Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 1 — 1969

УДК 536.750 : 53 : 519.25

Р. Л. СТРАТОНОВИЧ

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕРМОДИНАМИКЕ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ

Приведены примеры найденных авторов соотношений, которые связывают коэффициенты диффузии внутренних термодинамических параметров с нелинейными членами феноменологических уравнений для их средних значений. Эти соотношения обобщены на квантовый и немарковский случай. Введена диссипативная функция нелинейной теории.

§ 1. Установление равновесных значений энергии и объема в идеальном газе

В предыдущей работе [1] был дан обзор важнейших соотношений нелинейной термодинамики неравновесных процессов. Среди этих соотношений на первом месте стоят известные соотношения линейной теории — соотношения Онзагера. На втором — известные флуктуационно-диссипационные соотношения Найквиста-Владимирского (в квантовом варианте соотношения Каллена-Вельтона). Последующие соотношения являются новыми, оригинальными. Так, соотношения, стоящие на третьем месте, касаются непостоянства коэффициентов диффузии для релаксационного процесса (неквантовый случай). Они устанавливают связь между производными (по параметрам) от коэффициентов диффузии и нелинейными членами феноменологических уравнений релаксации.

В настоящей работе мы дадим пример применения указанных соотношений к одной простой термодинамической модели, а затем, продолжая развитие нелинейной теории, коснемся вопроса о немарковском и квантовом обобщении этих соотношений и введем диссипативную функцию для нелинейной термодинамики.

Пусть грамм-молекула идеального газа занимает внутренность цилиндра с поршнем (единичного сечения). На поршень действует постоянная внешняя сила p_0, которая передается через него газу. Примем, что поршень имеет малую массу и движется в условиях жидкого трения: сила трения пропорциональна на скорости $f_{\text{тр}} = \dot{V}/\chi$ с постоянным коэффициентом $1/\chi$. Если p — давление внутри газа, то запишем

$$\dot{V} = \chi (p - p_0). \tag{1}$$

Пусть газ обменивается теплом с термостатом, который имеет температуру T_0. Для простоты запишем линейный закон теплообмена $\dot{Q}=\lambda(T_0-T)$ (коэффициент постоянный). Если теплота, выделяющаяся вследствие трения поршня, поступает только в термостат (нетрудно рассмотреть и другие случаи), то для внутренней энергии будем иметь в соответствии с первым законом термодинамики

$$\dot{U}=\dot{Q}-p\dot{V}=\lambda(T_0-T)-p\dot{V}.$$

Поэтому в силу (1):

$$\dot{U}=\lambda(T_0-T)-\chi p(p-p_0). \tag{2}$$

Легко найти свободную энергию описанной системы

$$\Psi=U+p_0V-T_0(C_V\ln U+R\ln V). \tag{3}$$

Равновесные значения энергии $U_0=C_VT_0$ и объема $V_0=RT_0/p_0$ соответствуют минимуму указанной свободной энергии.

В данном примере, очевидно, имеется два внутренних параметра (в смысле определения $B_j=-\partial\beta\Psi/\partial\alpha_j$): $B_1=U$ и $B_2=V$. Сравнивая (3) с (4) из [1], видим, что

$$\gamma(B)-\alpha_0B=-\frac{C_V}{k}\ln U-\frac{R}{k}\ln V+\frac{U}{kT_0}+\frac{p_0V}{kT_0},$$

т. е. сопряженными параметрами являются $\alpha_1=-\frac{1}{kT}$, $\alpha_2=-\frac{p}{kT}$. Уравнения (1), (2) есть не что иное, как уравнения релаксации (1) из [1]. Чтобы применить изложенную теорию остается правые части уравнений (1), (2) выразить через параметры α_1, α_2. Очевидно, это дает

$$\begin{aligned}\dot{U}&=\frac{\lambda}{k}\left(\frac{1}{\alpha_1}-\frac{1}{\alpha_{10}}\right)-\chi\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}-\frac{\alpha_{20}}{\alpha_{10}}\right),\\ \dot{V}&=\chi\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}-\frac{\alpha_{20}}{\alpha_{10}}\right).\end{aligned} \tag{4}$$

Дифференцированием находим коэффициенты Онзагера

$$\|-L_{j,k}\|=\left\|\frac{\varkappa_{j,k}}{kT_0}\right\|=\frac{1}{kT_0}\begin{pmatrix}-\frac{\lambda}{k\alpha_{10}^2}+\frac{\chi\alpha_{20}^2}{\alpha_{10}^3} & -\frac{\chi\alpha_{20}}{\alpha_{10}^2}\\ -\frac{\chi\alpha_{20}}{\alpha_{10}^2} & \frac{\chi}{\alpha_{10}}\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-\lambda T_0-\chi p_0^2 & \chi p_0\\ \chi p_0 & -\chi\end{pmatrix}. \tag{5}$$

Флуктуационно-диссипационное соотношение (II) из [1] принимает вид

$$\left\langle\frac{dU^2}{dt}\right\rangle=2\lambda kT_0^2+2\chi kT_0p_0^2;$$

$$\left\langle\frac{dUdV}{dt}\right\rangle=-2\chi kT_0p_0,\quad\left\langle\frac{dV^2}{dt}\right\rangle=2\chi kT_0. \tag{6}$$

Вычислим также первые нелинейные коэффициенты $\varkappa_{j,kl}$ от функций (4):

$$\varkappa_{1,11} = \frac{2\lambda}{k\alpha_{10}^3} - \frac{4\chi\alpha_{20}^2}{\alpha_{10}^4} = -2\lambda k^2 T_0^3 - 4\chi k^2 T_0^2 p_0^2;$$

$$\varkappa_{1,12} = \frac{3\chi\alpha_{20}}{\alpha_{10}^3} = 3\chi k^2 T_0^2 p_0; \quad \varkappa_{1,22} = -\frac{2\chi}{\alpha_{10}^2} = -2\chi k^2 T_0^2;$$

$$\varkappa_{2,11} = 2\chi\frac{\alpha_{20}}{\alpha_{10}^3} = 2\chi k^2 T_0 p_0; \quad \varkappa_{2,12} = -\frac{\chi}{\alpha_{10}^2} = -\chi k T_0^2; \quad \varkappa_{2,22} = 0.$$

Применяя соотношения (III) и (I), находим производные коэффициентов диффузии:

$$\varkappa_{11,1} = -\frac{2\lambda}{k\alpha_{10}^3} + \frac{4\chi\alpha_{20}^3}{\alpha_{10}^4} = 2\lambda k^2 T_0^3 + 4\chi k^2 T_0^3 p_0^3;$$

$$\varkappa_{11,2} = -4\chi\frac{\alpha_{20}}{\alpha_{10}^3} = -4\chi k^2 T_0^2 p_0; \quad \varkappa_{12,1} = -2\frac{\chi\alpha_{20}}{\alpha_{10}} = -2\chi k^2 T_0^2 p_0;$$

$$\varkappa_{12,1} = \frac{2\chi}{\alpha_{10}^2} = 2\chi k^2 T_0^2; \quad \varkappa_{22,1} = \varkappa_{22,2} = 0. \tag{7}$$

Полученные результаты (6), (7) позволяют при помощи ряда Тейлора найти коэффициенты диффузии как функции двух наборов переменных: α и α_0 (или p, T и p_0, T_0):

$$\begin{gathered}
\left\langle \frac{dU^2}{dt} \right\rangle = 2\lambda k T_0^2 + 2\lambda k T_0 (T - T_0) + 2\chi k T_0 p_0^2 + 4\chi k T_0^2 p_0^2 \times \\
\times (p - p_0) = 2\lambda k T T_0 + 2\chi k T_0 p^2, \\
\left\langle \frac{dUdV}{dt} \right\rangle = -2\chi k T_0 p_0 - 2\chi k T_0 (p - p_0) = -2\chi k T_0 p, \\
\left\langle \frac{dV^2}{dt} \right\rangle = 2\chi k T_0.
\end{gathered} \tag{8}$$

Последние формулы справедливы с точностью до второго порядка относительно отклонений $T - T_0$, $p - p_0$. Найденные результаты (8) являются нетривиальными. В соответствии с соотношениями (6) можно предположить, что для неравновесных температуры и давления T, p коэффициенты диффузии определяются равенствами

$$\left\langle \frac{dU^2}{dt} \right\rangle = 2\lambda k T^2 + 2\chi k T p^2,$$

$$\left\langle \frac{dUdV}{dt} \right\rangle = -2\chi k T p, \quad \left\langle \frac{dV^2}{dt^2} \right\rangle = 2\chi k T,$$

которые, однако, оказываются несправедливыми, как видно из сравнения с (8). Вместо фактической температуры T в выражениях (8) для $\varkappa_{12}$, $\varkappa_{22}$ стоит будущая (равновесная) температура.

Данный пример можно модифицировать, рассматривая теплообмен данного газа не с термостатом, а с другой массой газа (ν грамм-молекул), расположенного по другую сторону от поршня. Суммарный объем V_c и суммарную энергию обоих масс газа будем считать фиксированной.

Поскольку

$$U = C_V T,\ U_2 = \nu C_V T_2 = U_c - U,\ p_2 = \frac{\nu R T_2}{V_2} = \frac{R}{C_V}\frac{U_2}{V_2},$$

уравнения (1) и (2) примут вид

$$\dot{V} = \chi \frac{R}{C_V}\left(\frac{U}{V} - \frac{U_c - U}{V_c - V}\right),$$

$$\dot{U} = \frac{\lambda}{\nu C_V}\left[U_c - (1+\nu)U\right] - \frac{\chi R^2}{C_V^2}\frac{U}{V}\left(\frac{U}{V} - \frac{U_C - U}{V_C - V}\right). \quad (9)$$

Это и будут релаксационные уравнения (1) из [1] для данного примера. Чтобы применить к (9) общую теорию, требуется ввести сопряженные переменные α_1, α_2. Поскольку состоянию $(V,\ U)$ соответствует энтропия

$$S = C_V \ln U + R \ln V + \nu C_V \ln (U_C - U) + \nu R \ln (V_C - V), \quad (\Gamma \approx -S/k), \quad (10)$$

то нетрудно написать равновесное распределение

$$w(V,\ U) = [w_\alpha (V,\ U)]_{\alpha=0} = \mathrm{const}\, e^{S/k},$$

а также неравновесное распределение (3) из [1]. Из условия экстремальности энтропии или вероятности неравновесного распределения const exp $[S/k + \alpha_1 U + \alpha_2 V]$ находим «уравнения состояния» (2) из [1], т. е. зависимость между α_1, α_2 и неравновесными средними $A_1 = \langle U \rangle_\alpha$, $A_2 = \langle V \rangle_\alpha$. Согласно (10) эта зависимость такова:

$$k\alpha_1 = -\frac{\partial S}{\partial U} = -\frac{C_V}{A_1} + \frac{\nu C_V}{U_C - A_1},\ k\alpha_2 = -\frac{\partial S}{\partial V} = -\frac{R}{A_2} + \frac{\nu R}{V_C - A_2}. \quad (11)$$

Теперь уже можно применять общие соотношения (I), (II), (III), ... из [1].

Если положить $U_c = (1+\nu) U_0$, $V_c = (1+\nu) V_0$ и перейти к пределу $\nu \to \infty$, то модифицированный пример перейдет в первоначальный.

Из рассмотренных примеров видно, что линейность или нелинейность неравновесной термодинамики не обусловлена прямо линейностью феноменологических уравнений (1), (2). При больших отклонениях от равновесности теория должна быть нелинейной, даже если феноменологические уравнения берутся в точности линейными. Существенной для теории является линейность или нелинейность уравнений относительно правильно определенных сопряженных переменных, а не каких-либо других.

§ 2. Обобщение на немарковский и квантовый случай

Когда неравновесный процесс является немарковским, пределы типа (9) из [1] не существуют. Это связано с нарушением (хотя бы временным) феноменологических уравнений (1) из [1]. Тогда вместо функций $k_{j_1 \ldots j_n}(B,\ \alpha_0)$, $\varkappa_{j_1 \ldots j_n}(\alpha,\ \alpha_0)$ можно рассматривать кумулянты (семиинварианты) конечных приращений $\Delta B_j = B_j^\tau - B_j$ и их средние

$$\varkappa^\tau_{j_1 \ldots j_n}(a,\ a_0) = \langle K[\Delta B_{j_1}, \ldots, \Delta B_{j_n}] \rangle_a. \quad (12)$$

Очевидно, $\varkappa^{\tau}_{j_1 \ldots j_n} = \varkappa_{j_1 \ldots j_n} \tau + o(\tau)$ в марковском случае. Соотношения взаимности для кумулянтов (12) можно заменить на более сложное образование. Так, кумулянт второго порядка

$$\varkappa^{\tau}_{jk} = \langle \Delta B_j \Delta B_k \rangle_a - \langle \Delta B_j \rangle_a \langle \Delta B_k \rangle_a =$$
$$= \langle B^{\tau}_j B^{\tau}_k \rangle_a + \langle B_j B_k \rangle_a - \langle B^{\tau}_j B_k \rangle_a - \langle B_j B^{\tau}_k \rangle -$$
$$- \langle B^{\tau}_j \rangle_a \langle B^{\tau}_k \rangle_a - \langle B_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a + \langle B^{\tau}_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a + \langle B_j \rangle_a \langle B^{\tau}_k \rangle_a \qquad (13)$$

заменим на выражение

$$\varkappa^{\tau}_{jk} = \Phi_2 (ih\beta p^2,\ ih\beta p^1) [\langle B^{\tau}_j B^{\tau}_k + B^{\tau}_k B^{\tau}_j \rangle +$$
$$+ \langle B_j B_k + B_k B_j \rangle_a - \langle B^{\tau}_j B_k + B_k B^{\tau}_j \rangle - \langle B_i B^{\tau}_k + B^{\tau}_k B_j \rangle_a] -$$
$$- \Phi_1 (ih\beta p^2) \Phi_1 (ih\beta p^1) [\langle B^{\tau}_j \rangle_a \langle B^{\tau}_k \rangle_a + \langle B_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a -$$
$$- \langle B^{\tau}_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a - \langle B_j \rangle_a \langle B^{\tau}_k \rangle], \qquad (14)$$

где Φ_1, Φ_2 — функции, определенные в [2]. В частном случае, когда $a = a_0$, средние $< B_j >_{a0}$ являются постоянными; и часть членов в формуле (14) сокращается, и она принимает вид

$$\varkappa^{\tau}_{jk} = 4 \operatorname{Re} \Phi_2 (-ih\beta p^1,\ ih\beta p^1) \langle B_j B_k \rangle_{a_0} -$$
$$- 2 \operatorname{Re} \Phi_2 (-ih\beta p^1,\ ih\beta p^1) \langle B^{\tau}_j B_k + B_j B^{\tau}_k \rangle_{a_0}. \qquad (15)$$

Здесь учтено, что $\langle B_j (t_1) B_k (t_2) \rangle_{a_0}$ зависят лишь от разности времени $t_2 - t_1$, и следовательно

$$\langle B^{\tau}_j B^{\tau}_k \rangle_{a_0} = \langle B_j B_k \rangle_{a_0},\ p^2 \langle B_j B_k \rangle = -p^1 \langle B_j B_k \rangle$$

в силу стационарности равновесных флуктуаций.

Воспользуемся полученной в [2] формулой

$$\langle B_j B^{\tau}_k \rangle_{a_0} - \langle B_j \rangle_{a_0} \langle B^{\tau}_k \rangle_{a_0} = \frac{kT}{\Phi_1 (-ih\beta p_{\tau})} \left[\frac{\partial \langle B^{\tau}_k \rangle_a}{\partial a_j} \right]_{a_0} \qquad (16)$$

(см. (21) из [2]). Учитывая, что $\langle B^{\tau}_k \rangle_a$ действительны и что

$$\operatorname{Re} \frac{\Phi_2 (-iy,\ iy)}{\Phi_1 (-iy)} = \operatorname{Re} \frac{e^{iy} - 1 - iy}{iy (e^{iy} - 1)} = \operatorname{Re} \frac{-1}{e^{iy} - 1} = \frac{1}{2},$$

из (15) и (16) находим

$$\varkappa^{\tau}_{jk} (a_0,\ a_0) = -kT \left[\frac{\partial \langle \Delta B_j \rangle_a}{\partial a_k} + \frac{\partial \langle \Delta B_j \rangle_a}{\partial a_j} \right]_{a = a_0}. \qquad (17)$$

Этот результат представляет собой квантовое обобщение соотношений (11) из [1]. Подобно тому как в классическом случае из существования предела

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{\langle \Delta B_j \rangle_a}{\tau} \qquad (18)$$

вытекало существование предела (9) из [1], в квантовом случае согласно (17) из этого следует существование предела

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau} \varkappa^{\tau}_{jk} (a_0,\ a_0).$$

Соотношения более высоких порядков, например (III) из [1], также допускают обобщение на квантовой и немарковский случай. Покажем, как выводятся соотношения (III) из немарковской теории. Для краткости ограничимся при этом неквантовым случаем. Нетрудно видеть, что выражение (13) можно записать в виде

$$\varkappa_{jk}^{\tau}(a, a_0) = \langle B_j^{\tau} B_k^{\tau} \rangle_a - \langle B_j^{\tau} \rangle_a \langle B_k^{\tau} \rangle_a - \langle B_j B_k \rangle + \langle B_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a -$$

$$- \langle \Delta B_j B_k \rangle_a + \langle \Delta B_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a - \langle B_j \Delta B_k \rangle_a + \langle B_j \rangle_a \langle \Delta B_k \rangle_a.$$

Возьмем от него производную по a^l в точке $a = a_0$. Используя формулу (48), (52) из [2] преобразуем первые члены:

$$\frac{\partial \varkappa_{jk}^{\tau}}{\partial a^l} = kT \frac{\partial^2 \langle \Delta B_l \rangle}{\partial a^j \partial a^k} - \frac{\partial}{\partial a^l} [\langle \Delta B_j B_k \rangle_a - \langle \Delta B_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a +$$

$$+ \langle B_j \Delta B_k \rangle_a - \langle B_j \rangle_a \langle \Delta B_k \rangle_a] \text{ при } a = a_0. \tag{19}$$

Примем во внимание формулу

$$\langle B_j^{\tau} \rangle_a = e^{\beta\Phi(a) - \beta\Phi(a_0)} \langle e^{\beta(a - a_0)B} B_j^{\tau} \rangle_{a_0}.$$

(см. (8) из [2]). Дифференцируя обе части этого равенства по a^k и, учитывая, что $\frac{\partial \Phi(a)}{\partial a} = -\langle B_k \rangle_a$, находим

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial a^k} \langle B_j^{\tau} \rangle_a = \langle B_j^{\tau} B_k \rangle_a - \langle B_j^{\tau} \rangle_a \langle B_k \rangle_a,$$

и следовательно

$$kT \frac{\partial}{\partial a^k} \langle \Delta B_j \rangle_a = \langle \Delta B_j B_k \rangle_a - \langle \Delta B_j \rangle_a \langle B_k \rangle_a. \tag{20}$$

Вследствии (20) соотношение (19) приводится к виду

$$\frac{\partial \varkappa_{jk}^{\tau}}{\partial a^l} = kT \left[\frac{\partial^2 \langle \Delta B l \rangle_a}{\partial a^j \partial a^k} - \frac{\partial^2 \langle \Delta B_j \rangle_a}{\partial a^l \partial a^k} - \frac{\partial^2 \langle \Delta B_k \rangle_a}{\partial a^l \partial a^j} \right]. \tag{21}$$

Это и есть обобщение соотношений (III) на случай конечных разностей, полученное немарковскими методами. Из существования предела (18) согласно (21) вытекает существование предела $\lim\limits_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau} \frac{\partial \varkappa_k^{\tau}}{\partial a^l}(a_0)$. Если же предел (18) не существует, соотношения

$$\langle \Delta B_j \rangle_a \approx \varkappa_j (a, a_0) \tau, \;\; \varkappa_{jk}^{\tau}(a, a^0) \approx \varkappa_{jk}(a, a^0) \tau,$$

тем не менее могут выполняться приближенно для времен τ, много больших некоторой постоянной времени гладкости $\tau_{гл}$, но много меньших прочих постоянных времени системы.

§ 3. Диссипативная функция в нелинейной теории

В термодинамике необратимых процессов удобно рассматривать определяемую ниже диссипативную функцию.

Согласно (4), (5) из [1] равновесное состояние соответствует минимуму потенциала

$$\beta\Psi(a^0, B) = \gamma(B) - \alpha_0 B \tag{22}$$

(Ψ — свободная энергия). Потенциал (22) асимптотически соответствует функции

$$\Gamma(\alpha) + (\alpha - \alpha_0) A(\alpha) \equiv \widetilde{\Gamma}(\alpha, \alpha_0), \tag{23}$$

приближенно равной $\gamma(A) - \alpha_0 A$, так как γ приближенно равна преобразованию Лежандра $\Gamma + \alpha A$. Определим диссипативную функцию как взятую с обратным знаком производную от (23) по времени:

$$D(\alpha, \alpha_0) = 2\beta F(\alpha, \alpha_0) = -\frac{d\widetilde{\Gamma}(\alpha(t), \alpha_0)}{dt}. \tag{24}$$

Поскольку $\frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha^j} = -A_j$, то

$$\frac{d\widetilde{\Gamma}}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\alpha}{dt} A + (\alpha - \alpha_0)\frac{dA}{dt} = (\alpha - \alpha_0)\dot{A}, \tag{25}$$

т. е.

$$D(\alpha, \alpha_0) = -(\alpha^j - \alpha_0^j) A_j = -(\alpha^j - \alpha_0^j)\varkappa_j(\alpha, \alpha_0).$$

Для марковского неквантового случая, подставляя (11) из [1] в (25), получаем

$$D(\alpha, \alpha_0) = \sum_{l=1}^{\infty} c_{2l-1}(\alpha^{j_1} - \alpha_0^{j_1}) \ldots (\alpha^{j_{2l}} - \alpha_0^{j_{2l}})\varkappa_{j_1 \ldots j_{2l}}(\alpha, \alpha_0). \tag{26}$$

В частности, в диффузионном случае, когда функции $\varkappa_{j_1, \ldots j_{2l}}$ четвертого и более высоких порядков исчезают, имеем

$$D(\alpha, \alpha_0) = \frac{1}{2}\varkappa_{jk}(\alpha, \alpha_0)(\alpha^j - \alpha_0^j)(\alpha^k - \alpha_0^k). \tag{27}$$

Согласно (25) диссипативная функция полностью определяется функциями $\varkappa_j(\alpha, \alpha_0)$, т. е. феноменологическими уравнениями релаксации (1) из [1]. С другой стороны, в силу (26), (27) она однозначно определяется коэффициентами диффузии.

Если удержать лишь члены линейной теории и первые уточняющие члены нелинейной теории, то диссипативная функция будет иметь вид

$$2F = (kT)^2 L_{jk}(\alpha^j - \alpha_0^j)(\alpha^k - \alpha_0^k) + \frac{1}{2}(kT)^3 L_{j,kl}(\alpha^j - \alpha_0^j)(\alpha^k - \alpha_0^k)(\alpha^l - \alpha_0^l) +$$

$$+ O((\alpha - \alpha_0))^4 = (L^{-1})^{jk}\dot{A}_j\dot{A}_k + \frac{1}{2}L_{j,kl}(L^{-1})^{jq}(L^{-1})^{kr}(L^{-1})^{ls}\dot{A}_q\dot{A}_r\dot{A}_s + O(A^4).$$

Здесь коэффициенты L_{jk}, $L_{j,kl} = -\beta^2\varkappa_{j,kl}$ не зависят от α, A.

Диссипативная функция является производящей функцией для коэффициентов $\varkappa_{j_1 \ldots j_n}$ и уже из этого факта можно получить ряд соотношений взаимности. Диссипативная функция играет существенную роль в других специальных нелинейных теориях неравновесных процессов, которые основаны на дополнительных предположениях и здесь не рассматривались. Она может быть связана с неравновесным потенциалом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стратонович Р. Л. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 4, 84, 1967.
2. Стратонович Р. Л. ЖЭТФ, 39, вып. 6 (12), 1647—1659, 1960.
3. Стратонович Р. Л. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 5, 16—29, 1962.

Поступила в редакцию
19.5 1967 г.

Кафедра
общей физики для мехмата