

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 1 — 1969

УДК 521.401

С. Н. ВАШКОВЬЯК

ВЗАИМНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ СПУТНИКОВ МАРСА

Получены формулы, дающие вековые и долгопериодические возмущения в движении спутника Марса Деймоса под влиянием Фобоса. Проведена оценка этих возмущений.

В работе [1] нами была построена промежуточная орбита спутников Марса, основанная на решении обобщенной задачи двух неподвижных центров. Такая промежуточная орбита учитывает возмущения, связанные с существованием второй и третьей зональных гармоник потенциала Марса. a, e, i, l, g, h — элементы промежуточной орбиты, причем элементы h, l, g изменяются со временем согласно формулам:

$$l = n_0(1 + \lambda)(t - t_0) + l_0, \quad g = \nu l + g_0, \quad (1)$$

$$h = \mu l + h_0,$$

где n_0, λ, μ, ν — постоянные, зависящие от элементов a, e, i . Координаты промежуточного движения представляются в виде рядов по степеням малой величины $\varepsilon = \frac{c}{a(1 - e^2)}$ и по степеням эксцентриситета, который предполагается малым. Здесь c — постоянная, связанная с гармоникой I_2 , для Марса $c = 150,304$ км. В работе [2] изучается влияние Солнца на движение спутников Марса. Используя систему канонических переменных L, G, H, l, g, h , связанных с промежуточными элементами a, e, i, l, g, h , удастся проинтегрировать уравнения возмущенного движения и получить выражения для возмущений от Солнца.

В настоящей работе, основываясь на промежуточной орбите [1], интегрируем каноническую систему уравнений в элементах L, G, H, l, g, h так же, как в [2], и получаем вековые и долгопериодические возмущения, обусловленные взаимным влиянием спутников Марса Фобоса и Деймоса. Главную часть возмущающей функции, приводящую к вековым и долгопериодическим возмущениям в элементах, берем в виде ряда по степеням малых величин $e, e', \sin i, \sin i'$, где e и $\sin i$ — эксцентриситет и синус наклона орбиты Деймоса к плоскости экватора Марса, а соответствующие величины со штрихами относятся к Фобосу, который в данной задаче фигурирует как возмущающее тело, так как по оценкам [3] масса Фобоса в 7 раз больше массы Деймоса.

При осреднении возмущающей функции по переменным l и l' мы тем самым не принимаем во внимание члены с аргументом $4l-l'$, которые в случае Фобоса и Деймоса могут привести к долгопериодическим возмущениям, так как

$$n_{\phi} = 1\,128^{\circ} \cdot 84\,396 \text{ град/сут}, \quad n_D = 285^{\circ} \cdot 16\,196 \text{ град/сут}.$$

Но как показано в работе [4], амплитуды таких членов пропорциональны e^3 и к существенным изменениям элементов орбиты не приведут.

Принимая во внимание члены, пропорциональные вторым степеням относительно e , e' , $\sin i$, $\sin i'$ и не зависящие от средних аномалий спутников, возмущающую функцию, согласно [5], можно взять в виде

$$R = \frac{1}{2} fm' A_0 + \frac{1}{8} fm' B_1 (e^2 + e'^2) - \frac{fm'}{8} B_1 (s^2 + s'^2) + \\ + \frac{1}{4} fm' B_1 s s' \cos (h - h') - \frac{1}{4} fm' B_2 e e' \cos (g - g' + h - h'), \quad (2)$$

$$s = \sin i, \quad s' = \sin i',$$

где f — гравитационная постоянная, $aA_0 = L_0^{(1,2)}(\alpha)$, $aB_i = aL_i^{(s)}(\alpha)$, $\alpha = \frac{a'}{a} < 1$, а $L_i^{(s)}$ — коэффициенты Лапласа. Вычисление коэффициентов A_0 , B_1 , B_2 не представляет труда, так как они связаны простыми соотношениями с полными эллиптическими интегралами 1-го и 2-го рода, для вычисления которых имеются таблицы [6].

Вековые возмущения

Часть возмущающей функции, приводящая к вековым возмущениям элементов l , g , h выглядит следующим образом:

$$R_v = \frac{1}{2} fm' A_0 + \frac{1}{8} fm' B_1 (e^2 + e'^2) - \frac{fm'}{8} B_1 (s^2 + s'^2). \quad (3)$$

Обозначая коэффициенты при вековых возмущениях элементов l , g , h соответственно Δn , Δn_1 , Δn_2 , получим для них выражения:

$$\Delta n = \frac{m'}{m_0} \{ \tilde{A} + \tilde{B}e^2 - 2\bar{B}(e'^2 - s^2 - s'^2), \\ \Delta n_1 = \frac{1}{4} \frac{m'}{m_0} a B_1 (2 - s^2), \\ \Delta n_2 = -\frac{1}{4} \frac{m'}{m_0} \frac{\cos i}{\sqrt{1-e^2}} B_1 a, \quad (4)$$

где m_0 — масса Марса,

$$\tilde{A} = \frac{1}{4\alpha} (4B_0 a - 5B_1 a \cdot \alpha),$$

$$\tilde{B} = \frac{1}{4(1-\alpha^2)} [3\alpha B_0 a + (2 - \alpha^2) B_1 a],$$

$$\bar{B} = -\frac{1}{8(1-\alpha^2)} [3\alpha B_0 a + B_1 a].$$

Долгопериодические возмущения

Элементы Деймоса подвержены двум видам долгопериодических возмущений, вызванных Фобосом: долгопериодические возмущения 1-го класса с периодом 2,30527 года и возмущения 2-го класса с периодом 26,8939 года. Формулы для долгопериодических возмущений в промежуточных элементах a, e, i, l, g, h выглядят так:

$$\begin{aligned} \delta a &= 0, \\ \delta l &= v_2 a_2 \cos(g_\Delta + h_\Delta), \\ \delta i &= v_1 b_1 \cos h_\Delta + v_2 b_2 \cos(g_\Delta + h_\Delta), \\ \delta l &= v_1 c_1 \sin h_\Delta + v_2 c_2 \sin(g_\Delta + h_\Delta), \\ \delta g &= v_1 d_1 \sin h_\Delta + v_2 d_2 \sin(g_\Delta + h_\Delta), \\ \delta h &= v_1 f_1 \sin h_\Delta + v_2 f_2 \sin(g_\Delta + h_\Delta), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$v_1 = \frac{m'}{m_0} \frac{1}{\mu_\Delta}, \quad v_2 = \frac{m'}{m_0} \frac{1}{v_\Delta + \mu_\Delta}, \quad \mu_\Delta = \mu - \frac{n'}{n} \mu', \quad v_\Delta = v - \frac{n'}{n} v',$$

$$g_\Delta = g - g', \quad h_\Delta = h - h',$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} e' D a,$$

$$b_1 = -\frac{1}{4} s' B_1 a,$$

$$b_2 = -\frac{1}{8} e e' \sin i \cdot D a,$$

$$c_1 = -4 s s' \bar{B},$$

$$c_2 = -\frac{1}{2} \frac{e'}{e} [D a + e^2 \bar{D} a],$$

$$d_1 = -\frac{1}{8} \frac{s'}{s} (2 + e^2 - 2s^2) B_1 a,$$

$$d_2 = \frac{1}{2} \frac{e'}{e} \sqrt{1 - e^2} D a,$$

$$f_1 = \frac{1}{8} \frac{s'}{s} \cos i (2 + e^2) B_1 a,$$

$$f_2 = 0$$

а

$$D a = \frac{3}{2} B_0 a + \frac{1 + \alpha^2}{\alpha} B_1 a,$$

$$\bar{D} a = -\frac{3}{2} \frac{1 - 3\alpha^2}{1 - \alpha^2} B_0 a + \frac{1 + 3\alpha^2 - 3\alpha^4}{\alpha(1 - \alpha^2)} B_1 a.$$

Формулы (4) — (5) можно применять для изучения влияния Деймоса на Фобос. В этом случае $a < a'$ и в формулах (4) и (5) надо заменить a на $\frac{1}{\alpha}$.

Оценки масс Фобоса и Деймоса и их взаимных возмущений

В работе [7] даются наиболее вероятные значения массы и плотности Марса, определенные по движению спутников, а также с использованием данных, полученных ракетой Mariner IV (1965 г.)

$$m_0 = (0,6428 \pm 0,0013) \cdot 10^{27} \text{ г},$$

$$\frac{1}{m_0} = 3\,096\,000 \pm 6000,$$

$$\rho = (3,89 \pm 0,05) \text{ г/см}^3.$$

Предполагая Фобос и Деймос шарами с однородной плотностью, равной плотности Марса, и с диаметрами соответственно 15 и 8 км, можно получить оценки для масс спутников:

$$m_D = 0 \cdot 10 \ 428 \cdot 10^{19} \text{ г} \quad m_\Phi = 0 \cdot 68 \ 742 \cdot 10^{19} \text{ г}.$$

Для Фобоса и Деймоса можно принять следующую систему элементов:

Элементы Фобоса	Элементы Деймоса
$a' = 9378,954 \text{ км},$	$a = 23477,636 \text{ км},$
$e' = 0,0219160,$	$e = 0,00304127,$
$\sin i' = 0,0155449.$	$\sin i = 0,0306596.$

Окончательно получим следующий результат: среднее движение Деймоса за счет влияния Фобоса увеличивается на 0,00221 градус в год, а для Δn_1 и Δn_2 получим значения $\Delta n \cdot n_0 = 0,000347 \text{ град/год}$, $n_0 \cdot \Delta n_2 = -0,000173 \text{ град/год}$. Соответствующие величины для Фобоса:

$$\Delta n = -0,000241 \text{ град/год}, \quad \Delta n_1 = 0,000222 \text{ град/год},$$

$$\Delta n_2 = -0,000 \ 111 \text{ град/год}.$$

Амплитуды долгопериодических членов очень малы. Больше всего изменяются средняя аномалия и долгота перицентра. Эти члены имеют амплитуды соответственно $+1''.034$ и $-1''.033$. Остальные члены приводят к долгопериодическим изменениям с амплитудами, меньшими одной секунды дуги.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вашковьяк С. Н. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 3, 1968.
2. Вашковьяк С. Н. «Сообщения ГАИШ», № 000 (в печати).
3. Косачевский М. П. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 4, 1958.
4. Le Verrier. Annales de l'Observatoire de Paris, t. I, 1855.
5. Шарлье К. Небесная механика. М., «Наука», 1966.
6. Беляков М., Кравцова Р. И., Раппопорт М. Г. Таблицы эллиптических интегралов, т. I.
7. Wilkins G. A. «Mantles of the Earth and Terrestrial Planets», 1967 (interseience publishers).

Поступила в редакцию
15.5 1968 г.

Кафедра
небесной механики и гравиметрии