Вестник московского университета

№ 6-1968

УДК 538.56: 530.145

Cur

Ф. В. РОССЕЛЬС, Т. А. СЕМЕНОВА

ОЦЕНКА МОЩНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ МНОГОФОТОННОГО ГАЗОВОГО УМНОЖИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

Содержится расчет мощности излучения многофотонного умножителя частоты. В расчете учтены реальная ширина линии поглощения газа и пространственное распределение поля в резонаторе. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с известными экспериментальными данными.

В работах [1], [2] проведены расчеты выходной мощности гармоники в многофотонном умножителе частоты, работающем на электродипольных взаимодействиях в газах. Данные этих расчетов в 10² раз превышают экспериментальные результаты работы [3]. В расчетах [1] и [2] предполагалось, что электрическое поле постоянно во всем объеме резонатора. В данной работе решается несколько более сложная задача, позволяющая учесть изменение поля по объему резонансной системы; показано, что такой учет дает теоретические значения выходной мощности, более близкие к известным экспериментальным результатам.

Понятие эффективного объема

Напряженность электрического поля в резонаторе есть функция координат и меняется от нуля до $E_{\rm макс}$. Пусть, например, поле меняется с координатой по закону (рис. 1, *a*)

$$E = A \sin kx. \tag{1}$$

Молекулы газа, находящиеся в различных точках резонатора и подвергающиеся воздействию различных по величине полей, будут излучать на разных частотах в силу эффекта Штарка. Мы будем рассматривать молекулы, не имеющие постоянного дипольного момента, для которых наблюдается лишь квадратичный Штарк-эффект. Тогда при выбранном нами характере поля (1) частота излучения молекулы зависит от ее координаты по закону

$$\Omega = \omega_0 \left(1 + D(A) \sin^2 kx \right)^{-1}, \tag{2}$$

где ω_0 — невозмущенная частота перехода, а величина относительного сдвига частоты D(A) определяется формулой (см. [4])

6AN 5)=

$$D(A) = -\frac{n^2}{n^2 - 1} \frac{K^2 A^2}{4\omega_0^2}.$$
(3)

Здесь *n* — номер гармоники, $K = \frac{2|\mu|}{\hbar}$ — индуцированный дипольный момент молекулы, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, *h* — постоянная Планка. Зависимость (2) изображена на рис. 1, б сплошной линией. Полю $E_{\text{макс}}$ соответствует максимальная частота излучения $\Omega_{\text{макс}} = \omega_0 (1 - |D(A)|)^{-1}$, полю E = 0 — невозмущенная частота перехода $\Omega = \omega_0$.



Рис. 1

Рассмотрим систему, которая может резонировать одновременно на двух частотах ω_p и $n\omega_p$. Будем считать, что резонатор имеет бесконечно узкую полосу пропускания, а генератор накачки работает в непрерывном режиме. Если бы линию поглощения газа можно было считать также бесконечно узкой, то излучение на гармонике частоты накачки могло бы исходить только от тех молекул, координаты которых (x_0 и $a - x_0$ на рис. 1, б) соответствуют частоте $n\omega_p$ (необходимо, чтобы при этом выполнялось условие $n\omega_p = n\omega_2 = \Omega$, ω_2 — частота генератора накачки), т. е. объем, занимаемый излучающими молекулами, представлял бы собой дельта-функцию поля и, следовательно, координат $\vartheta \sim \delta(E - E_0) =$ $=\delta(x-x_0)$. Однако при давлениях, с которыми приходится работать многофотонным умножителям частоты, ширина линии поглощения конечна и в интервале давлений 1—200 мм рт. ст. меняется от десятков до тысяч мегагерц. Конечность ширины линии приводит к тому, что излучают не только те молекулы, центральная частота линии которых совпадает с частотой $n\omega_p = n\omega_2$, но и молекулы со сдвинутыми относительно пωр частотами перехода. На рис. 1, б пунктирной линией отмечены границы ширины линии поглощения при некотором фиксированном давлении р.

Будем считать допустимыми такие штарковские сдвиги частоты излучения, при которых линия генератора накачки (резонатора) еще совпадает с частотой, соответствующей уровню полуспада интенсивности линии поглощения (рис. 1, в). Координаты граничных значений поля, еще дающих частоты, совпадающие с частотой $n\omega_2 = n\omega_p$, определят объем резонатора, в котором возможна генерация гармоник. В дальнейшем мы будем называть этот объем эффективным объемом.

Из рис. 1, б следует, что при фиксированном давлении эффективный объем зависит от того, на какую из возможных частот линии перехода настроены генератор накачки и резонатор. Очевидно, что при настройке $n\omega_2 = n\omega_p = \Omega_{\text{макс}}$ эффективный объем будет меньше, чем при настройке $n\omega_2 = n\omega_p = \Omega_{\text{макс}} - \frac{\Delta\Omega}{2}$. И нежелательно настраивать резонатор на частоты $n\omega_p = \Omega_{\text{макс}} + \frac{\Delta\Omega}{2}$ и $n\omega_p = \omega_0 - \frac{\Delta\Omega}{2}$, так как эффективный объем в этих случаях превращается в δ -функцию координат.

Определение критических значений поля

Рассмотрим резонатор, равномерно заполненный молекулами газа. Каждая молекула излучает на частоте:

$$\Omega = \omega_0 \, (1 - |D(E)|)^{-1},$$

где величина поля *E* определяется координатами молекулы в резонаторе.

Вклад в выходную мощность будут давать лишь те молекулы, частоты высвечивания которых удовлетворяют условию:

$$n\omega_p - \frac{\Delta\Omega}{2} \ll \frac{\omega_0}{1 - |D(E)|} \ll n\omega_p + \frac{\Delta\Omega}{2}.$$

Отсюда получаем уравнения для определения граничных значений поля *E'* и *E''*

$$\frac{\omega_0}{1 - |D(E')|} = n\omega_p + \frac{\Delta\Omega}{2},\tag{4}$$

$$\frac{\omega_0}{1-|D(E'')|} = n\omega_p - \frac{\Delta\Omega}{2}.$$
(5)

Подставляя в (4) и (5) величину D(E) из (3), получаем выражения для полей E' и E''

$$E' = \frac{2\omega_0 \sqrt{n^2 - 1}}{nK} \sqrt{1 - \left(\frac{n\omega_p}{\omega_0} + \frac{\Delta\Omega}{2\omega_0}\right)^{-1}},\tag{6}$$

$$E'' = \frac{2\omega_0 \sqrt{n^2 - 1}}{nK} \sqrt{1 - \left(\frac{n\omega_p}{\omega_0} - \frac{\Delta\Omega}{2\omega_0}\right)^{-1}}.$$
 (7)

В формулах (6) и (7) ΔΩ является функцией давления. Так как в значительной области давлений (0,5—300 *мм рт. ст.*) ширина линии поглощения остается пропорциональной давлению [5], [6], то ΔΩ = *ср*, где *с* — константа, зависящая от сорта газа.

Для инверсионного перехода J = K = 3 аммиака $c = 2\pi \cdot 60 \frac{M24}{MM}$ при $t = 0^{\circ}$ C [5], $\omega_0 = 2\pi \cdot 24 \cdot 10^9 \ eq$, $\mu = 1,469 \cdot 10^{-18}$ ед. CGSE. В случае трехфотонного умножения (n = 3) находим для NH₃

$$E' = 102,4 \, \sqrt{1 - \left(\frac{3\omega_p}{\omega_0} + \frac{cp}{2\omega_0}\right)^{-1}}$$
 (eg. CGSE), (8)

$$E'' = 102,4 \sqrt{1 - \left(\frac{3\omega_p}{\omega_0} - \frac{cp}{2\omega_0}\right)^{-1}}$$
 (eg. CGSE). (9)

Граничные значения поля E' и E", определяющие размеры эффективного объема, оказываются функциями двух переменных — давления

и частоты резонатора. На рис. 2 представлено семейство кривых, описывающих зависимость эффективного объема от давления и отношения

частот
$$\frac{3\omega_p}{\omega_0}$$
 ($p_1 = 10, p_2 =$

=20, p₃=60, p₄=100, p₅= =140, p₆=180 мм рт. ст.). Давление является здесь параметром. Эффективный объем рассчитывался для прямоугольного резонатора е квадратным основанием по формулам



$$v_{\flat \phi \phi} = 4 \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - x' \right)^2 \right] \text{ при } \frac{3\omega_p}{\omega_0} \leqslant 1 + \frac{cp}{2\omega_0},$$

$$v_{\flat \phi \phi} = 4 \left[\left(\frac{1}{2} - x'' \right)^2 - \left(\frac{1}{2} - x' \right)^2 \right] \text{ при } 1 + \frac{cp}{2\omega_0} \leqslant \frac{3\omega_p}{\omega_0} \leqslant \frac{\Omega_{\max}}{\omega_0} - \frac{cp}{2\omega_0},$$

$$v_{\flat \phi \phi} = 4 \left[\frac{1}{2} - x'' \right]^2 \text{ при } \frac{3\omega_p}{\omega_0} \geqslant \frac{\Omega_{\max}}{\omega_0} - \frac{cp}{2\omega_0},$$

$$x' = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{E'}{A}, \quad x'' = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{E''}{A}.$$
(10)

Полный объем резонатора считался равным единице. При фиксирован- $3\omega_p$ ной настройке резонагора эффективный объем растет с = const) увеличением давления и стремится к полному объему резонатора Фрез. $\frac{3\omega_p}{2} \gg \frac{\Omega_{\text{макс}}}{2} - \frac{cp}{2}$ и $E' = A = 14 \ \kappa B/cM$ получаем для Например, при ω $2\omega_0$ ω давления p = 1 мм pm. cm. E" = 13,9 кв/см, т. е. минимально допустимое поле отличается от E' лишь на 0,1 кs/cm; следовательно, при таком давлении эффективный объем очень мал. При давлении 100 мм рт. ст. и той же настройке резонатора эффективный объем становится равным $\vartheta_{\rm pes}$ уже в некотором интервале отношений частот $\frac{3\omega_p}{\omega_p}$. При настройке ω резонатора на частоту, соответствующую максимальному полю $E_{\text{маке}}$ = ^{Ω_{макс} эффэктивный объем становится равным полному объему} $3\omega_p$ ω₀ ω ϑ_{рез} лишь при давлениях *p* ≥ 200 мм *pm*. *cm*.

Если в качестве источника накачки используется импульсный генератор, то в области малых давлений ($p \ll 10$ мм рт. ст.) критические значения полей определяются выражениями:

$$E' = \frac{2\omega_0 \sqrt{n^2 - 1}}{nK} \sqrt{1 - \left(\frac{n\omega_p}{\omega_0} + \frac{\Delta\Omega + \Delta\omega}{2\omega_0}\right)^{-1}},$$

$$E'' = \frac{2\omega_0 \sqrt{n^2 - 1}}{nK} \sqrt{1 - \left(\frac{n\omega_p}{\omega_0} - \frac{\Delta\Omega + \Delta\omega}{2\omega_0}\right)^{-1}},$$

где поправка $\Delta \omega$ есть ширина полосы пропускания резонатора, если полоса резонатора $\Delta \omega_p$ меньше ширины спектра импульса $\Delta \omega_2$ генератора накачки, либо $\Delta \omega$ — ширина спектра импульса, если $\Delta \omega_2 < \Delta \omega_p$.

Расчет выходной мощности

Для расчета выходной мощности на гармонике можно воспользоваться приведенной ниже схемой.

1. При заданных настройке резонатора и давлении находим критические значения полей Е' и Е".

2. Теоретически или экспериментально находим координатное распределение поля в резонаторе на частоте накачки E(x, y, z).

3. По известным Е' и Е'' и найденному распределению поля определяем границы эффективного объема x', y', z', y", x", z".

4. Считаем поле гармоники постоянным внутри эффективного объема. Рассчитываем мощность гармоники Р2 по формулам работы [1], заменяя стоящее в них выражение Е⁶ величиной

$$A^{6} \Big[\int_{x^{"}}^{x^{"}} \int_{y^{"}}^{y^{"}} \int_{z^{"}}^{z^{"}} E^{3}(x, y, z) \, dx dy dz \Big]^{2},$$

где интегралы берутся по эффективному объему.

Расчет по такой схеме для аммиака при давлении газа 40 мм рт. ст., $3\omega_p$ Ω_{макс} в случае прямоугольного ре-A == 14 кв/см и настройке Wa ωn зонатора с модой Е110 на частоте накачки дает выходную мощность $P_2 = 29,2$ мвт.

Таким образом, учет изменения поля по объему резонатора и знание реальной ширины линии поглощения газа позволяет получить результаты, неплохо согласующиеся с известными экспериментальными данными, приведенными в [3].

В заключение благодарим доц. И. И. Минакову и ассист. В. Н. Парыгина за ценные советы при выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фонтана Дж., Пантелл Р., Смит Р. Лазеры. М., ИЛ, 1963.

2. Scalapino D., Vassiliadis A., Wilson R. IEEE Intern. Convent Record, 12, 18, 1964.

3. Fontana J., Pantell R., Smith R. J. Appl. Phys., 33, 2085, 1962.

4. Минакова И. И., Семенова Т. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 5, 1966.

5. Таунс Ч., Шавлов А. Радиоспектроскопия. М., ИЛ, 1959. 6. Горди В., Смит В., Трамбаруло Р. Радиоспектроскопия. М., Гостехиздат, 1955.

Поступила в редакцию 16.1 1968 г.

Кафедра физики колебаний