_3, 64,5 мол.% WO_3 и 28,5 мол.% Na_2CO_3 заплавлялась