

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 5 — 1968

УДК 535.55 : 620.171.5

Н. Е. ВОРОПАЕВА, Б. А. РЕЗНИКОВ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ФОТОУПРУГИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Содержится методика определения температурной зависимости фотоупругих коэффициентов материалов, обладающих искусственным дупреломлением.

Для исследования напряженного состояния материалов при высоких температурах с помощью поляризационно-оптического метода необходимо знание температурной зависимости тензора фотоупругих коэффициентов. Необходимость в этом возникает, например, при изучении температурной зависимости реологических свойств материалов, при моделировании задач термопластичности.

В настоящей работе предлагается метод определения температурной зависимости фотоупругих коэффициентов материалов, обладающих искусственным дупреломлением. Для определения температурной зависимости фотоупругих коэффициентов обычным методом рабочую часть нагрузочного устройства, с помощью которого создают заданные напряжения или деформации, вместе с образцом помещают в термостат (печь) [1]. Измерения производятся после выдерживания образца при данной температуре в течение времени, достаточного для выравнивания температуры по образцу. Этот способ громоздок и обладает рядом как технических, так и принципиальных недостатков. Так, при таком способе довольно затруднительно отделить температурные изменения дупреломления от изменений, вызванных термопластичностью.

Эти затруднения, а также чисто технические трудности можно обойти, если изучать температурную зависимость фотоупругих коэффициентов методом измерения дупреломления при разных температурах в образце с остаточными напряжениями, свободном от внешних механических воздействий. Метод основан на том, что величина остаточных деформаций не зависит от температуры, если при изменении температуры образец может свободно расширяться и в нем не происходит релаксации напряжений. Последнее условие всегда выполняется для стекол до температуры, не превышающей нижней границы зоны отжига [2], а для кристаллов — до напряжений, не превышающих предела текучести [3].

Рассмотрим пластинку с остаточными напряжениями, меняющимися только по толщине. Такое напряженное состояние можно получить

в результате тепловой обработки, при которой температура внутри пластинки меняется только по толщине [4, 5].

Найдем связь между остаточными напряжениями при двух разных, но постоянных по пластинке температурах T и T^* . Отнесем пластинку к системе декартовых координат, начало которой поместим в средней плоскости пластинки, а ось Z направим перпендикулярно ее поверхности. Запишем закон Гука в виде

$$e_{ij}^{ynp} = e_{ij} - e_{ij}^{\circ} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (i, j, k = x, y, z), \quad (1)$$

где e_{ij}^{ynp} , e_{ij} , e_{ij}° — компоненты тензоров упругой, полной и остаточной деформаций, σ_{ij} — компоненты тензора остаточных напряжений, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, δ_{ij} — символ Кронекера.

Уравнения упругого равновесия в компонентах тензора напряжений

$$\frac{\partial \sigma_{kz}}{\partial z} = 0 \quad (k = x, y, z)$$

при граничных условиях $\sigma_{kz} = 0$ (внешние силы отсутствуют) дают

$$\sigma_{kz} \equiv 0 \quad (k = x, y, z) \quad (2)$$

во всех точках пластинки.

В силу условий симметрии единственными отличными от нуля компонентами тензора напряжений являются

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma(z) = \sigma.$$

На краях пластинки средние по толщине значения напряжений и изгибающих моментов равны нулю:

$$\bar{\sigma} = 0, \quad \bar{z\sigma} = 0. \quad (3)$$

Так как решение зависит только от z , то указанные равенства будут удовлетворяться по всей пластинке.

Из уравнений совместности не удовлетворяется тождественно только одно:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

или

$$\frac{\partial^2 e^{ynp}}{\partial z^2} = \eta, \quad (5)$$

где тензор второго ранга η_{ij} характеризует несовместность остаточных деформаций, служащую источником остаточных напряжений.

Решая уравнение (5), с помощью (3) и (1) получаем

$$e^{ynp} = \bar{\chi} - \chi + \frac{3z\bar{\chi}}{a^2} z, \quad (6)$$

где $\chi = \int_0^z dz' \int_0^{z'} \eta(z) dz$, a — полутолщина пластинки.

Выражение (6) показывает, что если при изменении температуры пластинки от T до T^* не введена дополнительная несовместность η , χ не меняется и, следовательно, не меняется упругая деформация e^{ynp} :

$$e^{ynp} = e^{ynp*}. \quad (7)$$

(Здесь и дальше значения, отмеченные звездочкой *, относятся к температуре T^* .)

Решение уравнения (4) устанавливает связь между упругими и остаточными деформациями [6]:

$$e^{упр} = \bar{e}^o - e^o + \frac{3ze^o}{a^2} z. \quad (8)$$

Сравнение выражений (6) и (8) для $e^{упр}$ дает $e^o = \chi$, и причиной независимости упругих деформаций от температуры можно считать независимость от температуры остаточных деформаций.

Остаточные напряжения σ и σ^* в пластинке при двух разных (но постоянных по пластинке) температурах связаны, согласно (7), (1) и (2), следующим соотношением:

$$\frac{1-\nu}{E} \sigma = \frac{1-\nu^*}{E^*} \sigma^*. \quad (9)$$

Записывая выражение закона фотоупругости [7] при температурах T и T^*

$$\begin{aligned} \Delta &= C(\sigma_1 - \sigma_2), \\ \Delta^* &= C^*(\sigma_1^* - \sigma_2^*) \end{aligned} \quad (10)$$

(Δ , Δ^* , C , C^* — соответствующие величины двупреломления и фотоупругих коэффициентов, σ_1 и σ_2 — главные или квазиглавные напряжения в плоскости волнового фронта) и используя соотношение (9) для исключения σ^* из (10), получаем

$$C^* = \frac{\Delta^*}{\Delta} \frac{E(1-\nu^*)}{E^*(1-\nu)} C. \quad (11)$$

Полученное выражение позволяет определить фотоупругие коэффициенты C^* при температуре T^* , если известны значения C , E , ν при температуре T и E^* , ν^* при температуре T^* . Для этого необходимо измерить величины двупреломления Δ и Δ^* при температурах T и T^* в пластинке с остаточными напряжениями. Изменение масштаба по оси двупреломления эюр, снятых при разных температурах, определяет (после учета изменения с температурой упругих коэффициентов) изменение фотоупругих коэффициентов.

Выражение для температурной зависимости оптических коэффициентов деформации D может быть получено из соотношения (7) и закона фотоупругости в деформациях:

$$\Delta = D(e_1 - e_2),$$

где e_1 и e_2 — главные или квазиглавные деформации в плоскости волнового фронта. При этом, однако, надо иметь в виду, что соотношение (7) показывает независимость от температуры упругих деформаций $e_{xx}^{упр}$ и $e_{yy}^{упр}$, определяемых соответствующими компонентами остаточных деформаций. Деформация же $e_{zz}^{упр}$, определяющая пуассоновое сокращение толщины пластинки в результате изменения с температурой напряжений, действующих параллельно ее поверхности, не равна нулю и должна быть учтена при вычислении пьезооптического эффекта:

$$e_{zz}^{упр} = -\frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}).$$

В прежних предположениях для температурной зависимости оптических коэффициентов деформации получаем

$$D^* = \frac{\Delta^* (1 - \nu^*)(1 + \nu)}{\Delta (1 - \nu)(1 + \nu^*)} D. \quad (12)$$

С помощью аналогичных соображений выводятся формулы, выражающие связь между фотоупругими коэффициентами при разных температурах для кристаллов любой кристаллографической системы. В качестве примера приведем формулы для кристаллографического класса $m\bar{3}m$ кубической системы, к которым принадлежат, в частности, кристаллы фтористого лития (LiF).

Пьезооптические свойства этих кристаллов характеризуются тремя фотоупругими коэффициентами q_{11} , q_{12} , q_{44} (или оптическими коэффициентами деформации d_{11} , d_{12} , d_{44}) [8].

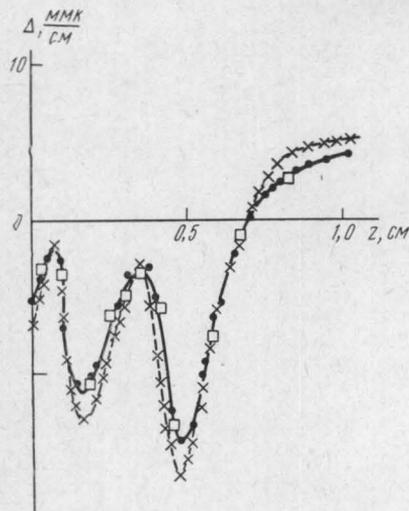


Рис. 1

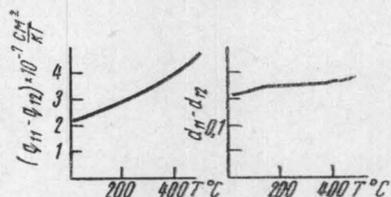


Рис. 2

Все оптические аномалии в пластинках, вырезанных параллельно $\{100\}$, выражаются с помощью одного фотоупругого коэффициента $C = q_{11} - q_{12}$. Для таких пластинок справедливы формулы (11) и (12) при правильном выборе величин, играющих роль E и ν :

$$q_{11}^* - q_{12}^* = \frac{\Delta^*}{\Delta} \frac{(s_{11}^* + s_{12}^*)}{(s_{11} + s_{12})} (q_{11} - q_{12}),$$

$$d_{11}^* - d_{12}^* = \frac{\Delta^*}{\Delta} \frac{(s_{11}^* + s_{12}^*)(s_{11} - s_{12})}{(s_{11} + s_{12})(s_{11}^* - s_{12}^*)} (d_{11} - d_{12}),$$

где s_{11} и s_{12} — коэффициенты упругой податливости [8].

На рис. 1 приведены результаты измерения двупреломления в пластинке LiF при разных температурах.

На графиках рис. 2 представлен температурный ход фотоупругих коэффициентов и оптических коэффициентов деформации кристаллов LiF¹.

В заключение выражаем благодарность В. Л. Инденбому и Ю. И. Сиротину за полезные обсуждения и советы.

¹ Значения коэффициентов упругой податливости при разных температурах были взяты из работы [9], значения фотоупругих коэффициентов кристаллов LiF при комнатной температуре из наших измерений и из [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Harris F. C. Roy. Soc. Proc., A **106**, 718, 1924.
2. Инденбом В. Л., Ананич Н. И. Инф.-техн. сборн., № 6. БТИ МРТП, 1957, стр. 51.
3. Воропаева Н. Е., Резников Б. А., Сиротин Ю. И. «Кристаллография», **13**, 1968 (в печати).
4. Инденбом В. Л. ЖТФ, **24**, вып. 5, 925, 1954.
5. Инденбом В. Л., Сильвестрова И. М., Сиротин Ю. И. «Кристаллография», **1**, вып. 5, 599, 1956.
6. Инденбом В. Л. Автореферат диссертации. Л., 1964.
7. Фрохт М. Фотоупругость, т. 1. М.—Л., ИЛ, 1948.
8. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М., ИЛ, 1960.
9. Чернов Ю. М., Степанов А. В. «Физика твердого тела», **3**, вып. 9, 2872, 1961.
10. Krishna R. S. Prog. crystal phys. I, S. Viswanathan., 1958.

Поступила в редакцию
31.8 1967 г.

Кафедра
физики кристаллов