Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1969

УДК 521.13

В. С. УРАЛЬСКАЯ

ДВИЖЕНИЕ ОКОЛОПОЛЯРНЫХ СПУТНИКОВ

Получено аналитическое решение задачи о влиянии лунно-солнечных возмущений на движение околополярных спутников при учете только критических членов возмущающей функции, которые могут дать большие амплитуды возмущений. Решение представлено в зависимости от промежуточной переменной, дана связь этой переменной со временем. Проведено сравнение полученных формул с результатами наблюдений.

Введение

В работе [1] поставлена задача об учете влияния Луны и Солнца на движение околополярных спутников. В качестве промежуточной орбиты была взята орбита обобщенной задачи двух неподвижных центров, учитывающая вторую, третью и часть четвертой зональной гармоники земного потенциала. Учет только критических членов возмущающих функций Луны и Солнца, которые могут дать больше амплитуды возмущений благодаря появлению малых знаменателей, позволил проинтегрировать задачу полностью и получить аналитическое решение в элементах орбиты.

Качественное исследование задачи, проведенное в предыдущей работе, позволило установить, что движение спутников возможно в следующих трех случаях.

Случай 1. Начальные элементы орбиты спутника подчинены условию

$$\alpha_0^2 > \varkappa^2 \sin^2 \widetilde{\Omega}_0. \tag{1}$$

Здесь $\alpha_0 = \cos i_0$ — косинус начального угла наклона орбиты спутника к плоскости земного экватора, $\widetilde{\Omega}_0$ — разность начальных долгот восходящих узлов орбит спутника и Луны (или Солнца). Величина $\varkappa^2$ определяется следующей формулой:

$$\varkappa^2 = \frac{\beta^2 (2 + 3e^2)(1 - \alpha'^2)}{4\varepsilon^2 \sqrt{1 - e^2}}, \tag{2}$$

причем

$$\beta^2 = \frac{m'}{M} \left(\frac{a}{a'} \right)^3, \tag{3}$$

где a — большая полуось орбиты спутника, e — ее эксцентриситет, ε — малая величина, равная отношению c/p, $c = 210$ *км*, $p = a(1 - e^2)$ — параметр орбиты, M — масса Земли, m' — масса возмущающего тела (Луны или Солнца), a' — большая полуось его орбиты, $\alpha' = \cos i'$ — косинус угла наклона орбиты Луны (или Солнца) к плоскости земного экватора.

При условии (1) корни многочлена $f(\alpha)$, где

$$f(\alpha) = -(\alpha^2 - \alpha_0^2)^2 + \varkappa^2(\alpha^2 - \alpha_0^2)(2\cos^2\widetilde{\Omega}_0 - 1) + \varkappa^4(\cos^2\widetilde{\Omega}_0 - \cos^4\widetilde{\Omega}_0), \qquad (4)$$

будут действительными и разными.

Случай 2. $\alpha_0^2 = \varkappa^2 \sin^2\widetilde{\Omega}_0$. Многочлен $f(\alpha)$ имеет два действительных и не равных нулю и два нулевых корня.

Случай 3. $\alpha_0^2 < \varkappa^2 \sin^2\widetilde{\Omega}_0$. Два корня многочлена $f(\alpha)$ действительные, два другие — мнимые.

§ 1. Решение уравнений возмущенного движения в случае 1

Пусть $\alpha_0^2 > \varkappa^2 \sin^2\widetilde{\Omega}_0$. Тогда согласно предыдущей работе решение уравнений для возмущений от Луны (или Солнца) можно представить в виде

$$a = a_0, \quad e = e_0,$$

$$\alpha = \alpha_1 \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2\bar{\varphi}}, \qquad (5)$$

$$\widetilde{\Omega} = \begin{cases} -\bar{\varphi} + \widetilde{\Omega}_0 & \text{при } i_0 < 90^\circ, \\ +\varphi + \widetilde{\Omega}_0 & \text{при } i_0 > 90^\circ, \end{cases}$$

где

$$\rho_1^2 = \frac{\varkappa^2}{\alpha_0^2 + \varkappa^2\cos^2\widetilde{\Omega}_0} \quad \text{и} \quad \alpha_1 = \sqrt{\alpha_0^2 + \varkappa^2\cos^2\widetilde{\Omega}_0}.$$

При обращении квадратур для α и $\widetilde{\Omega}$ мы ввели новую промежуточную переменную $\bar{\varphi}$, связанную с независимой переменной τ дифференциальным соотношением

$$\frac{d\bar{\varphi}}{\sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2\bar{\varphi}}} = \sigma_1 d\tau,$$

где

$$\sigma_1 = \frac{3}{2}\varepsilon^2 \frac{\varkappa}{\rho_1}. \qquad (6)$$

Чтобы выразить остальные два элемента u и v, которые при $\varepsilon = 0$ и при $\sigma = 0$ (σ — малый параметр порядка ε) обращаются в аргумент широты и истинную аномалию соответственно, представим дифференциальную зависимость между $\bar{\varphi}$ и τ с помощью ряда, учитывая при этом малость модуля ρ_1 и ограничиваясь в разложении членами порядка $\rho_1^4 \sim 10^{-6}$. В результате получим

$$d\tau = \left[1 + \frac{\rho_1^2}{4} + \frac{9}{64}\rho_1^4 - \left(\frac{\rho_1^2}{4} + \frac{3}{16}\rho_1^4\right)\cos 2\bar{\varphi}\right] d\bar{\varphi}. \qquad (7)$$

Уравнения для определения элементов u и v при учете только критических членов разложения возмущающей функции имеют вид

$$\frac{du}{d\tau} = 1 + \nu, \quad \frac{dv}{d\tau} = 1 - \frac{p}{e}\frac{\partial R'}{\partial e}.$$

Здесь

$$\nu = -\frac{3}{4}\varepsilon^2(1+\sigma^2-5\alpha^2)+\frac{3}{64}\varepsilon^4(9+26e^2), \tag{8}$$

$R' = \frac{R}{fm}$, где R — возмущающая функция.

Решая эти уравнения и учитывая разложение (7), получим

$$\sigma_1 u = (1+\theta_1)\bar{\varphi} + \bar{\omega} + a_2' \sin 2\bar{\varphi} + a_4' \sin 4\bar{\varphi},$$

где

$$\theta_1 = -\frac{3}{4}\varepsilon^2(1+\sigma^2)+\frac{3}{64}\varepsilon^4(9+26e^2)+\frac{\rho_1^2}{4}+\frac{9}{64}\rho_1^4-\frac{3}{16}\varepsilon^2\rho_1^2+\frac{15}{4}\varepsilon^2\alpha_1^2,$$

$$a_2' = -\frac{\rho_1^2}{8}\left(1+\frac{3}{4}\rho_1^2-\frac{3}{4}\varepsilon^2\right), \quad a_4' = \frac{3}{256}\rho_1^4$$

и

$$\sigma_1 v = (1+\theta_2)\bar{\varphi} + b_2' \sin 2\bar{\varphi} + b_4' \sin 4\bar{\varphi},$$

где

$$\theta_2 = \frac{\rho_1^2}{4}+\frac{9}{64}\rho_1^4+\frac{\beta^2}{16}\sqrt{1-e^2}\,(1-3\alpha'^2),$$

$$b_2' = -\frac{\rho_1^2}{8}-\frac{3}{32}\rho_1^4-\frac{3\beta^2}{32}\sqrt{1-e^2}\,(1-3\alpha'^2), \quad b_4' = a_4'.$$

Отсюда $\bar{\varphi}$ является медленной переменной. Введем переменную $\bar{\zeta}$ при помощи соотношения

$$\bar{\varphi} = \sigma_1\bar{\zeta}. \tag{9}$$

Тогда при изменении v на 2π переменная $\bar{\zeta}$ также будет меняться на 2π.

Окончательно решение уравнений возмущенного движения в случае 1 можно представить следующим образом:

$$a = a_0, \quad e = e_0,$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_0^2 + \frac{\varkappa^2}{2}(\cos 2\tilde{\Omega}_0 + \cos 2\sigma_1\bar{\zeta})},$$

$$\tilde{\Omega} = \begin{cases} -\sigma_1\bar{\zeta}+\tilde{\Omega}_0, & \text{если } i_0 < 90^\circ, \\ +\sigma_1\bar{\zeta}+\tilde{\Omega}_0, & \text{если } i_0 > 90^\circ, \end{cases}$$

$$u = (1+\theta_1)\bar{\zeta} + \omega_0 + a_2 \sin 2\sigma_1\bar{\zeta}_1 + a_4 \sin 4\sigma_1\bar{\zeta}.$$

$$v = (1+\theta_2)\bar{\zeta} + b_2 \sin 2\sigma_1\bar{\zeta} + b_4 \sin 4\sigma_1\bar{\zeta},$$

где $\varkappa^2$, β^2 и σ_1 определяются формулами (2), (3) и (6):

$$a_2 = -\frac{\rho_1^2}{8\sigma_1}\left(1-\frac{3}{4}\varepsilon^2+\frac{3}{4}\rho_1^2\right), \quad a_4 = b_4 = \frac{3}{256}\frac{\rho_1^4}{\sigma_1},$$

$$b_2 = -\frac{1}{8\sigma_1}\left[\rho_1^2+\frac{3}{4}\rho_1^4+\frac{3}{4}\beta^2\sqrt{1-e^2}\,(1-\alpha'^2)\right].$$

Если в начальный момент времени элементы орбиты равны

$$a = a_0, \quad e = e_0, \quad \alpha = \alpha_0, \quad \widetilde{\Omega} = \widetilde{\Omega}_0,$$

$$u_0 = (1 + \theta_1)\bar{\zeta}_0 + \omega_0, \quad v_0 = (1 + \theta_2)\bar{\zeta}_0,$$

то в любой момент времени приращения этих элементов, обусловленные притяжением Луны и Солнца, имеют вид

$$\delta a = 0, \quad \delta e = 0,$$

$$\begin{gathered} \delta\alpha = \frac{\varkappa^2_{☾}}{4\alpha_0}(\cos 2\sigma_{1☾}\bar{\zeta} + \cos 2\widetilde{\Omega}_{☾}) + \frac{\varkappa^2_{\odot}}{4\alpha_0}(\cos 2\sigma_{1\odot}\bar{\zeta} + \cos 2\widetilde{\Omega}_{\odot}), \\ \delta u = a_{2☾}\sin 2\sigma_{1☾}\bar{\zeta} + a_{4☾}\sin 4\sigma_{1☾}\bar{\zeta} + a_{2\odot}\sin 2\sigma_{1\odot}\bar{\zeta} + a_{4\odot}\sin 4\sigma_{1\odot}\bar{\zeta}, \\ \delta v = b_{2☾}\sin 2\sigma_{1☾}\bar{\zeta} + b_{4☾}\sin 4\sigma_{1☾}\bar{\zeta} + b_{2\odot}\sin 2\sigma_{1\odot}\bar{\zeta} + b_{4\odot}\sin 4\sigma_{1\odot}\bar{\zeta}. \end{gathered} \tag{10}$$

Из формул (10) видно, что под влиянием Луны и Солнца форма орбиты не меняется, т. е. a и e остаются постоянными. Приращения остальных элементов складываются из возмущений от Луны и Солнца.

Рассмотрим уравнение, связывающее переменную τ со временем t:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\xi^2 + c^2\eta^2}{n_2}. \tag{11}$$

Запишем его в виде

$$\frac{dt}{d\tau} = \Psi(a, e, \alpha, u, v).$$

Разлагая правую часть этого уравнения в ряд Тейлора, получим

$$\Psi = \Psi_0(a_0, e_0, \alpha_0, u_0, v_0) + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha}\right)_0\delta\alpha + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial u}\right)_0\delta u + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial v}\right)_0\delta v.$$

Пусть $t = \bar{t} + \delta t$. Тогда

$$\frac{d\bar{t}}{d\tau} = \Psi_0(a_0, e_0, \alpha_0, u_0, v_0). \tag{12}$$

Уравнение для приращения t будет иметь вид

$$\frac{d\delta t}{d\tau} = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha}\right)_0\delta\alpha + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial u}\right)_0\delta u + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial v}\right)_0\delta v,$$

где «нуль в индексе» означает, что производные должны быть вычислены в момент $t=\bar{t}$. Решая это уравнение, найдем

$$\delta t = L\delta\alpha - \int L\frac{d\delta\alpha}{d\tau}d\tau + M\delta u - \int M\frac{d\delta u}{d\tau}d\tau + N\delta v - \int N\frac{d\delta v}{d\tau}d\tau, \tag{13}$$

где через L, M и N обозначены следующие интегралы:

$$L = \int\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha}\right)_0 d\tau, \quad M = \int\left(\frac{\partial\Psi}{\partial u}\right)_0 d\tau \quad \text{и} \quad N = \left(\frac{\partial\Psi}{\partial v}\right)_0 d\tau.$$

При вычислении правой части уравнения (13) оставим только вековые и долгопериодические члены. Мы получим, что с точностью до ε^4 включительно $\delta t = 0$.

Таким образом, для определения связи между промежуточной переменной ζ и временем t необходимо решить только уравнение (12) первого приближения, подставляя вместо элементов орбиты их начальные значения. При интегрировании этого уравнения отбросим короткопериодические члены порядка выше ε^3. Коэффициенты при вековых и долгопериодических членах вычислим с точностью до ε^4 включительно.

В результате получим следующее уравнение:

$$\bar{n}(t-t_0)+M_0=E-e^*\sin E+G_{☾}+G_{\odot}, \tag{14}$$

где

$$\bar{n}=\sqrt{\frac{fm}{a^3}}\left[1+\frac{\varepsilon^2}{4}(2+3e^2)-\frac{\varepsilon^2\alpha_0^2}{4}(8-9e^2)-\frac{\varepsilon^4}{8}\left(1-e^2-\frac{107}{8}e^4\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta^2}{16}\sqrt{1-e^2}\,(1-3\alpha'^2)\right],$$

$$e^*=e\sqrt{1-e^2}\left[1+\varepsilon^2-2\varepsilon^2\alpha_0^2(2-e^2)-\frac{\varepsilon^4}{2}(4+e^2-2e^4)+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta^2}{16}\sqrt{1-e^2}\,(1-3\alpha'^2)\right],$$

а величина E определяется из уравнения

$$\operatorname{tg}\frac{E}{2}=\sqrt{\frac{1-\bar{e}}{1+\bar{e}}}\operatorname{tg}\frac{v}{2}.$$

Поправки к уравнению (14) обусловлены притяжением Луны и Солнца соответственно и имеют вид

$$G_{☾}=\beta_0\bar{\zeta}+\beta_1\sin 2\sigma_1\bar{\zeta}+\beta_2\sin 4\sigma_1\bar{\zeta}+\beta_3\sin 2u_0+$$
$$+\beta_4\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\frac{M_2^{(k)}}{k(1+\theta_2)-2\sigma_1}\sin[k(1+\theta_2)-2\sigma_1]\bar{\zeta}+\right.$$
$$\left.+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{M_2^{(k)}}{k(1+\theta_2)+2\sigma_1}\sin[k(1+\theta_2)+2\sigma_1]\bar{\zeta}\right\}.$$

Коэффициенты β_k имеют следующие значения:

$$\beta_0=\frac{\varepsilon^2}{2}\left[\left(1-\alpha_0^2+\frac{\rho_1^2}{4}-4\varepsilon^2e^2\right)(1-\theta^2)^{3/2}+\varepsilon^2e^2\right],$$

$$\beta_1=-\frac{\rho_1^2}{8\sigma_1}\left[1-2\varepsilon^2e^2+4\varepsilon^2e^2(\alpha_0^2+\varepsilon^2+\varepsilon^2e^2)+\frac{3}{4}\rho_1^2+\frac{75}{128}\rho_1^4-\right.$$
$$\left.-\frac{3}{2}\varepsilon^2\rho_1^2e^2+\frac{\varepsilon^2}{2}(1-e^2)(1-\alpha_0^2-\varepsilon^2e^2+\frac{3}{4}\rho_1^2)+\frac{\beta^2}{16}\sqrt{1-e^2}\,(1-3\alpha'^2)\right],$$

$$\beta_2=\frac{3}{256}\frac{\rho_1^4}{\sigma_1}\left[1-2\varepsilon^2e^2+\frac{\varepsilon^2}{2}(1-e^2)^{3/2}+\frac{5}{4}\rho_1^2\right],$$

$$\beta_3=-\frac{\varepsilon^2}{4}(1-e^2)^{3/2},\qquad \beta_4=-\frac{\rho_1^2}{4}(1-e^2)^{3/2},$$

причем

$$u_0 = (1+\theta_1)\bar{\zeta} + \omega_0.$$

Функция $G_\odot$ имеет аналогичный вид. Вековой член этого уравнения имеет порядок ε^2, долгопериодические члены порядка $\frac{1}{\varepsilon}$ и ε. Из короткопериодических были оставлены только члены, имеющие порядок ε^2.

Функции $M_2^{(k)}$ суть коэффициенты разложения выражения $(1+\bar{e}\cos v)^{-2}$ в ряд Фурье и являются функциями $\bar{e}$.

$$\frac{1}{(1+\bar{e}\cos v)^2} = M_2^{(0)} + 2\sum_{k=1}^{\infty} M_2^{(k)} \cos kv. \tag{15}$$

Они могут быть определены по известным формулам Фурье, т. е.

$$M_2^{(0)} = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{dv}{(1+\bar{e}\cos v)^2}, \quad M_2^{(k)} = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{\cos kv dv}{(1+\bar{e}\cos v)^2}.$$

Общий член разложения (15) имеет вид

$$M_2^{(k)} = \frac{(-1)^k (\bar{e})^k (1+k\sqrt{1-\bar{e}^2})}{(1-\bar{e}^2)^{3/2}(1+\sqrt{1-\bar{e}^2})^k}.$$

Из этой формулы видно, что функции $M_2^{(k)}$ пропорциональны $(\bar{e})^k$. Большинство околополярных спутников попадает именно в рассмотренный случай.

§ 2. Решение уравнений возмущенного движения в случае 2

Пусть начальный наклон орбиты таков, что выполняется равенство $\alpha_0^2 = \varkappa^2 \sin^2 \tilde{\Omega}_0$. Тогда многочлен $f(\alpha)$ можно представить в виде

$$f(\alpha) = \alpha^2 (\alpha_1^2 - \alpha^2).$$

Функция $f(\alpha)$ будет положительной при условии, что $\alpha_3 < \alpha < \alpha_1$. Квадратура для α имеет вид

$$\int_0^\alpha \frac{d\alpha}{\alpha\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha^2}} = -\frac{3}{2}\varepsilon^2 (\tau - \tau_0).$$

Используя переменную $\bar{\chi}$, определяемую соотношением $\chi = \sigma_2 \bar{\chi}$, получим решение для α в виде

$$\alpha = \varkappa \cos \sigma_2 \bar{\chi}, \tag{16}$$

где

$$\sigma_2 = \frac{3}{2}\varepsilon^2 \varkappa.$$

Элемент $\widetilde{\Omega}$ определяется с помощью новой переменной по следующей формуле:

$$\widetilde{\Omega} = \begin{cases} -\sigma_2 \bar{\chi} + \widetilde{\Omega}_0 & \text{при} \quad i_0 < 90^\circ, \\ +\sigma_2 \bar{\chi} + \widetilde{\Omega}_0 & \text{при} \quad i_0 > 90^\circ. \end{cases} \tag{17}$$

Если в формулах для α и $\widetilde{\Omega}$ случая 1 положить $\rho_1 = 1$, получим формулы (16) и (17) случая 2. Но тогда для этого случая не могут быть применены разложения для u и v по степеням ρ_1. Интегрирование уравнений для u и v в этом случае дает

$$\sigma_2 u = \left[1 - \frac{3}{4}\,\varepsilon^2 (1 + \sigma^2) + \frac{3}{64}\,\varepsilon^4 (9 + 26e^2)\right] \ln \sqrt{\frac{1 + \sin\chi}{1 - \sin\chi}},$$

$$\sigma_2 v = \left[1 - \frac{\beta^2}{16}(1 - e^2)^{3/2} (2 - 3\alpha'^2)\right] \ln \sqrt{\frac{1 + \sin\chi}{1 - \sin\chi}} +$$

$$+ \frac{3}{8}\,\beta^2 \sqrt{1 - e^2}\,(1 - \alpha'^2) \sin\chi,$$

где связь между χ и τ определяется следующим соотношением:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\chi}{2}\right) = e^{\sigma_2(\tau - \tau_0)}.$$

§ 3. Решение уравнений возмущенного движения в случае 3

Пусть

$$0 < \alpha_0^2 < \varkappa^2 \sin^2 \widetilde{\Omega}_0.$$

Уравнение для определения α в этом случае имеет вид

$$\int_0^\alpha \frac{d\alpha}{\sqrt{(\alpha_1^2 - \alpha^2)(\alpha^2 + q^2)}} = \frac{3}{2}\,\varepsilon^2 (\tau - \tau_0),$$

где q^2 — положительная величина, определяемая формулой

$$q^2 = \varkappa^2 \sin^2 \widetilde{\Omega}_0 - \alpha_0^2.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha = \rho_2 \varkappa \cos \bar{\psi},$$

где $\bar{\psi}$ связана с переменной τ соотношением

$$\frac{d\bar{\psi}}{\sqrt{1 - \rho_2^2 \sin^2 \bar{\psi}}} = \sigma_2\, d\tau,$$

причем коэффициент σ_2 и модуль ρ_2 определяются формулами

$$\sigma_2 = \frac{3}{2}\,\varepsilon^2 \varkappa \quad \text{и} \quad \rho_2^2 = \frac{\alpha_0^2}{\varkappa^2} + \cos^2 \widetilde{\Omega}_0.$$

Решение для $\widetilde{\Omega}$ определяется формулой

$$\widetilde{\Omega} = \arccos(\rho_2 \sin \bar{\psi}) + \widetilde{\Omega}_0.$$

Элементы u и v так можно представить в виде рядов по степеням ρ_2:

$$\sigma_2 u = a_0 (A\bar{\psi} + a_2 \sin 2\bar{\psi} + a_4 \sin 4\bar{\psi} + a_6 \sin 6\bar{\psi}),$$

$$\sigma_2 v = \left[1 + \frac{\beta^2}{8}\sqrt{1-e^2}\,(A + b_0)\right]\bar{\psi} +$$

$$+ \left(1 + \frac{\beta^2}{8}\sqrt{1-e^2}\right)(a_2 \sin 2\bar{\psi} + a_4 \sin 4\bar{\psi} + a_6 \sin 6\bar{\psi}),$$

где

$$A = 1 + \frac{\rho_1^2}{4} + \frac{9}{64}\rho_1^4 + \frac{25}{256}\rho_1^6,$$

$$a_0 = 1 - \frac{3}{4}\varepsilon^2 (1 + \sigma^2) + \frac{3}{64}\varepsilon^4 (9 + 26e^2),$$

$$b_0 = -3(1 - a'^2)\left(\frac{\rho_2^2}{2} + \frac{3}{4}\rho_2^4 + \frac{15}{32}\rho_2^6\right),$$

$$a_2 = -\left(\frac{\rho_2^2}{8} + \frac{3}{32}\rho_2^4 + \frac{75}{1024}\rho_2^6\right),$$

$$a_4 = \frac{3}{256}\rho_2^4 + \frac{15}{1024}\rho_2^6, \quad a_6 = -\frac{5}{3072}\rho_2^6.$$

Эти разложения справедливы, так как $\rho_2 < 1$, но они будут медленно сходиться. Однако если $\rho_2 < 0{,}9$, то в этих разложениях можно ограничиться указанными здесь членами.

§ 4. Сравнение с результатами наблюдений

Мы провели сравнение полученных формул с наблюдениями. В выпуске «Royal aircraft Establishment» TR 67082 [2] приведены элементы орбиты спутника Samos 2 (1961 а1) на 33 момента времени через 50 оборотов каждый. Эти элементы получены на основе наблюдений, проведенных с 28 апреля по 12 августа 1963 г. Элементы Samos 2 в начальный момент времени равны

$$a = 6885{,}048 \text{ км} \qquad \Omega = -147^\circ{,}45$$
$$e = 0{,}005220 \qquad \omega = 218^\circ{,}3$$
$$i = 97^\circ{,}38 \qquad M_0 = -218^\circ{,}6.$$

На этот момент сначала были вычислены элементы промежуточной орбиты, которые отличаются от указанных элементов на величину порядка ε^2. Поправки к элементам промежуточной орбиты, обусловленные притяжением Луны и Солнца, имеют вид

$$\delta a = 0 \qquad \delta e = 0$$

$$\delta i = 0^\circ{,}0007 + 0^\circ{,}0006 \cos 2\sigma_{1☾}\,\bar{\zeta} - 0^\circ{,}0003 \cos 2\sigma_{1\odot}\,\bar{\zeta}.$$

$$\delta\tilde{\Omega} = 0{,}1793 \cdot 10^{-3}\,\bar{\zeta},$$

$$\delta u = -13^\circ{,}0486 \sin 2\sigma_{1☾}\,\bar{\zeta} - 6^\circ{,}3015 \sin 2\sigma_{1\odot}\,\bar{\zeta},$$

$$\delta v = -13^\circ{,}0534 \sin 2\sigma_{1☾}\,\bar{\zeta} - 6^\circ{,}3052 \sin 2\sigma_{1\odot}\,\bar{\zeta}.$$

Таким образом, изменение узла за 1600 оборотов из наблюдений составляет 103°,26, по формулам — 103°,29.

Изменение долготы перигея за 1600 оборотов из наблюдений составляет 366°,3, по формулам — 366°,75. Долгопериодические колебания в u и v имеют амплитуды от Луны и Солнца 13° и 6°,3 соответственно, а период этих колебаний равен примерно 200 дням.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уральская В. С. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 1, 1969.
2. Royal Aircraft Establishment, TR 67082, 1967.

Поступила в редакцию
15.5 1968 г.

Кафедра
небесной механики
и гравиметрии