

Значение коэффициента B в данном случае было найдено экстраполяцией линейной части

$$\chi H^3 = AH^{5/2} + B$$

на ось ординат.

В таблице приводятся данные для $K_{\text{эф}}$, полученные нами на поликристаллических образцах исследованных ферритов при комнатной температуре, и для сравнения приводятся данные для K , полученные другими авторами [5, 6, 7] на монокристаллах. Сравнение этих результатов показывает, что расхождение между ними весьма незначительное. Таким образом, ранее проведенные одним из нас исследования на поликристаллических ферритах NiFe_2O_4 и MgFe_2O_4 [4] в совокупности с приведенными в данной работе результатами показывают, что метод приближения к магнитному насыщению может быть успешно применен для определения $K_{\text{эф}}$ на поликристаллических ферритах, что изоблагает исследователей от весьма трудоемких и не всегда удачных попыток выращивать монокристаллы ферритов сложных составов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акулов Н. С. *Zs. f. Phys.*, **69**, 822, 1931.
2. Акулов Н. С., Мирясов Н. З. *ДАН СССР*, **63**, 1, 1949.
3. Мирясов Н. З. «Вестн. Моск. ун-та», № 10, 1955.
4. Мирясов Н. З. Ферриты АН БССР. Минск, 1960.
5. Сирота Н. Н., Гесь А. П. Физические свойства ферритов, 1967, стр. 120.
6. Rookby H. C., Willis B. T. M. *Acta Cryst.*, **6**, 565, 1953.
7. Abrahams S. C., Calhoun W. A. *Acta Cryst.*, **6**, 257, 1955.

Поступила в редакцию
17.6 1968 г.

Кафедра
магнетизма

УДК 533.951.7

В. В. ЛОГВИНОВ

КВАЗИЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

На основе уравнений квазилинейного приближения с учетом столкновений частиц рассматривается задача о стационарном нелинейном спектре низкочастотных плазменных волн в пространственно однородной плазме, находящейся в постоянном электрическом поле. В отличие от имеющихся по этой теме работ [1], столкновения учитываются не только с помощью интеграла столкновений, но вводятся также и в «квазилинейный член», определяющий влияние на функцию распределения плазменных колебаний.

Исходные уравнения были получены в работе [2] и имеют следующий вид:

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + \frac{e_a}{m_a} \vec{E}_0 \frac{\partial f_a}{\partial \vec{v}} = \frac{\partial}{\partial v_i} \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{e_a^2 E^2}{2m_a^2} \frac{v_a}{(\omega - \vec{k} \vec{v})^2 + \nu_a^2} \frac{\partial f_a}{\partial v_j} + S_a, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E^2}{\partial t} = -2\gamma E^2, \quad \gamma = \frac{\epsilon''}{\partial \epsilon' / \partial \omega}, \quad (2)$$

где E^2 — квадрат амплитуды плазменной волны, S_a — интеграл столкновений, γ — декремент затухания волн, $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$ — диэлектрическая проницаемость плазмы, определяемая из линейной теории, ν_a — эффективная частота столкновений, характеризующая их вклад в быстроперемменные процессы.

Рассмотрим уравнения баланса импульса и энергии частиц сорта a , предполагая, что функции распределения компонент плазмы максвелловские, но с различными температурами и направленными скоростями. Умножая (1) на $n_a m_a \vec{v}$ и $n_a m_a v^2/2$ и интегрируя по скоростям, получаем соответственно для импульса и энергии:

$$n_a m_a \frac{d\vec{u}_a}{dt} = n_a e_a \vec{E}_0 + \vec{k} \frac{E^2}{4\pi} \frac{\omega_a^2}{k^2 v_a^2} \psi_1 + n_a \int m_a \vec{v} S_a d\vec{v}, \quad (3)$$

$$n_a \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} T_a + \frac{m_a u_a^2}{2} \right) = n_a e_a \vec{E}_0 \vec{u}_a + \nu_a \frac{E^2}{4\pi} \frac{\omega_a^2}{k^2 v_a^2} \psi_2 + n_a \int \frac{m_a v^2}{2} S_a d\vec{v}, \quad (4)$$

$$\psi_1 = \sqrt{\pi} \{ x_a \operatorname{Re} w(z_a) - y_a \operatorname{Im} w(z_a) \},$$

$$\psi_2 = 1 + \sqrt{\pi} \left\{ \frac{x_a \eta_a + x_a^2 - y_a^2}{y_a} \operatorname{Re} w(z_a) - (\eta_a + 2x_a) \operatorname{Im} w(z_a) \right\},$$

$$w(z) = e^{-z^2} \left\{ 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} dt \right\}, \quad z = x + iy.$$

$$x_a = \frac{\omega - \vec{k} \vec{u}_a}{k v_a}, \quad y_a = \frac{\nu_a}{k v_a}, \quad \eta_a = \frac{\vec{k} \vec{u}_a}{k v_a}, \quad v_a^2 = \frac{2T_a}{m_a}, \quad \omega_a^2 = \frac{4\pi e_a^2 n_a}{m_a}.$$

Уравнения (2–4) вместе с законом дисперсии волн ($\epsilon' = 0$) при заданном электрическом поле \vec{E}_0 образуют замкнутую систему уравнений гидродинамического типа, характеризующих динамическое и тепловое поведение однородной квазиравновесной плазмы с плазменными волнами конечной, но достаточно малой амплитуды. Они пригодны для промежутков времени, больших некоторого минимального времени, релаксации, когда устанавливаются максвелловские распределения компонентов плазмы. Отличие их от известных гидродинамических уравнений заключается в учете взаимодействия плазмы с развившимися плазменными колебаниями.

Ниже рассмотрим низкочастотные волны в слабоионизованной плазме, полагая для простоты, что ионы неподвижны, а волновой вектор \vec{k} параллелен направленной скорости электронов \vec{u}_e и антипараллелен \vec{E}_0 . Разлагая $w(z)$ в ряд при условиях

$$k v_e \gg |\omega - k u_e| \gg \nu_e, \quad \omega \gg k v_i, \quad \nu_i,$$

получаем

$$\frac{d u_e}{dt} = \frac{e}{m_e} E_0 + \frac{k}{m_e n_e} \frac{E^2}{4\pi} \frac{\omega_e^2}{k^2 v_e^2} \sqrt{\pi} \frac{\omega - k u_e}{k v_e} - \nu_{en} u_e, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{d T_e}{dt} &= \frac{1}{n_e} \frac{E^2}{4\pi} \frac{\omega_e^2}{k^2 v_e^2} \left[\nu_e + \sqrt{\pi} \frac{(\omega - k u_e)^2}{k v_e} \right] - \\ &- \frac{3}{2} \frac{m_e}{m_n} \nu_{en} (T_e - T_n) + \frac{1}{2} \nu_{en} m_e u_e^2, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{3}{2} \frac{d T_i}{dt} = \frac{1}{n_i} \frac{E^2}{4\pi} \frac{\omega_i^2 \nu_i}{2\omega^2} - \frac{3}{2} \frac{m_i}{m_i + m_n} \nu_{in} (T_i - T_n). \quad (7)$$

Здесь ν_{en} и ν_{in} — частоты столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами (с индексом n), а для интеграла столкновений использована модельная форма Батнагара и др. (см., например, [3]).

Спектр и затухание низкочастотных волн определяются соотношениями линейной теории

$$\omega^2 = \omega_i^2 \frac{k^2 r_e^2}{1 + k^2 r_e^2} = \frac{k^2 v_s^2}{1 + k^2 r_e^2}, \quad r_e^2 = \frac{v_e^2}{2\omega_e^2}, \quad v_s^2 = \frac{T_e}{m_i}, \quad (8)$$

$$\gamma = \sqrt{\pi} \frac{m_i}{m_e} \frac{\omega^3 (\omega - k u_e)}{k^3 v_e^3} + \nu_i. \quad (9)$$

Декремент затухания (9) точно совпадает с выражением, полученным в [3], если величину ν_i взять в виде $\nu_i = \nu_{in}/2$. Величина ν_e может быть определена из закона сохранения энергии плазмы и плазменных волн при $E_0 = 0$. Кроме того, в (9) пренебре-

гается ионным затуханием Ландау по сравнению со столкновительным, что предполагает достаточно большую неизотермичность плазмы.

Рассмотрим стационарное состояние, полагая, что $u_e, T_e, T_i = \text{const}, \gamma = 0$. Из (5,9) с учетом (8) следует

$$u_e = v_s [(1 + \kappa^2)^{-1/2} + \beta \kappa^{-1} (1 + \kappa^2)^{3/2}], \quad (10)$$

$$u_e = u_0 \left[1 - \frac{E^2}{16\pi n_e T_e} \frac{2\nu_{in} m_i}{\nu_{en} m_e} \frac{(1 + \kappa^2)^{3/2}}{\alpha \kappa^2} \right], \quad (11)$$

где $u_0 = eE_0/m_e \nu_{en}$ — скорость дрейфа, которую приобретают электроны в поле E_0 при отсутствии волн, $\alpha = u_0/v_s$, $\beta = \sqrt{2} \nu_{in} m_i / \sqrt{\pi} \omega_e m_e$, $\kappa = kr_e$.

Исключая u_e из (10), (11), находим нелинейную зависимость энергии плазменных колебаний от волнового вектора (или от частоты $\Omega = \omega/\omega_i$)

$$\frac{E^2}{16\pi n_e T_e} = \frac{\nu_{en} m_e}{2\nu_{in} m_i} \Omega^2 \left\{ \alpha \sqrt{1 - \Omega^2} - \left[(1 - \Omega^2) + \frac{\beta}{\Omega \sqrt{1 - \Omega^2}} \right] \right\}. \quad (12)$$

При $E^2 = 0$ из (12) можно определить предельные значения частот возбуждаемых колебаний (соответственно длин волн). При $\kappa \ll 1$ (ионно-звуковые волны) получаем

$$\omega_{\min} \cong \omega_i \beta (\alpha - 1)^{-1}, \quad k_{\min} \cong r_e^{-1} \beta (\alpha - 1)^{-1}, \quad (13)$$

при $\kappa \gg 1$ (ионные ленгмюровские колебания)

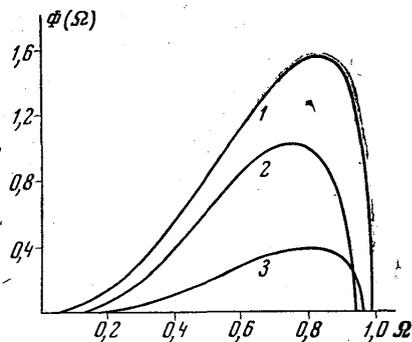
$$\omega_{\max} \leq \omega_i, \quad k_{\max} \cong r_e^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}.$$

Из (13) следует, что для достижения стационарного режима величина α должна быть > 1 , что соответствует условию $E_0 > E_k \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}$, где $E_k = m_e \nu_{en} / e$. Вместе с тем в рамках квазилинейного приближения α не может быть слишком большим, так как энергия колебаний не может превышать тепловую энергию электронов.

На рисунке показана зависимость энергии плазменных колебаний от их частоты, вычисленная по формуле (12) для различных значений параметров α и β , близких к экспериментальным. По оси ординат отложена безразмерная функция $\Phi(\Omega)$, равная правой части (12), деленной на $\nu_{en} m_e / 2\nu_{in} m_i$. Максимумы кривых соответствуют значению $\Omega \cong 0,8$ (или $\kappa \cong 1,3$). Увеличение давления нейтрального газа, которому прямо пропорционально β , или уменьшение E_0 приводит к сужению спектра и уменьшению амплитуды колебаний.

Рассмотренная схема может быть использована и в случае, когда ионным затуханием Ландау пренебрегать нельзя (малые β), а также для полностью ионизованной плазмы.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Ю. Л. Климонтовичу за предложенную тему, советы и внимание к работе.



Спектр низкочастотных колебаний слабоионизованной плазмы в электрическом поле. 1 — $\alpha = 5, \beta = 0,1$; 2 — $\alpha = 5, \beta = 0,5$, 3 — $\alpha = 2, \beta = 0,1$

ЛИТЕРАТУРА

1. Коврижных Л. М. ЖЭТФ, 51, 1795, 1966; 52, 1406, 1967.
2. Климонтович Ю. Л. Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. Изд-во МГУ, 1964. Дополнение к английскому изданию, § 19.
3. Милич Б., Рухадзе А. А. ЖТФ, 38, 229, 1968.

Поступила в редакцию
15.8 1968 г.

Кафедра
общей физики для мехмата