

В. Г. БАГРОВ, И. Г. БРАНКОВ

К ВОПРОСУ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО РОТАТОРА

Излучение релятивистского аксиально-симметричного жесткого ротатора представляет интерес в связи с проблемой синхротронного излучения. Жесткий ротатор представляет простейшую модель электрона, движущегося в однородном магнитном поле. Однако заранее неизвестно, насколько основные закономерности излучения ротатора соответствуют особенностям синхротронного излучения.

Движение ротатора изучалось в работе [1], излучение дираковского ротатора с точки зрения его спиновых свойств рассматривалось в [2]. В данной работе мы последовательно рассмотрим методами квантовой теории излучение бесспинового и дираковского ротатора.

Решение уравнения Клейна—Гордона

$$\left\{ \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 - c^2 P^2 - m^2 c^4 \right\} \Psi(\vec{r}, t) = 0$$

в цилиндрической системе координат при условии постоянства радиуса r имеет вид

$$\Psi(\vec{r}, t) = N (2\pi\hbar l)^{-1/2} \exp \{ -icKt + ik_3 z + il\varphi \}, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где $\hbar k_3$ — проекция импульса, $\hbar l$ — проекция момента на ось z . Энергия ротатора $E = c\hbar K$ связана с числом l и постоянным радиусом r соотношением

$$K = (k_0^2 + k_3^2 + l^2/r^2)^{1/2}, \quad k_0 = \frac{mc}{\hbar}. \quad (1)$$

Рассмотрим спектрально-угловое распределение мощности излучения ротатора, считая в начальном состоянии $k_3 = 0$. Мы не обсуждаем здесь постановки задачи о мощности и поляризации излучения в квантовой теории, так как эти вопросы подробно изложены, например, в [3]. В результате несложных расчетов получим следующее выражение для спектрально-углового распределения мощности поляризованного излучения:

$$dW = \frac{ce^2 \kappa^2 \beta^2 \sin \theta d\theta}{1 - \frac{\kappa}{K} \sin^2 \theta} \left[l_2 I'_\nu(x) - l_3 \frac{\nu}{x} \cos \theta I_\nu(x) \right]^2, \quad (2)$$

$$x = \kappa r \sin \theta, \quad \beta^2 = 1 - \left(\frac{k_0}{K} \right)^2.$$

В формуле (2) величины l_2 и l_3 характеризуют поляризацию излучения (подробнее см. [3]), θ — угол между осью z и импульсом фотона, $I_\nu(x)$, $I'_\nu(x)$ — функция Бесселя и ее производная, $\nu = l - l'$ — номер излучаемой гармоники; частота излучения $\omega = c\kappa$ имеет при этом вид

$$\kappa = \frac{K}{\sin^2 \theta} \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{\nu}{l} \left(1 - \frac{\nu}{2l} \right) \beta^2 \sin^2 \theta} \right). \quad (3)$$

Если совершить предельный переход $\hbar \rightarrow 0$, то легко получить, что $\kappa r \rightarrow \nu \beta$, $\kappa/K \rightarrow 0$, и из формулы (2) получается известная [3] формула классической теории для спектрально-углового распределения мощности поляризованного синхротронного излучения. Таким образом, в классическом пределе излучение ротатора и синхротронное излучение обладают одинаковыми свойствами.

Исследование выражения (2) в общем виде затруднительно ввиду сложной зависимости частоты κ от номера гармоники ν . Рассмотрим случай релятивистского ($1 - \beta^2 \ll 1$) ротатора. Известно [3], что в релятивистском приближении функции Бесселя можно аппроксимировать функциями Макдональда. Считая, кроме того, квантовые поправки малыми, т. е. проводя разложение по постоянной Планка \hbar до членов

$\sim \hbar^2$, нетрудно получить из (2) следующее спектральное распределение мощности неполяризованного излучения:

$$dW = \frac{\sqrt{3} W_0 \xi^2}{3\pi} (1 + \xi y + \xi^2 y^2) \left[2K_{2/3}(y) - \int_y^\infty K_{1/3}(x) dx \right] y dy,$$

$$W_0 = \frac{m^2 e^2 c^3}{\hbar^2}, \quad \xi = \frac{3}{2} \frac{\hbar}{mcr} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2, \quad y = \frac{2}{3} \left(\frac{mc^2}{E} \right)^3 v.$$

Интегрируя по спектру, для полной мощности получим

$$W = W^{\text{кл}} \left(1 + \frac{55\sqrt{3}}{72} \xi + \frac{28}{9} \xi^2 \right), \quad W^{\text{кл}} = \frac{8}{27} W_0 \xi^2. \quad (4)$$

Здесь $W^{\text{кл}}$ — известная классическая мощность излучения [3]. Из формулы (4) следует, что квантовые поправки увеличивают полную мощность излучения. В теории синхротронного излучения имеем обратную картину — квантовые поправки уменьшают полную мощность излучения [3]. Таким образом, имеющая место в классической теории аналогия свойств излучения не может быть продолжена в квантовую теорию.

Рассмотрим излучение дираковского ротатора. Волновая функция дираковского ротатора может быть записана в виде

$$\Psi(\vec{r}, t) = \frac{N e^{-icKt + ik_3 z}}{\sqrt{2\pi L}} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_0}{K} \right)} A e^{i(l-1)\varphi} \\ i \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_0}{K} \right)} B e^{i l \varphi} \\ \frac{l}{r} B + k_3 A \\ \frac{l-1}{r} A - k_3 B \\ \frac{1}{\sqrt{2K(K+k_0)}} e^{i(l-1)\varphi} \\ \frac{1}{\sqrt{2K(K+k_0)}} e^{i l \varphi} \end{pmatrix},$$

где A и B — произвольные коэффициенты, определяемые выбором ориентации спина ротатора. Энергия ротатора определяется выражением (1), если произвести там замену $l^2 \rightarrow l(l-1)$, а частота излучения определяется формулой (3) с заменой $l \rightarrow l - \frac{1}{2}$.

Расчет приводит к следующему спектральному распределению излучения неполяризованного ротатора (в приближении малых квантовых поправок и при $1 - \beta^2 \ll 1$):

$$dW = \frac{\sqrt{3} W_0 \xi^2}{12\pi} \left[(8 + 2\xi y + 3\xi^2 y^2) K_{2/3}(y) - (4 + 2\xi y + \xi^2 y^2) \int_y^\infty K_{1/3}(x) dx \right] y dy.$$

Полное излучение имеет вид

$$W = W^{\text{кл}} \left(1 + \frac{5\sqrt{3}}{72} \xi + \frac{13}{9} \xi^2 \right). \quad (5)$$

Из (5) видим, что и в этом случае квантовые поправки увеличивают полную мощность излучения. Сравнение выражений (4) и (5) показывает, что уже в первом порядке по постоянной Планка имеется разница в излучении скалярного и дираковского ротатора. В теории синхротронного излучения такая разница возникла только в членах $\sim \hbar^2$ [3]. Кроме того, из (4) и (5) видно, что излучение скалярного ротатора больше, чем ротатора со спином. В теории синхротронного излучения и здесь картина противоположная — излучение электрона больше, чем излучение бесспиновой частицы [3]. Таким образом, и спиновые эффекты в излучении ротатора отличаются от спиновых эффектов в синхротронном излучении.

Особенно ярко это проявляется в том, что синхронное излучение приводит к преимущественной ориентации спина электрона [4, 5], тогда как при излучении рота-

тора такого явления не возникает [2]. Следовательно, можно сделать общий вывод, что только в классическом приближении излучение ротатора и синхронное излучение обладают одинаковыми свойствами. Квантовые поправки в излучении ротатора и в синхронном излучении носят существенно различный характер, и какие-либо аналогии между квантовой теорией излучения ротатора и синхронным излучением не имеют места. Физическая причина этого, по-видимому, состоит в том, что при излучении ротатора, его радиус не может меняться, меняется лишь его скорость, тогда как существенным моментом при излучении фотона электроном, движущимся в магнитном поле, является уменьшение радиуса электронной орбиты.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить профессора И. М. Тернова за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Srinivasa Rao, Sagoja. Proc. Indian Acad. Sci., A 61, 398, 1965.
2. Павлова О. С., Хапаев А. М. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астроном., № 3, 55, 1967.
3. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
4. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, 153, 1053, 1963.
5. Тернов И. М., Багров В. Г., Рзаев Р. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астроном., № 4, 62, 1964.

Поступила в редакцию
15.10 1968 г.

Кафедра
теоретической физики

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

проф. В. В. Мигулин (председатель редколлегии), проф. В. В. Балашов, проф. В. Л. Бонч-Бруевич, чл.-корр. С. Н. Вернов, проф. Н. Л. Григоров, проф. В. И. Ивернова, проф. В. А. Красильников, чл.-корр. В. А. Магницкий, проф. Д. Я. Мартынов (зам. председателя), проф. Б. И. Спасский, проф. Е. В. Ступоченко, проф. В. С. Фуриков

Адрес редакции:

Москва, Ленинские горы, МГУ; тел. 139-15-12