Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1969

УДК 521.43

В. Н. КИРЮШЕНКОВ

ВЛИЯНИЕ ЗОНАЛЬНЫХ ГАРМОНИК НА ДВИЖЕНИЕ ПЯТОГО СПУТНИКА ЮПИТЕРА

Исследуется влияние первых шести зональных гармоник разложения силовой функции притяжения Юпитера в ряд по полиномам Лежандра на движение пятого спутника Юпитера.

В качестве промежуточной орбиты спутника принята орбита задачи двух неподвижных центров. Такая промежуточная орбита включает возмущения, обусловленные второй и третьей зональными гармониками.

В настоящей работе рассматривается движение 5-го спутника Юпитера. Этот спутник движется по почти круговой орбите близко от плоскости экватора на расстоянии 2,56 экваториальных радиусов Юпитера от центра планеты. Благодаря своей близости к Юпитеру, обладающему большим сжатием (оно у Юпитера равно $^1/_{15}$), 5-й спутник имеет наибольшее возмущающее воздействие от сжатия планеты.

В качестве промежуточной орбиты спутника примем орбиту, основанную на задаче двух неподвижных центров. Эта орбита обладает тем преимуществом по сравнению с кеплеровским эллипсом, что она уже содержит наиболее существенные возмущения, а именно возмущения от второй, третьей и частично четвертой зональных гармоник.

Пусть $Oxyz$ — прямоугольная система координат, начало которой находится в центре масс Юпитера, а ось Oz направлена вдоль его оси вращения в северный полюс. Если ограничиться только зональными гармониками, разложение силовой функции притяжения Юпитера в ряд по полиномам Лежандра имеет вид

$$V = \frac{fm}{r}\left\{1 + \sum_{k=2}^{\infty} I_k \left(\frac{r_0}{r}\right)^k P_k\left(\frac{z}{r}\right)\right\}, \tag{1}$$

где f — постоянная тяготения, m — масса планеты, I_k — некоторые постоянные, r_0 — экваториальный радиус планеты, $P_k\left(\frac{z}{r}\right)$ — полином Лежандра k-го порядка, r — радиус-вектор спутника.

Разложение силовой функции притяжения двух неподвижных центров с массами $\frac{m}{2}(1+i\sigma)$ и $\frac{m}{2}(1-i\sigma)$, расположенных на оси Oz на расстоянии $2ic$ друг от друга, имеет аналогичную формулу

$$U=\frac{fm}{r}\left\{1+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{\gamma_k}{r_0^k}\left(\frac{r_0}{r}\right)^k P_k\left(\frac{z}{r}\right)\right\}, \tag{2}$$

где $i=\sqrt{-1}$ и

$$\gamma_k=\frac{i}{2}c^k(1+\sigma^2)\left[(\sigma+i)^{k-1}-(\sigma-i)^{k-1}\right], \tag{3}$$

а постоянные c и σ будем определять из следующих равенств:

$$\frac{\gamma_2}{r_0^2}=I_2, \quad \frac{\gamma_3}{r_0^3}=I_3. \tag{4}$$

При условиях (4) выражение (2) представляет собой силовую функцию промежуточной орбиты спутника. Возмущающая функция нашей задачи о влиянии зональных гармоник на движение спутника равна разности функций (1) и (2) при условиях (4)

$$\bar{R}=\frac{fm}{r}\sum_{k=4}^{\infty}\bar{I}_k\left(\frac{r_0}{r}\right)^k P_k\left(\frac{z}{r}\right), \tag{5}$$

где

$$\bar{I}_k=I_k-\frac{\gamma_k}{r_0^k}. \tag{6}$$

В работе (Кирюшенков, 1969)[1] даны формулы, выражающие зависимость прямоугольных координат спутника от элементов

$$a,\ \lambda,\ q,\ k,\ u,\ v, \tag{7}$$

для случая, когда величины q и k, которые имеют порядок величины эксцентриситета орбиты спутника, и величины u и v, которые имеют порядок наклонности, являются малыми величинами. Для промежуточного движения, когда возмущающая функция (5) равна нулю, элементы (7) связаны со временем следующим образом:

$$\begin{gathered} a=a_0, \quad \lambda=n_1(t-t_0)+\lambda_0, \\ q=e\cos[n_2(t-t_0)+\pi_0], \quad k=e\sin[n_2(t-t_0)+\pi_0], \\ u=s\cos[n_3(t-t_0)+h_0], \quad v=s\sin[n_3(t-t_0)+h_0], \end{gathered} \tag{8}$$

где a_0, λ_0, e, s, π_0 и h_0 — произвольные постоянные, а n_1, n_2, n_3 имеют вид

$$\begin{gathered} n_1=\frac{(fm)^{\frac{1}{2}}}{a^{3/2}}\left\{1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\sigma^2+\frac{3}{2}\varepsilon^2e^2-\frac{3}{2}\varepsilon^2s^2\right\}, \\ n_2=\frac{(fm)^{\frac{1}{2}}}{a^{3/2}}\left\{\frac{3}{2}\varepsilon^2+\frac{9}{8}\varepsilon^4+\frac{3}{2}\varepsilon^2\sigma^2-3\varepsilon^2s^2\right\}, \end{gathered} \tag{9}$$

[1] В. Н. Кирюшенков. «Сообщения ГАИШ», № 164, 1969.

$$n_3 = \frac{(fm)^{\frac{1}{2}}}{a^{3/2}} \left\{ -\frac{3}{2}\varepsilon^2 + \frac{9}{8}\varepsilon^4 - \frac{3}{2}\varepsilon^2\sigma^2 + \frac{3}{4}\varepsilon^2 s^2 \right\},$$

где

$$\varepsilon = \frac{c}{a(1-e^2)}.$$

Если возмущающая функция не равна нулю, элементы (7) являются неизвестными функциями, которые мы будем определять из системы дифференциальных уравнений (Кирюшенков, 1969). Сохранив в коэффициентах при производных от возмущающей функции только члены, линейные относительно q, k, u и v, имеем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{da}{dt} = (fma)^{-1/2} 2a(1+3\varepsilon^2)\frac{dR}{\partial\lambda},$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = n_1 + (fma)^{-1/2}\left[-2a(1+3\varepsilon^2)\frac{\partial R}{\partial a} + \frac{1}{2}q\frac{\partial R}{\partial q} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}k\frac{\partial R}{\partial k} + \frac{1}{2}u\frac{\partial R}{\partial u} + \frac{1}{2}v\frac{\partial R}{\partial v}\right]; \qquad (10)$$

$$\frac{dq}{dt} = -n_2 k + (fma)^{-1/2}\left[-\frac{1}{2}q\frac{\partial R}{\partial\lambda} - \left(1+\frac{5}{2}\varepsilon^2\right)\frac{\partial R}{\partial k}\right],$$

$$\frac{dk}{dt} = n_2 q + (fma)^{-1/2}\left[-\frac{1}{2}k\frac{\partial R}{\partial\lambda} + \left(1+\frac{5}{2}\varepsilon^2\right)\frac{\partial R}{\partial q}\right],$$

$$\frac{du}{dt} = -n_3 v + (fma)^{-1/2}\left[-\frac{1}{2}u\frac{\partial R}{\partial\lambda} - \left(1-\frac{3}{2}\varepsilon^2\right)\frac{\partial R}{\partial v}\right],$$

$$\frac{dv}{dt} = n_3 u + (fma)^{-1/2}\left[-\frac{1}{2}v\frac{\partial R}{\partial\lambda} + \left(1-\frac{3}{2}\varepsilon^2\right)\frac{\partial R}{\partial u}\right].$$

В данной работе ограничимся рассмотрением трех первых членов возмущающей функции (5), которые запишем в виде

$$R = \frac{fm}{a}\left[\beta_4\left(\frac{a}{r}\right)^5 P_4\left(\frac{z}{r}\right) + \beta_5\left(\frac{a}{r}\right)^6 P_5\left(\frac{z}{r}\right) + \beta_6\left(\frac{a}{r}\right)^7 P_6\left(\frac{z}{r}\right)\right], \qquad (11)$$

где

$$\beta_4 = \bar{I}_4\left(\frac{r_0}{a}\right)^4, \quad \beta_5 = \bar{I}_5\left(\frac{r_0}{a}\right)^5, \quad \beta_6 = \bar{I}_6\left(\frac{r_0}{r}\right)^6, \qquad (12)$$

$$P_4\left(\frac{z}{r}\right) = \frac{1}{8}\left[3 - 30\left(\frac{z}{r}\right)^2 + 35\left(\frac{z}{r}\right)^4\right],$$

$$P_5\left(\frac{z}{r}\right) = \frac{1}{8}\left[15\frac{z}{r} - 70\left(\frac{z}{r}\right)^3 + 63\left(\frac{z}{r}\right)^5\right],$$

$$P_6\left(\frac{z}{r}\right) = \frac{1}{16}\left[-5 + 105\left(\frac{z}{r}\right)^2 - 315\left(\frac{z}{r}\right)^4 + 231\left(\frac{z}{r}\right)^6\right].$$

Все последующие выкладки будем делать с той степенью точности, которая позволит нам в производных от возмущающей функции по элементам сохранить лишь члены линейные относительно малых величин ε^2, q, k, u и v.

На основе работы (Кирюшенков, 1969), имея в виду только что сделанное замечание, нетрудно выразить возмущающую функцию (11) через элементы (7)

$$R=\frac{fm}{a}\left\{\beta_4\left[\frac{3}{8}-\frac{15}{16}\varepsilon^2+\frac{15}{8}q^2+\frac{15}{8}k^2-\frac{15}{8}u^2-\frac{15}{8}v^2+\right.\right.$$

$$+\left(\frac{15}{8}q-\frac{105}{16}\varepsilon^2 q+\frac{15}{8}\varepsilon\sigma v\right)\cos\lambda+\left(\frac{15}{8}k-\frac{105}{16}\varepsilon^2 k-\frac{15}{8}\varepsilon\sigma u\right)\sin\lambda+$$

$$\left.+\left(\frac{15}{4}q^2-\frac{15}{4}k^2-\frac{15}{8}v^2+\frac{15}{8}u^2\right)\cos 2\lambda+\left(\frac{15}{2}qk+\frac{15}{4}uv\right)\sin 2\lambda\right]+$$

$$+\beta_5\left[\frac{15}{4}ku-\frac{15}{4}qv+\left(-\frac{15}{8}v+\frac{15}{8}\varepsilon\sigma q+\frac{105}{16}\varepsilon^2 v\right)\cos\lambda+\right.$$

$$+\left(\frac{15}{8}u+\frac{15}{8}\varepsilon\sigma k-\frac{105}{16}\varepsilon^2 u\right)\sin\lambda+\left(-\frac{15}{2}ku-\frac{15}{2}qv\right)\cos 2\lambda+$$

$$\left.+\left(\frac{15}{2}qu-\frac{15}{2}kv\right)\sin 2\lambda\right]+ \tag{13}$$

$$+\beta_6\left[-\frac{5}{16}+\frac{35}{32}\varepsilon^2-\frac{105}{32}q^2-\frac{105}{32}k^2+\frac{105}{32}u^2+\frac{105}{32}v^2+\right.$$

$$+\left(-\frac{35}{16}q+\frac{315}{32}\varepsilon^2 q-\frac{35}{16}\varepsilon\sigma v\right)\cos\lambda+$$

$$+\left(-\frac{35}{16}k+\frac{315}{32}\varepsilon^2 k+\frac{35}{16}\varepsilon\sigma u\right)\sin\lambda+$$

$$+\left(-\frac{175}{32}q^2+\frac{175}{32}k^2+\frac{105}{32}v^2-\frac{105}{32}u^2\right)\cos 2\lambda+$$

$$\left.\left.+\left(-\frac{175}{16}qk-\frac{105}{16}uv\right)\sin 2\lambda\right]\right\}.$$

Производные от возмущающей функции по элементам имеют следующий вид:

$$\frac{\partial R}{\partial a}=\frac{fm}{a^2}\left\{\left(-\frac{15}{8}+\frac{105}{16}\varepsilon^2\right)\beta_4+\left(\frac{35}{16}-\frac{315}{32}\varepsilon^2\right)\beta_6+\right.$$

$$+\left[-\frac{75}{8}\beta_4 q+\frac{45}{4}\beta_5 v+\frac{245}{16}\beta_6 q\right]\cos\lambda+$$

$$\left.+\left[-\frac{75}{8}\beta_4 k-\frac{45}{4}\beta_5 u+\frac{245}{16}\beta_6 k\right]\sin\lambda\right\},$$

$$\frac{\partial R}{\partial\lambda}=\frac{fm}{a}\left\{\left[-\frac{15}{8}\beta_4 q+\frac{15}{8}\beta_5 v+\frac{35}{16}\beta_6 q\right]\sin\lambda+\right.$$

$$\left.+\left[\frac{15}{8}\beta_4 k+\frac{15}{8}\beta_5 u-\frac{35}{16}\beta_6 k\right]\cos\lambda\right\},$$

$$\frac{\partial R}{\partial q}=\frac{fm}{a}\left\{\frac{15}{4}\beta_4 q-\frac{15}{4}\beta_5 v-\frac{105}{16}\beta_6 q+\right.$$

$$+\left[\left(\frac{15}{8}-\frac{105}{16}\varepsilon^2\right)\beta_4+\frac{15}{8}\varepsilon\sigma\beta_5+\left(-\frac{35}{16}+\frac{315}{32}\varepsilon^2\right)\beta_6\right]\cos\lambda+$$

$$+\left[\frac{15}{2}\beta_4 q-\frac{15}{2}\beta_5 v-\frac{175}{16}\beta_6 q\right]\cos 2\lambda+$$

$$+\left[\frac{15}{2}\beta_4 k+\frac{15}{2}\beta_5 u-\frac{175}{16}\beta_6 k\right]\sin 2\lambda\Big\},$$

$$\frac{\partial R}{\partial k}=\frac{fm}{a}\Big\{\frac{15}{4}\beta_4 k+\frac{15}{4}\beta_5 u-\frac{105}{16}\beta_6 k+$$

$$+\left[\left(\frac{15}{8}-\frac{105}{16}\varepsilon^2\right)\beta_4+\frac{15}{8}\varepsilon\sigma\beta_5+\left(-\frac{35}{16}+\frac{315}{32}\varepsilon^2\right)\beta_6\right]\sin\lambda+$$

$$+\left[-\frac{15}{2}\beta_4 k-\frac{15}{2}\beta_5 u+\frac{175}{16}\beta_6 k\right]\cos 2\lambda+$$

$$+\left[\frac{15}{2}\beta_4 q-\frac{15}{2}\beta_5 v-\frac{175}{16}\beta_6 q\right]\sin 2\lambda\Big\},$$

$$\frac{\partial R}{\partial u}=\frac{fm}{a}\Big\{-\frac{15}{4}\beta_4 u+\frac{15}{4}\beta_5 k+\frac{105}{16}\beta_6 u+$$

$$+\left[-\frac{15}{8}\varepsilon\sigma\beta_4+\left(\frac{15}{8}-\frac{105}{16}\varepsilon^2\right)\beta_5+\frac{35}{16}\varepsilon\sigma\beta_6\right]\sin\lambda+$$

$$+\left[\frac{15}{4}\beta_4 u-\frac{15}{2}\beta_5 k-\frac{105}{16}\beta_6 u\right]\cos 2\lambda+$$

$$+\left[\frac{15}{4}\beta_4 v+\frac{15}{2}\beta_5 q-\frac{105}{16}\beta_6 v\right]\sin 2\lambda\Big\},$$

$$\frac{\partial R}{\partial v}=\frac{fm}{a}\Big\{-\frac{15}{4}\beta_4 v-\frac{15}{4}\beta_5 q+\frac{105}{16}\beta_6 v+$$

$$+\left[\frac{15}{8}\varepsilon\sigma\beta_4+\left(-\frac{15}{8}+\frac{105}{16}\varepsilon^2\right)\beta_5-\frac{35}{16}\varepsilon\sigma\beta_6\right]\cos\lambda+$$

$$+\left[-\frac{15}{4}\beta_4 v-\frac{15}{2}\beta_5 q+\frac{105}{16}\beta_6 v\right]\cos 2\lambda+$$

$$+\left[\frac{15}{4}\beta_4 u-\frac{15}{2}\beta_5 k-\frac{105}{16}\beta_6 u\right]\sin 2\lambda\Big\}.$$

Подставив полученные производные в уравнения (10), имеем

$$\frac{da}{dt}=\left(\frac{fm}{a}\right)^{1/2}\Big\{\left[-\frac{15}{4}\beta_4 q+\frac{15}{4}\beta_5 v+\frac{35}{8}\beta_6 q\right]\sin\lambda+$$

$$+\left[\frac{15}{4}\beta_4 k+\frac{15}{4}\beta_5 u-\frac{35}{8}\beta_6 k\right]\cos\lambda\Big\}, \tag{14}$$

$$\frac{d\lambda}{dt}=n_1+\frac{(fm)^{1/2}}{a^{3/2}}\Big\{\left(\frac{15}{4}-\frac{15}{8}\varepsilon^2\right)\beta_4+\left(-\frac{35}{8}+\frac{105}{16}\varepsilon^2\right)\beta_6+$$

$$+\left[\frac{315}{16}\beta_4 q-\frac{375}{16}\beta_5 v-\frac{1015}{32}\beta_6 q\right]\cos\lambda+$$

$$+\left[\frac{315}{16}\beta_4 k+\frac{375}{16}\beta_5 u-\frac{1015}{32}\beta_6 k\right]\sin\lambda\Big\}, \tag{15}$$

$$\frac{dq}{dt}=-n_2 k+\frac{(fm)^{1/2}}{a^{3/2}}\Big[-\frac{15}{4}\beta_4 k-\frac{15}{4}\beta_5 u+\frac{105}{16}\beta_6 k+$$

$$+\left(-\frac{15}{8}\beta_4+\frac{35}{16}\beta_6\right)\sin\lambda\Big],$$

$$\frac{dk}{dt} = n_2 q + \frac{(fm)^{1/2}}{a^{3/2}} \left[\frac{15}{4}\beta_4 q - \frac{15}{4}\beta_5 v - \frac{105}{16}\beta_6 q + \left(\frac{15}{8}\beta_4 - \frac{35}{16}\beta_6\right)\cos\lambda \right],$$

$$\frac{du}{dt} = -n_3 v + \frac{(fm)^{1/2}}{a^{3/2}} \left[\frac{15}{4}\beta_4 v + \frac{15}{4}\beta_5 q - \frac{105}{16}\beta_6 v + \left(\frac{15}{8}\beta_5\right)\cos\lambda \right], \quad (16)$$

$$\frac{dv}{dt} = n_3 u + \frac{(fm)^{1/2}}{a^{3/2}} \left[-\frac{15}{4}\beta_4 u + \frac{15}{4}\beta_5 k + \frac{105}{16}\beta_6 u + \left(\frac{15}{8}\beta_5\right)\sin\lambda \right].$$

Систему дифференциальных уравнений (14)—(16) будем решать методом последовательных приближений, причем в данной работе мы ограничимся решением уравнений в первом приближении.

В качестве нулевого приближения примем формулы (8), описывающие промежуточное движение. Уравнения для первого приближения получим, когда в правые части дифференциальных уравнений (14) и (15) подставим нулевое приближение для всех элементов, а в уравнения (16) подставим нулевое приближение лишь для элементов a и λ.

Исключение составляет член n_1 в уравнении (15), так как его нужно вычислять, имея уже решение в первом приближении дифференциального уравнения (14).

Решая в первом приближении последовательно уравнение (14), а затем (15), имеем

$$\begin{aligned} a &= a_0 + \left(\frac{15}{4}\beta_4 - \frac{35}{8}\beta_6\right) e\cos\left[(n_1 - n_2)(t - t_0) + \lambda_0 - \pi_0\right] + \\ &\quad + \frac{15}{4}\beta_5 s \sin\left[(n_1 - n_3)(t - t_0) + \lambda_0 - h_0\right], \\ \lambda &= \lambda_0 + \frac{(fm)^{1/2}}{a_0^{3/2}} \left[1 + \frac{3}{2}\varepsilon^2\sigma^2 + \frac{3}{2}\varepsilon^2 e^2 - \frac{3}{2}\varepsilon^2 s^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{15}{4} - \frac{15}{8}\varepsilon^2\right)\beta_4 + \left(-\frac{35}{8} + \frac{105}{16}\varepsilon^2\right)\beta_6 \right](t - t_0) + \\ &\quad + \left(\frac{225}{16}\beta_4 - \frac{805}{32}\beta_6\right) e\sin\left[(n_1 - n_2)(t - t_0) + \lambda_0 - \pi_0\right] - \\ &\quad - \frac{285}{16}\beta_5 s\cos\left[(n_1 - n_3)(t - t_0) + \lambda_0 - h_0\right], \end{aligned} \quad (17)$$

где a_0 и λ_0 являются произвольными постоянными.

Дифференциальные уравнения первого приближения, которые получаются из уравнений (16), представляют собой систему неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\frac{dq}{dt} + Ak + Bu = D\sin\left[n_1(t - t_0) + \lambda_0\right], \quad (18)$$

$$\frac{dk}{dt} - Aq + Bv = -D\cos\left[n_1(t - t_0) + \lambda_0\right],$$

$$\frac{du}{dt} + Cv - Bq = E\cos\left[n_1(t - t_0) + \lambda_0\right],$$

$$\frac{dv}{dt} - Cu - Bk = E\sin\left[n_1(t - t_0) + \lambda_0\right],$$

где постоянные A, B, C, D и E определяются равенствами

$$
\begin{aligned}
A &= n_2 + \frac{(fm)^{1/2}}{a_0^{3/2}} \left(\frac{15}{4} \beta_4 - \frac{105}{16} \beta_6 \right), \\
B &= \frac{(fm)^{1/2}}{a_0^{3/2}} \frac{15}{4} \beta_5, \\
C &= n_3 + \frac{(fm)^{1/2}}{a_0^{3/2}} \left(-\frac{15}{4} \beta_4 + \frac{105}{16} \beta_6 \right), \\
D &= \frac{(fm)^{1/2}}{a_0^{3/2}} \left(-\frac{15}{8} \beta_4 + \frac{35}{16} \beta_6 \right), \\
E &= \frac{(fm)^{1/2}}{a_0^{3/2}} \frac{15}{8} \beta_5.
\end{aligned}
\tag{19}
$$

Общее решение дифференциальных уравнений (18) определяется следующими формулами:

$$
\begin{aligned}
q &= e \cos [A (t - t_0) + \pi_0] + s \frac{B}{A - C} \sin [C (t - t_0) + h_0] - \\
&\quad - \frac{D}{n_1} \cos [n_1 (t - t_0) + \lambda_0], \\
k &= e \sin [A (t - t_0) + \pi_0] - s \frac{B}{A - C} \cos [C (t - t_0) + h_0] - \\
&\quad - \frac{D}{n_1} \sin [n_1 (t - t_0) + \lambda_0], \\
u &= s \cos [C (t - t_0) + h_0] + e \frac{B}{A - C} \sin [A (t - t_0) + \pi_0] + \\
&\quad + \frac{E}{n_1} \sin [n_1 (t - t_0) + \lambda_0], \\
v &= s \sin [C (t - t_0) + h_0] - e \frac{B}{A - C} \cos [A (t - t_0) + \pi_0] - \\
&\quad - \frac{E}{n_1} \cos [n_1 (t - t_0) + \lambda_0],
\end{aligned}
\tag{20}
$$

где e, s, π_0 и h_0 являются произвольными постоянными. Первые два слагаемых в каждой формуле (20) являются общим решением однородной системы дифференциальных уравнений, которая получается из системы (18) при $D = E = 0$, а третьи слагаемые представляют собой частное решение неоднородной системы (18).

Таким образом, поставленная задача о влиянии зональных гармоник, до шестой включительно, на движение 5-го спутника Юпитера решена. Полученные формулы (17) и (20) учитывают полностью воздействие на спутник второй и третьей зональных гармоник и включает наиболее влиятельные члены, обусловленные возмущающим воздействием четвертой, пятой и шестой гармоник. Эти формулы дают зависимость элементов движения спутника от времени и шести произвольных постоянных a_0, λ_0, e, s, π_0 и h_0.

Произвольные постоянные можно определить лишь из сравнения полученных теоретических формул с наблюдениями рассматриваемого спутника. Автор предполагает в дальнейшем сделать это.

В заключение заметим, что для 5-го спутника постоянные e и $s < {}^{1}/_{100}$, что в определенной степени оправдывает те упрощения, которые мы здесь делаем.

Поступила в редакцию
3.6 1968 г.

Кафедра
небесной механики и гравиметрии