Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1969

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 539.12.01

В. С. МИНЕЕВ, А. Р. ФРЕНКИН

УРАВНЕНИЕ БЕТЕ—СОЛПИТЕРА И ДОЧЕРНИЕ ТРАЕКТОРИИ РЕДЖЕ

Дочерние траектории Редже были впервые получены в работе [1] и затем рассматривались в [2]—[5]. Одним из использовавшихся методов было исследование уравнения Бете—Солпитера (см. [3]). При рассмотрении этого уравнения в случае рассеяния частиц неравных масс появлялась трудность, связанная с отсутствием асимптотики парциальной амплитуды при $u \to \infty$ в случае $s=0$, т. е. именно в том случае, когда уравнение анализируется довольно просто, так как обладает $O(4)$-симметрией [5]. Чтобы обойти эту трудность, в работах [2], [3] рассматривалось не разложение по парциальным амплитудам, а представление Хури [6] (см. [3]) или дисперсионные соотношения [2].

В данной работе рассматривается уравнение для амплитуды рассеяния скалярных частиц с массами m и μ, но, в отличие от работы [3], учитывается лишь класс диаграмм, соответствующих $V\theta$-рассеянию в модели Ли, что значительно упрощает вычисления. При этом удается сделать ряд заключений относительно поведения амплитуды рассеяния при $s \neq 0$ в случае $u \to \infty$.

Уравнение Бете—Солпитера, записанное в системе центра масс, имеет вид

$$T(p, p', K) = I(p, p') + \gamma \int_0^\infty \rho(\tau)\, d\tau \int d^4q \frac{I(p, q)\, T(q, p', K)}{\left[\mu^2 + \left(\frac{K}{2} - q\right)^2\right]\left[\tau + \left(\frac{K}{2} + q\right)^2\right]}, \quad (1)$$

где, p, p' — относительные 4-импульсы частиц в начальном и конечном состояниях, K — 4-импульс центра масс;

$$I(p, p') = [m^2 + (p + p')^2]^{-1}. \quad (2)$$

В спектральной плотности $\rho(\tau)$ помимо полюсного члена $\delta(\tau - m^2)$ учтены и собственно-энергетические члены второго порядка (в модели Ли они соответствуют одетой V-частице).

Разложим амплитуду $T(p, p', K)$ по четырехмерным сферическим гармоникам. Совершив поворот $p_0 \to p_4 = -ip_0$ [7], получим для парциальной амплитуды рассеяния разложение

$$T_e(p, p', s) = \pi \sum_{\lambda, \mu = 0}^{\infty} T_{l,\, \lambda\mu}(P, P', s)\left[2\left(l + \frac{\lambda + \mu}{2} + 1\right)\right]^{-1} D_\lambda^{l+1}(w)\, D_\mu^{l+1}(w'), \quad (3)$$

где $P = (pp)^{1/2} = (\vec{p}^2 - p_0^2)^{1/2}$, $|\vec{p}| = (\vec{p}\vec{p})^{1/2}$, $w(w')$ — косинус угла между $p(p')$ и четвертой осью, $s = K^2$,

$$D_\lambda^{l+1}(w) = 2^l \Gamma(l+1) \left[\frac{2\Gamma(\lambda+1)(l+\lambda+1)(1-w^2)^l}{\pi\Gamma(\lambda+2l+2)} \right]^{1/2} C_\lambda^{l+1}(w), \tag{4}$$

$C_\lambda^{l+1}(w)$ — полином Гегенбауэра [8]; функции $D_\lambda^{l+1}(w)$ ортонормированы по нижним индексам на интервале $(-1,1)$ с весом $(1-w^2)^{1/2}$.

Матричная амплитуда $T_{l,\lambda\mu}(P, P', s)$ удовлетворяет уравнению

$$T_{l,\lambda\mu}(P, P', s) = I_{l,\lambda}(P, P')\delta_{\lambda\mu} + \gamma \sum_{\nu=0}^{\infty}[2(l+\nu+1)]^{-1} \int \rho(\tau)\,d\tau \int Q^3 dQ \times$$

$$\times I_{l_1\lambda}(P_1 Q)\delta_{\lambda\mu} K_{\lambda\nu}(Q_1 s) T_{l_1\nu\mu}(Q_1 P_1' s), \tag{5}$$

где

$$I_{l,\lambda}(P, P') = \frac{1}{2PP'} f_{l+\lambda}\left(\frac{P^2 + P'^2 + m^2}{2PP'}\right)(-1)^{l+\lambda}, \tag{6}$$

$$f_n(x) = [x - \sqrt{x^2-1}\,]^{n+1}, \tag{7}$$

$$K_{\lambda\nu}(Q, s) = \int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{1-w^2}\,dw D_\lambda^{l+1}(w) D_\nu^{l+1}(w)}{\left(\tau + Q^2 - \frac{s}{4} + i\sqrt{s}Qw\right)\left(\mu^2 + Q^2 - \frac{s}{4} - i\sqrt{s}Qw\right)}. \tag{8}$$

В ядре интегрального уравнения (5) зависимость от аргумента S сосредоточена в функции $K_{\lambda\nu}(Q, s)$ (8). Представим решение уравнения (5) в виде ряда по степеням $s^{1/2}$. В нулевом приближении $T_{l,\lambda\mu}^{(0)}(P, P)'$ зависит лишь от $l+\lambda$, т. е. обладает $O(4)$-симметрией. Учитывая лишь два первых члена разложения и свойства полиномов Гегенбауэра, можно получить $T_{l,\lambda\mu}^{(1)}(P, P') = 0$.

Уравнение типа (5) исследовалось в работах [3 и 9]. Было показано, что $T_{l,\lambda_\mu}^{(0)}(P, P') \equiv T_{l+\lambda}^{(0)}(P, P')$ обладает простым полюсом по переменной $l+\lambda$, т. е.

$$T_{l,\lambda_\mu}^{(0)}(P, P') = \frac{b(P, P')}{l+\lambda-\alpha(0)}. \tag{9}$$

Таким образом, с точностью до членов первого порядка по $S^{1/2}$ релятивистское обобщение известной модели Ли приводит к весьма любопытному результату — существованию дочерних траекторий Редже, что, несомненно, существенно обогащает содержание модели и должно привлечь внимание к ее более внимательному рассмотрению. Представляется вероятным, что детальный анализ следующих членов разложения будет способствовать выяснению ряда вопросов, поставленных в работе [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков Д. В., Грибов В. Н. ЖЭТФ, **44**, 1068, 1963.
2. Goldberger M. L., Jones C. E. Phys. Rev., **150**, 1269, 1966.
3. Freedman D. Z., Wang J. M. Phys. Rev., **153**, 1569, 1967.
4. Freedman D. Z., Jones C. E., Wang J. M. Phys. Rev., **155**, 1645, 1967.
5. Domokos G. Phys. Rev., **159**, 1387, 1967.
6. Khuri N. N. Phys. Rev. Lett., **10**, 420, 1963; Phys. Rev., **132**, 914, 1963.
7. Wick G. C. Phys. Rev., **96**, 1124, 1954.
8. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М., «Наука», 1965.
9. Lee B. W., Sawyer R. F. Phys. Rev., **127**, 2266, 1962.

Поступила в редакцию
5.4 1968 г.

Кафедра
квантовой теории