Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1969

УДК 530.145 : 535.354

В. И. ГРИГОРЬЕВ, Е. Л. МУЗЫЛЕВ

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ, ИНДУЦИРУЕМОМ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ ПРИ ДВИЖЕНИИ В ВЕЩЕСТВЕ

Дана оценка для сдвига энергических уровней атомов при пролете возле них заряженной частицы и исследована зависимость этого сдвига от импульса быстрой частицы и знака ее заряда.

Рассмотрим электрон, находящийся в кулоновом поле, создаваемом силовым центром (ядром атома), и взаимодействующий при помощи обмена поперечными квантами электромагнитного поля с движущейся заряженной частицей. Для описания эффектов, обусловленных действием силового центра, удобно использовать представление Фарри.

Уравнение для S-матрицы тогда имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial S(t, t_0)}{\partial t} = H_{1F} S(t, t_0),$$

где

$$H_{1F}(t) = -\frac{e}{c}\int d^3x_1\, d^3x_2 \bar{\eta}(\bar{r}_1 \bar{r}_2 t)\left[\frac{1}{m}(\bar{p}\bar{A}(\bar{r}, t)) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{M}(\bar{p}\bar{A}(\bar{r}, t))\right]\eta(\bar{r}_1\bar{r}_2 t) - \Delta E \int d^3x_1\, d^3x_2 \bar{\eta}(\bar{r}_1\bar{r}_2 t)\,\eta(\bar{r}_1\bar{r}_2 t).$$

Вид оператора ΔE определен ниже, а оператор $\eta(\bar{r}_1\bar{r}_2 t)$ равен $\eta(\bar{r}_1\bar{r}_2 t) = \psi(\bar{r}_1 t)\,\chi(\bar{r}_2 t)$, где $\psi(\bar{r}_1 t)$ — электронный оператор, а $\chi(\bar{r}_2 t)$ — оператор тяжелой частицы, удовлетворяющие уравнениям

$$i\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \left(\frac{p^2}{2m} + U(\bar{r}_1)\right)\psi,$$

$$i\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{p^2}{2M}\chi, \quad \chi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int \chi(\bar{p})\, e^{-i(\bar{p}\bar{x} - p_0 x_0)}\, d^3p.$$

Относительно $\chi(\bar{r}_2 t)$ в дальнейшем принимается, что пролетающая мимо атома частица является тяжелой и что изменением ее импульса можно пренебречь. Коммутационные соотношения для операторов имеют обычный вид.

Используя описание выражений для сдвигов и ширин уровней с помощью c-численных амплитуд [3 и 5], получим наиболее удобное для исследования выражение

$$C_{n_0}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_0}^{t} \frac{\langle \eta_{n_0}^{+} | H_{1F}(t) S(t,t_0) | \eta_{n_0} \rangle}{\langle \eta_{n_0}^{+} | S(t,t_0) | \eta_{n_0} \rangle} dt},$$

где $|\eta_{n_0}> = |\eta(t_0)>$, $C_{n_0}(t)$ записывается в виде $C_{n_0}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\Gamma(t-t_0)}$, причем разность $t - t_0$ необходимо устремить к бесконечности. Сдвиг и ширина находятся как действительная и мнимая части выражения

$$\lim_{\substack{t_0 \to -\infty \\ t \to +\infty}} \frac{1}{C_{n_0}(t)} \frac{\partial}{\partial t} C_{n_0}(t)$$

или см. [3]:

$$\lim_{t_0 \to -\infty,\, t \to \infty} \frac{1}{\hbar} \frac{\langle \eta_{n_0}^{+} | H_{1F}(t) S(t, t_0) | \eta_{n_0} \rangle}{\langle \eta_{n_0}^{+} | S(t, t_0) | \eta_{n_0} \rangle}, \tag{1}$$

где сдвиг представляет собой вещественную часть, а ширина — мнимую. Операторы фотонного поля также удовлетворяют обычным коммутационным соотношениям.

Представим S-матрицу в виде разложения [2 и 5]

$$S(t, t_0) = \sum_{ijmn} S^{(ijmn)}(t, t_0),$$

где индексы i, m указывают количество операторов поглощения бозонов и фермионов соответственно, а j, n — количество соответствующих операторов рождения, получим бесконечную цепочку уравнений

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} S^{(ijmn)}(t, t_0) = H^{+}(S^{(ij-1m-1n-1)} + S^{(ij-1mn)} +$$

$$+ H^{(-)}(S^{(i-1jm-1n-1)} + S^{(i-1jmn)} + S^{(i-1jmn)} + S^{(ij+1m1n-1)} + S^{(ij+1mn)}) -$$

$$- H^{(0)}(S^{(ijm-1n-1)} + S^{(ijmn)}), \tag{2}$$

где $H^{(+)}$ и $H^{(-)}$ содержат по одному оператору рождения и поглощения фотонов соответственно, а $H^{(0)}$ не меняет числа фотонов. Из (2) и начальных условий следует, что

$$S^{(ij00)} = \begin{cases} 0 & i, j \neq 0 \\ 1 & i, j = 0. \end{cases}$$

Нас будут интересовать только процессы, в которых в начальном и конечном состояниях присутствуют электрон и тяжелая частица (в силу того что число фермионов не меняется в нерелятивистской теории, во всех промежуточных состояниях также имеется по электрону и тяжелой частице). Поэтому в уравнениях (2) сохраним лишь те $S^{(ijmn)}$, в которых $m = n \leqslant 1$.

Основной вклад в естественные и вынужденные ширину и сдвиг дают первый и третий порядки теории возмущений. В этих порядках уравнение для S-матрицы будет выглядеть так (см. рис. 1).

Для системы, находящейся в состоянии n, вектор состояния будет иметь вид $\bar{g}_n\bar{\chi}(\bar{p})|0>$, тогда условие перенормировки записывается следующим образом:

$$\langle 0|\bar{g}_{n_0}\chi(\bar{p})S^{(0011)}\chi(\bar{p})\bar{g}_{n_0}|0\rangle = 0, \tag{3}$$

где n — основной уровень [4].

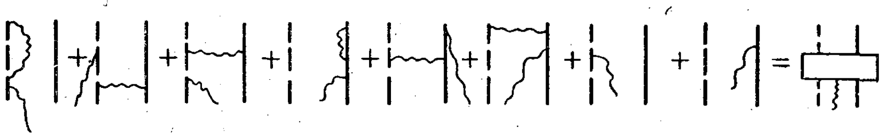

Рис. 1

Представим (3) графически (рис. 2 и 3).

 — соответствует контрчлену ΔE. Выделим только ту часть излучения, которая связана с возмущающим действием частицы на атом, исключая из рассмотрения излучение самой быстро движущейся частицы. Тогда перенормировка будет выглядеть следующим образом (рис. 4): для основного уровня.

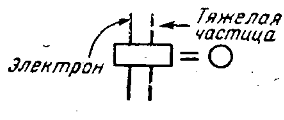

Рис. 2

Откуда в первых дающих вклад порядках (рис. 5) получим.

Здесь каждая диаграмма представляет собой совокупность диаграмм без различия хронологической последовательности вершин, существенной, однако, для вычислений.

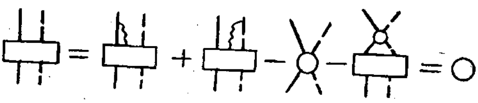

Рис. 3

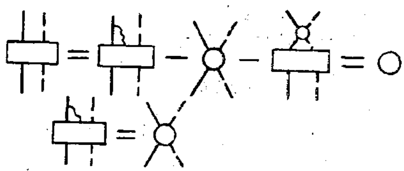

Рис. 4

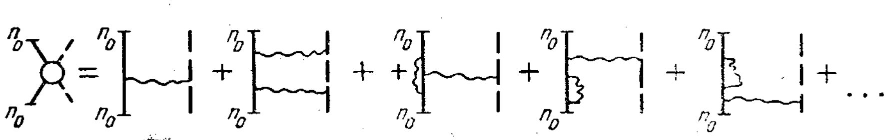

Рис. 5

Будем пользоваться дипольным приближением для фотонных операторов, т. е. пренебрегаем членами $\vec{k}\vec{x}$ в экспоненте. Для основного уровня n_0 естественная ширина и сдвиг равны нулю.

$$\Delta E = (-iK0|g_{n\sigma}\chi(\bar{p})\int\bar{\eta}(\bar{p}\bar{A})\eta d^3x_1 d^3x_2\int\bar{\eta}(\bar{p}\bar{A})\eta d^3x_1 d^3x_2\, dt\bar{g}_{n_0}\bar{\chi}(\bar{p})|0\rangle,$$

что является следствием условия перенормировки (4), определяющего $\Delta E(\hbar=c=1)$.

Вынужденные сдвиги (и ширины) $\Gamma^{(3)}$ получаются лишь в третьем порядке теории возмущений. Для них получим выражение, состоящее из двух групп членов. Первая пропорциональна импульсу тяжелой частицы, а вторая — его квадрату. Кроме того, для членов первой группы существует зависимость от знака заряда этой частицы. Приведем выражения для $\Gamma^{(3)}$, наиболее сильно зависящее от импульса тяжелой частицы.

$$\Gamma^3=\begin{cases} -\sum\limits_{n'}\left[\dfrac{\bar{p}p_{nn'}p_{n'n}}{E_{n'}-E_n}\mu c^2\left\{\mu c^2-(E_{n'}-E_n)\ln\dfrac{\mu c^2+(E_{n'}-E_n)}{E_{n'}-E_n}\right\}-\right. \\ \left.-\dfrac{\bar{p}^2p_{n_0n'}p_{n'n_0}}{E_{n'}-E_{n_0}}\mu c^2\left\{\mu c^2-(E_{n'}-E_{n_0})\ln\dfrac{\mu c^2+(E_{n'}-E_{n_0})}{E_{n'}-E_{n_0}}\right\}\right] E_{n'}>E_n. \\ \sum\limits_{n'}\left[\dfrac{\bar{p}^2p_{nn'}p_{n'n}}{E_n-E_{n'}}\mu c^2\left\{\mu c^2+(E_n-E_{n'})\ln\dfrac{\mu c^2-(E_n-E_{n'})}{E_n-E_{n'}}+\pi i(E_n-E_{n'})\right\}+\right. \\ \left.+\dfrac{\bar{p}^2p_{n_0n'}p_{n'n_0}}{E_{n'}-E_{n_0}}\mu c^2\left\{\mu c^2-(E_{n'}-E_{n_0})\ln\dfrac{\mu c^2+(E_{n'}-E_{n_0})}{E_{n'}-E_{n_0}}\right\}\right] \\ E_n>E_{n'}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь $\int d^3p\,(\bar{P}\bar{e}_\lambda)(\bar{P}\bar{e}_\lambda)=\bar{p}^2$, где

$$\bar{p}\delta(\bar{p}_1-\bar{p})=\int d^3x e^{i\bar{p}\bar{x}}\bar{p}e^{i\bar{p}_1x} \text{ и } p_{mn}=\int \varphi_m^*(\bar{x})\bar{p}\varphi_n(\bar{x})\,d^3x,$$

причем $p_{mn}=\begin{cases} 0 & m=n \\ \neq 0 & m\neq n \end{cases}$, т. е. запрещены диагональные переходы. Кроме того, так как тяжелые частицы без отдачи, $p_0=p_{10}$. Получающиеся численные значения для вынужденного сдвига имеют порядок $10^{-15}-10^{-16}$ *сек*$^{-1}$.

На основании рассмотрения взаимодействия системы электрон — тяжелая частица установлено, что при вынужденных переходах появляются дополнительные вынужденные сдвиги (и ширина) уровней, причем существенным результатом является установление зависимости сдвига и ширины от скорости налетающей тяжелой частицы в разных порядках теорий возмущений. Также у ряда членов существует зависимость от знака заряда этой частицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайтлер. Квантовая теория излучения. М., ИЛ, 1956.
2. Вавилов Б. Т., Григорьев В. И. и др. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 3, 46, 1962.
3. Григорьев В. И. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 4, 56, 1964.
4. Григорьев В. И., Музылев Е. Л. (в печати).
5. Елдышев Ю. Дипломная работа. МГУ, 1967.

Поступила в редакцию
18.7 1968 г.

Кафедра
квантовой теории