$$\zeta_{ср} = -r_0'\sin\psi\frac{(1-e^{+\tau_1})}{2\tau_1}. \qquad (15)$$

Из (14), (15) следует, что $\zeta_{вых}=0$.

Таким образом, если проводимость контура на частоте сигнала равна вычисленной по формуле (13), то шум электронного потока, обусловленный радиусом циклотронного вращения электрона $r_0=\sqrt{\xi_0^2+\zeta_0^2}$, на выходе из резонатора будет равен нулю, так как $\xi_{вых}=\zeta_{вых}=0$.

Проводя выкладки по аналогии с работой [3] при $\varphi=0$, $r_0=0$ и используя формулы (7), (5), найдем выражение для проводимости G_e, вносимой электронным лучом в эквивалентный контур резонатора на частоте сигнала, и коэффициент усиления

$$G_e=\frac{2I_0\theta}{ad^2}\,\frac{(e^{+\tau_1}+e^{-\tau_1}-2)}{\tau_1};\quad k\approx e^{\tau_1}. \qquad (16)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Adler R. Proc. JRE, **46**, 1300—1301, 1958.
2. Modulotion expander and coupler for parometric amplifiers. Патент США кл. 315—3 № 3059138 заявл. 1109.59, опубликован 16.10 62.
3. Лопухин В. М., Миценко Б. К. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 4, 83, 1968.
4. Капица П. Л. Электроника больших мощностей. Изд-во АН СССР, 1962.

Поступила в редакцию
7.6 1968 г.

Кафедра
радиотехники

УДК 621.384.61

А. Т. ПОЛУХИН

ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА НА ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В ЦИКЛИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЯХ С МЕДЛЕННО ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Известно, что влияние пространственного заряда приводит к изменению частот бетатронных колебаний. При этом особенно опасно смещение рабочей точки в область параметрического резонанса. Пересечение области параметрического резонанса только за счет изменения кулоновского сдвига рабочей точки при синхротронных колебаниях энергии в предположении постоянства плотности пучка частиц рассмотрено в работе [1]. Однако, как показано в работах [2, 3], учет непостоянства плотности в области параметрического резонанса может существенно изменить результаты. Поведение бетатронных колебаний в области параметрического резонанса при наличии потерь или накоплений частиц в камере ускорителя имеет большое значение. В настоящей работе это поведение оценивается при учете изменений плотности, энергии и тока частиц.

Для $|\sigma|$-коэффициента изменения амплитуд бетатронных колебаний относительно их начальных значений можно составить, согласно [3], канонические уравнения с гамильтонианом

$$\mathcal{H}(I,\omega)=I(\delta-|P|\sin 2\omega)-\sqrt{2I}Q,\quad I=|\sigma|^2/2, \qquad (1)$$

где

$$Q=Q^*\gamma^{-3},\quad Q^*=\pi j e/m_0\beta c\omega^2\nu A,\quad \gamma=(1-\beta^2)^{-1/2},$$

I, ω — канонически сопряженные величины, δ — расстояние частоты бетатронных колебаний ν в отсутствие пространственного заряда и параметрического возмущения до ее полуцелого резонансного значения, $|P|$ — полуширина резонансной полосы, ω — частота обращения, A — начальная полуширина пучка, j — полный ток частиц.

Уравнение (1) учитывает совместное действие пространственного заряда и параметрического возмущения, причем они получены для постоянных δ, $|P|$, Q.

Мгновенное расстояние рабочей точки до точного резонанса можно представить в виде

$$\Delta = \delta - Q/|\sigma|, \tag{2}$$

где $Q/|\sigma|$ — мгновенное значение кулоновского сдвига.

В процессе синхротронных колебаний и адиабатического роста энергии ускоряемых частиц параметры δ, $|P|$, Q изменяются. Период колебаний $|\sigma|$ из (1) обычно значительно меньше периода синхротронных колебаний, т. е. порядка десятков оборотов частиц в камере ускорителя [3]. Следовательно, изменения δ, $|P|$, Q, вызванные синхротронными колебаниями, можно считать адиабатическими. Для адиабатических параметров площадь S, ограниченная фазовой траекторией $\mathcal{H}(I, \omega) = E$, является инвариантом:

$$S = \oint I d\omega, \quad I = \frac{1}{2}\left(\frac{Q \pm \sqrt{Q^2 + 2E(\delta - |P|\sin 2\omega)}}{\delta - |P|\sin 2\omega}\right)^2. \tag{3}$$

Знаки перед корнем в (3) проставляются в соответствии с величиной входящих сюда параметров так, чтобы коэффициент $|\sigma| \equiv \sqrt{2I}$ в начальный момент ($t = 0$) был равен единице. Соотношение (3) позволяет найти значение $|\sigma|$ с учетом возможных изменений параметров δ, $|P|$, Q. Практическое значение имеет максимальная величина $|\sigma|$, достигаемая за период. Обычно в рабочей области ускорителя $\delta \gtrsim 5|P|$. В этом случае рабочая точка при нулевом токе $Q = 0$ лежит вне области резонанса. Для области $\delta \gtrsim 5|P|$, согласно (3), приближенно находим

$$|\sigma|_{\max} = \frac{1}{\gamma^3}\left[\frac{Q^*}{\delta - |P|} + \sqrt{\left(\frac{Q^*}{\delta - |P|}\right)^2 + \sqrt{\frac{\delta + |P|}{\delta - |P|}}\left(\gamma^6 - 2\gamma^3\frac{Q^*}{\delta}\right)}\right],$$

если $Q < Q_0$ при $t = 0$, (4)

$$|\sigma|_{\max} \simeq 1, \text{ если } Q > Q_0 \text{ при } t = 0,$$

где

$$Q_0 = \delta + |P + \sqrt{(\delta + |P|)^2 - \delta^2 + |P|^2}.$$

При токах порядка 0,1a, $|\sigma|_{\max} \simeq 1-1{,}5$, но при токах порядка ампер величина $|\sigma|_{\max}$ возрастает до 2—6 и выше. Соотношение (4) определяет временную зависимость $|\sigma|_{\max}$ только при конкретном задании величин δ, $|P|$, Q^*, γ.

Изменение $|\sigma|_{\max}$, связанное с энергией, определяется релятивистским фактором γ. Поскольку фактор γ имеет наименьшее значение при инжекции, то на основе (4) можно сказать, что наиболее сильное действие пространственный заряд и параметрическое возмущение оказывают непосредственно после инжекции. Изменение $|\sigma|_{\max}$ при потерях и накоплении частиц определяется параметром Q^*, пропорциональным полному току. Согласно (4) при потерях коэффициент $|\sigma|_{\max}$ уменьшается, а при накоплении частиц растет.

Важным вопросом является характер бетатронных колебаний, если величина δ адиабатически стремится к $|P|$. При нулевых токах равенство $\delta = |P|$ означает резонанс [4]. Из (2) находим, что при $\delta \to |P|$

$$|\sigma|_{\max} \to \infty, \text{ если } Q < Q_0, \quad |\sigma|_{\max} \cong 1, \text{ если } Q > Q_0. \tag{5}$$

Практически всегда в циклических ускорителях $Q < Q_0$. Для этой области, если рабочая точка, соответствующая невозмущенным значениям бетатронных частот, адиабатически пересекает резонансную полосу, как в присутствии пространственного заряда, так и в его отсутствии наступает резонанс. Поясним этот результат качественно. Когда в области $Q < Q_0$ кулоновский сдвиг рабочей точки приводит к временному ее попаданию в пределы резонансной полосы, размеры пучка и плотность совершают биения, амплитуда которых обратно пропорциональна $(\delta - |P|)$, размеры пучка растут, плотность, а следовательно, и влияние пространственного заряда уменьшаются. В пределе при $\delta = |P|$ картина резонанса при наличии пространственного заряда сходна со случаем нулевого тока.

При $Q > Q_0$ кулоновский сдвиг таков, что рабочая точка сразу сдвигается за область резонанса. Когда $\delta \to |P|$, она еще дальше уходит от резонансной полосы.

Полученные результаты справедливы для величины пространственного заряда, при которой кулоновские силы расталкивания много меньше фокусирующих сил внешнего магнитного поля.

Автор выражает благодарность А. А. Коломенскому за предоставление темы и помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балбеков В. И., Шукейло И. А. Proccedings of the Sixth International conferance onhigh energy accelerators. A—A—111 (1967) Cambridge.
2. Шмит Л. Труды международной конференции по ускорителям, стр. 847. Дубна, 1963. Атомиздат, 1964.
3. Коломенский А. А., Полухин А. Т. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон. № 5, 81—86, 1968.
4. Коломенский А. А., Лебедев А. Н. Теория циклических ускорителей. М., Физматгиз, 1962, стр. 131—135.

Поступила в редакцию
24.6 1968 г.

НИИЯФ

УДК 539.17

Ю. В. ОРЛОВ

К ПРИМЕНИМОСТИ «УПРУГОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ» ПРИ УЧЕТЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В НАЧАЛЬНОМ И КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИЯХ

В дисперсионном подходе [1] при учете взаимодействий в начальном и конечном состояниях в прямой ядерной реакции $A + x \to B + y$ [2,3][1] используют условие унитарности S-матрицы, которое приводит к следующему выражению для ImM_{ll_0} на правом разрезе в комплексной плоскости энергии E (M_{ll_0} — парциальная амплитуда реакции после выделения кинематических особенностей; обозначения те же, что и в [3])

$$ImM_{ll_0} = M_{ll_0}(E)\, \overset{*}{h_l}(E)\, \theta(E) + \overset{*}{M}_{ll_0}(E) f_{l_0}(E)\, \theta(E - Q) + \sum_i A^{(i)}_{ll_0}(E)\, \theta(E - E_i). \qquad (1)$$

Хотя формальное решение дисперсионного уравнения содержит член, учитывающий связь каналов (последнее слагаемое в (1)), в конечном выражении им пренебрегают («упругое приближение») и получают формулу (индексы $l_1 l_0$ опущены)

$$M_1 = e^{i\Delta}\left[B\cos\Delta + \frac{\Omega}{\pi} P \int\limits_{E_0}^{\infty} \frac{B\sin\Delta\, dE'}{\Omega(E')(E' - E)}\right], \qquad (2)$$

где B — парциальная амплитуда без учета эффектов виртуального рассеяния, $E_0 = \min\{0, Q\}$, $\Delta = \delta_l^*\,\theta(E) + \varphi_{l_0}\,\theta(E - Q)$, $\Omega = \exp\left\{\frac{1}{\pi} P \int\limits_{E_0}^{\infty} \frac{\Delta(E')\, dE'}{E' - E}\right\}$, P — интеграл в смысле главного значения.

Достаточным условием справедливости упругого приближения является пренебрежение последним слагаемым в (1), откуда следует равенство [4]

$$|S^{(i)}_{l_0}| = |S^{(f)}_l|, \quad S_l = e^{2i\delta} \text{ или } Im\delta_l = Im\varphi_{l_0}. \qquad (3)$$

Это весьма сильное условие, поскольку ImM_{ll_0} входит под знаком интеграла по энергии, простирающегося до $E \gtrsim 50$ *Мэв* [3,5]. Правильнее оценивать эффект пренебрежения связью каналов в самом решении дисперсионного уравнения [3], но так как функции $A^{(i)}_{ll_0}(E)$ не известны, возможна лишь косвенная оценка.

Поскольку $ImM_{ll_0}(E)$ действительна в области интегрирования, можно вместо (1) взять комплексно-сопряженное выражение, тогда в упругом приближении получим другое выражение для $M_{ll_0}(E)$[2]:

---

[1] В работе [3] в формуле (2,12) вместо $\widetilde{A}_{ll_0}(E')$ должно быть $\widetilde{A}_{ll_0}(E')\, e^{2i\delta^*l}$ (далее в [3] этот член вообще отбрасывался), $F_l(q)$ выражается через интеграл от δ_l^*, а не от δ_l (см. [2]), наконец, в левой части равенства (2,4) вместо M_{ll*} следует читать M_{ll_0}.

[2] В работе [6] из условия инвариантности относительно обращения времени предлагается брать полусумму выражения (1) и комплексно-сопряженного выражения (отбрасывая последнее слагаемое). Проще взять полусумму выражений (2) и (4).