

УДК 681.142.33/34 : 533.601.342

С. П. СТРЕЛКОВ, А. А. ХАРЛАМОВ, М. Б. НОВИКОВА

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛОГОВЫХ МОДЕЛЕЙ К НЕКОТОРЫМ КРАЕВЫМ ЗАДАЧАМ АЭРОУПРУГОСТИ

Дается методика исследования эффективности элерона, распределение нагрузок, дивергенции с помощью аналоговых электронных моделей.

Задачи статической аэроупругости, которые приходится решать при исследовании авиационных конструкций, обычно включают в себя оценку эффективности элеронов, скорости дивергенции, распределение аэродинамических сил по упругому крылу и т. п. В ряде важных случаев, когда исследуются крылья достаточного удлинения, эти задачи могут решаться на аналоговых моделирующих устройствах. Пример такого решения для случая стреловидного неоднородного крыла приводится в данной работе.

Уравнения равновесия для неоднородного стреловидного крыла большого удлинения в полете можно записать в следующем виде [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 Z}{dx^2} \right] &= q c C_y - m N g, \\ - \frac{d}{dx} \left[GI \frac{d\theta}{dx} \right] &= q e c C_y + q c^2 C_{M_0} - m d N_q. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь, как обычно, $Z(x)$ и $\theta(x)$ — вертикальное смещение оси жесткости и угол закручивания в сечении x крыла-балки (см. рис. 1); x — координата сечения крыла, отсчитанная вдоль оси жесткости от корня к его концу ($0 \leq x \leq l$); $EI(x)$, $GI(x)$ — изгибная и крутильная жесткости, а $m(x)$ — погонная масса крыла-балки.

Величины $F_y(x) = q c(x) C_y$ и $q c^2(x) C_{M_0}$ в уравнениях (1) представляют погонные плотности аэродинамической подъемной силы и момента сил относительно аэродинамического центра AC (фокуса) в сечении x крыла.

Для сечений стреловидного крыла в направлении, перпендикулярном к оси жесткости (BB' на рис. 1), динамический напор $q = \frac{1}{2} \rho (V \cos \Lambda)^2$ (V — скорость полета; ρ — плотность воздуха;

Λ — угол стреловидности по оси жесткости); $c(x)$ — хорда; $e(x)$ — расстояние AC от оси жесткости $OЖ$ в сечении крыла x (см. рис. 1); N — коэффициент перегрузки, равный единице при горизонтальном по-

лете и отличный от единицы при ускоренном подъеме, спуске или вращении всего самолета около продольной оси; g — ускорение силы тяжести.

Конкретный вид безразмерных аэродинамических коэффициентов C_y и C_{M_0} в уравнениях (1) зависит от режима полета (вида маневра) и определяется по применяемой аэродинамической теории.

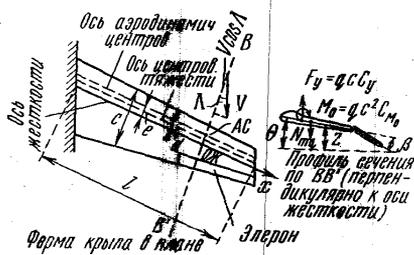


Рис. 1

В задаче об эффективности элеронов рассматривается установившееся движение крена — равномерное вращение летящего самолета около продольной оси.

Такое движение возникает в полете при соответствующем отклонении элеронов. Момент дополнительных аэродинамических сил (момент крена), возникающий при этом, уравновешен моментами сил аэродинамического демпфирования и моментом дополнительных аэродинамических сил, возникающих из-за упругих деформаций крыла.

В простейшем случае, используя плоскую аэродинамическую теорию, приращения аэродинамических сил $F_y(x)$ и моментов $M(x)$ относительно оси жесткости при таком режиме полета могут быть записаны в следующем виде [1]:

$$F_y(x) = q c C_y = q c a_0 \left(\theta - \operatorname{tg} \Lambda \frac{dz}{dx} \right) + q c (C_y)'_{\beta} \cdot \beta + q c (C_y)'_{\frac{\omega l}{V}} \cdot \frac{\omega l}{V}$$

$$M(x) = - e F_y(x) - q c^2 (C_{M_0})'_{\beta} \cdot \beta$$

Здесь β — угол отклонения элерона (см. рис. 1).

Аэродинамические коэффициенты a_0 , $(C_y)'_{\beta}$, $(C_y)'_{\frac{\omega l}{V}}$, $(C_{M_0})'_{\beta}$ в уравнениях (2) считаются заданными. Безразмерный параметр $\frac{\omega l}{V}$ — пропорционален угловой скорости ω установившегося вращения (крена) самолета.

Подставляя равенства (2) в систему уравнений (1) и задавая соответствующие условия на концах крыла, приходим к краевой задаче.

В данном случае система (1) решалась при условии консольного закрепления при $x = 0$ крыла-балки:

$$Z'(0) = \theta(0) = 0; \quad Z''(l) = [EIZ''']'_e = \theta'(l) = 0$$

Схема набора задачи на электронной модели показана на рис. 2. Электрические напряжения в узлах модели (машинные переменные и параметры) обозначены на рис. 2 так же, как соответствующие величины в системе уравнений (1). Переменные коэффициенты в модели помечены волнистой, а постоянные — прямой чертой. Кроме основных операционных блоков (с 1 по 6), решавших систему уравнений (1), в схему включались блоки 7 и 8, вычислявшие синхронно с решением системы (1) полный момент сил крена, согласно равенству

$$M_{кр} = 2 \int_0^l x \cdot F_y(x) dx$$

Коротко процедура определения эффективности элерона для различных скоростей полета состояла в следующем: задавалось напряжение β на соответствующих потенциометрах модели $\left[c^2 (C_M)_{\beta} \text{ и } \frac{1}{a_0} (C_y')_{\beta} \right]$, что означало отклонение элерона на некоторый угол. Затем, для заданного значения скорости полета V (параметр модели q) находилось решение системы (1), удовлетворяющее всем краевым условиям (3). После этого на выходе

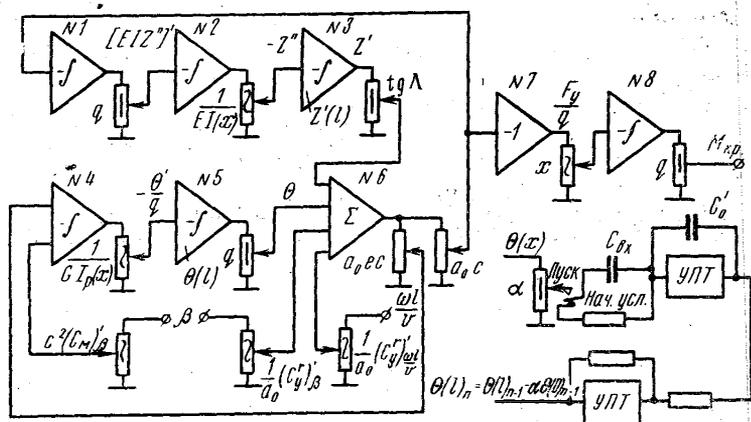


Рис. 2

интегратора № 8 замерялось напряжение момента крена $M_{кр}$. Если величина полного $M_{кр}$ в конце решения не приходила к нулю, то это означало, что угловая скорость вращения крена — безразмерный параметр $\frac{\omega l}{V}$ — либо мал, либо велик, и компенсации моментов всех сил относительно продольной оси самолета не происходит. Меняя в модели напряжение $\frac{\omega l}{V}$ на переменном потенциометре $\frac{1}{a_0} (C_y')_{\beta} \frac{\omega l}{V}$ в соответствии с величиной и знаком $M_{кр}$, можно было подобрать такое его значение $\frac{\omega l}{V}$, q , при котором момент крена на данной скорости полета обращался в нуль. Это значение безразмерной угловой скорости соответствовало установившемуся движению крена. Относя эту величину к углу β , получаем эффективность элерона на данной скорости полета [1]. Определенная таким образом эффективность элерона на различных скоростях полета для выбранного крыла построена графически на рис. 3а. График показывает, что с ростом скорости полета эффективность элеронов плавно спадает и при скорости $V_R = 615 \frac{\text{миль}}{\text{час}}$ обращается в нуль¹. Скорость V_R , при которой отклонение элеронов не оказывает никакого действия, называется скоростью реверса. Скорость реверса зависит от угла стреловидности: $V_R = V_R(\Lambda)$. Эта зависимость также была исследована на модели. Напряжение $\frac{\omega l}{V}$ сразу уста-

¹ Это значение скорости реверса, совпадающее с результатами более точного аэродинамического расчета, получается при исправленном на конечность крыла значении коэффициента $a_0^* = \frac{a_0 \lambda}{\lambda + 4 \cos \Lambda}$.

навливалось равным нулю и для каждого значения угла стреловидности (коэффициент $\operatorname{tg} \Lambda$) подбиралась скорость (параметр q_R), при которой $M_{кр} = 0$. Результаты этого исследования представлены на рис. 36. Скорость реверса, как это и должно быть, падает с увеличением угла стреловидности крыла.

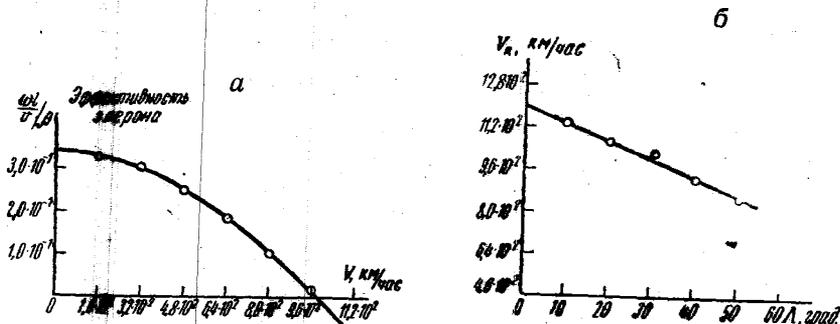


Рис. 3

Напряжения в узлах электронной модели будут изменяться в соответствии с искомым решением только в том случае, если на всех интеграторах установлены совершенно определенные исходные напряжения — начальные условия. Специфика краевой задачи, в отличие от задачи типа Коши [2], состоит, как известно, в том, что не все такие условия заданы в начале решения. Часть из них бывает задана (в простейшем случае) в конце решения. Найти решение краевой задачи на электронной модели — это так подобрать величины неизвестных начальных напряжений на интеграторах, чтобы искомые функции к концу решения принимали заданные там для них значения.

Для системы (1) из пяти краевых условий (3) только три задано в начале решения $[EIZ'']_1 \dot{=} Z'_i = \theta_i = 0$ (решение велось от свободного конца крыла к его корню). Два других начальных условия Z'_i и θ_i приходится «угадывать», подбирать так, чтобы функции $Z'(x)$ и $\theta(x)$ в согласии с условиями (3) к концу решения принимали нулевые значения $Z'(0) = \theta(0) = 0$. Такая процедура поиска решения системы (1), которую приходится повторять каждый раз после всякого изменения любого из параметров модели q , $\frac{\omega l}{V}$, $\operatorname{tg} \Lambda$ и т. п. (см. рис. 2), если ее не автоматизировать, превращается в утомительный и трудоемкий процесс.

В литературе [2], [3] описан ряд общих методов и приемов решения краевых задач.

В данной задаче применялся и вполне себя оправдал простейший вариант автоматического поиска решения. Неизвестные начальные условия $Z'(l)$ и $\theta(l)$ задавались на интеграторы 3 и 5 модели и варьировались при помощи двух «накапливающих» операционных усилителей. Одна из таких цепей, управляющая начальными значениями функции $\theta(x)$, показана на рис. 2 справа внизу. Накапливающий усилитель сбрасывал заряд со входной емкости $C_{вх}$ в конце каждого решения и запоминал напряжение на емкости C_0 , стоящей в обратной связи. Это напряжение и подавалось в паузу между решениями через инвертирующий усилитель в цепь задания начальных условий интегратора. В результате каждого решения (n) на выходе накапливающего усилителя образовывалось и запоминалось напряжение: $\theta(l)_{n+1} = \theta(l)_n - \alpha \theta(0)_n$.

представлявшее собой поправленное на n -ном шаге значение искомого начального условия на интеграторе 5. После некоторого числа промежуточных решений (в самом неблагоприятном случае их было 5—7) отличие значений $Z'(0)$ и $\theta(0)$ от нуля становилось незаметным и накапливающий усилитель начинал повторять одно и то же (правильное) начальное условие, а модель — одно и то же решение, удовлетворяющее всем граничным условиям (3). И если какой-либо из параметров q , $\frac{\omega l}{V}$ или $\text{tg } \Lambda$ изменялся плавно небольшими скачками, то для каждого нового значения параметра решение сходилось через два, три шага.

Помимо эффективности элеронов, та же самая электронная модель позволяет определить скорость дивергенции крыла: V_D . Для этого достаточно положить равными нулю напряжения $\beta = 0$ и $\frac{\omega l}{V} = 0$, и отключить ненужные блоки 7 и 8.

Задача отыскания скорости дивергенции крыла представляет собой задачу на собственные значения. Поэтому одно из двух заданных начальных условий — напряжение $Z'(l)$ или $\theta(l)$ — должно выбираться произвольно. При решении фиксировалось начальное напряжение $\theta(l)$ на интеграторе 5. Для всякого (доступного на модели) значения параметра скорости q вспомогательное устройство быстро подбирало нужное начальное напряжение $Z'(l)$ на интеграторе 3, при котором функция $Z'(x)$ принимала согласно условиям (3) нулевое значение в конце решения. В то же самое время, если значение параметра q не соответствовало собственному значению задачи, второе условие на конце не выполнялось: $\theta(0) \neq 0$. Изменяя соответствующим образом величину параметра скорости, находилось такое его значение $q = q_D$ (первое собственное значение), для которого функция $\theta(x)$ вместе с $Z'(x)$ приходила к нулю в конце решения, и таким образом выполнялись все условия на конце. Значение скорости дивергенции определялось из равенства

$$V_D = \frac{1}{\cos \Lambda} \sqrt{\frac{2q_D}{\rho}}$$

Полученные результаты (которые здесь не приводятся) в полном согласии с литературными данными [1] показывают, что уже при небольших углах задней стреловидности Λ скорость дивергенции круто возрастает.

Данная сравнительно простая модель была использована также для решения задачи о распределении аэродинамической нагрузки по упругому крылу. В качестве примера определялось распределение подъемной силы $F_y(x) = qc(x)C_y(x)$ по крылу самолета, совершающего симметричный выход из пикирования [1]. В задаче задавался полетный вес P , скорость полета V (или q) и коэффициент перегрузки N .

Основные уравнения (и краевые условия), которыми описываются упругие деформации крыла, имеют вид (1) и (3). В рамках плоской аэродинамической теории коэффициент подъемной силы $C_y(x)$ для данного маневра имеет следующий вид:

$$C_y(x) = a_0 [\theta(x) - \text{tg } \Lambda \cdot Z'(x) + \alpha^r(x)]. \quad (6)$$

Здесь $\alpha^r(x)$ — угол атаки недеформированного (жесткого) крыла, который полагался постоянным по всему крылу. Коэффициент аэродинамического момента C_m , также был задан условиями задачи.

Дополнительным к системе (1), (3) является равенство суммарной подъемной силы полному полетному весу самолета. В пересчете на одно крыло это условие имеет вид

$$\frac{1}{2} NP = \int_0^l F_y(x) dx = q \int_0^l cC_y dx. \quad (7)$$

Структурная схема электронной модели для этой задачи совпадает со схемой, показанной на рис. 2.

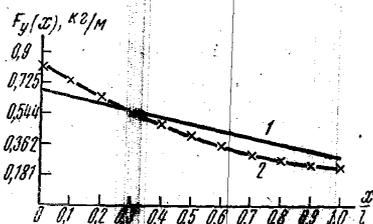


Рис. 4

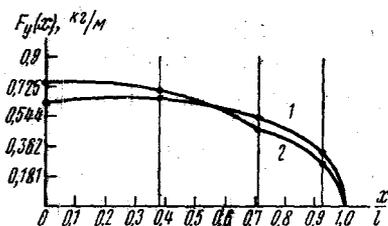


Рис. 5

Распределение подъемной силы $F_y(x)$ представлялось в модели переменным напряжением, действующим на выходе усилителя 7 (коэффициент x , на который умножалась эта величина в первой задаче, теперь отключался). Полная подъемная сила по всему крылу получалась (и измерялась) в конце решения на выходе интегратора 8. Необходимое, согласно равенству (7), значение полной подъемной силы достигалось подбором соответствующего напряжения α' на выходе сумматора №6 (вместо указанных на

схеме рис. 2 напряжений $\frac{1}{a_0} (C'_y)' \cdot \beta$ и $\frac{1}{a_0} (C'_y)'_{\omega} \cdot \frac{\omega l}{V}$). Решение системы (1), удовлетворяющее крайним условиям (3), для различных значений α' получалось автоматически с помощью описанных выше дополнительных устройств. То значение α' и соответствующее ему решение системы (1) — (3), для которого выполнялось равенство (7), было искомым.

Распределение подъемной силы $F_y(x)$, снятое непосредственно с модели, имеет вид, показанный на рис. 4. Цифрой 1 на рисунке помечено распределение для жесткого крыла, цифрой 2 — для упругого.

Естественно, что оба эти результата, соответствующие плоской аэродинамике, не передают правильной (в деталях) картины распределения аэродинамической нагрузки на крыле. Сравнивая эти кривые, можно получить лишь качественные оценки относительно смещения центра давления вдоль по крылу при его упругих деформациях. Однако если взять из получающегося решения не подъемную силу $F_y(x)$, а распределение по крылу упругих деформаций $Z'(x)$ и $\theta(x)$, то можно воспользоваться более точной (не плоской) аэродинамической теорией, в которой учитывается конечность крыла, и получить более правильный результат.

С этой целью в работе была использована аэродинамическая матрица (A) [1], соответствующая методу теории Вейссингера [4], которая связывает подъемную силу $F_y(x)$ и полный угол атаки $\alpha(x) = \theta(x) - \text{tg} \Lambda Z'(x) + \alpha'$ в четырех сечениях крыла по Мультхоппу [5—21]:

$$\{\alpha\} = A \{cC_1\}.$$

Результаты таких вычислений представлены на рис. 5. Кривая 1 показывает распределение подъемной силы по жесткому крылу, а кривая 2 — по упругому. Полученные кривые находятся в хорошем согласии с результатом, полученным на основании численного расчета целиком всей задачи, приведенного в [1].

Примеры, рассмотренные в данной работе, показывают, что целый ряд важных задач аэроупругости сравнительно просто и быстро, с достаточной для практики точностью, может решаться на аналоговых электронных моделях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х., Халфмен Р. Л. Аэроупругость. М., ИЛ, 1958.
2. Этерман И. И. Математические машины непрерывного действия, М., Машгиз, 1957.
3. Пухов Г. Е., Грездов Г. И., Верлань А. Ф. Методы решения краевых задач на электронных моделях. Киев, «Наукова думка», 1965.
4. Weissinger J. The lift distribution of swept-back wings. NACA TM, 1120, 1947.
5. Multhopp H. Luftfahrtforschung, 15, Nr. 4, 1938.

Поступила в редакцию
2.9 1967 г.

Кафедра
общей физики для мехмата