Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1969

УДК 12.01

Н. Д. БОРИСОВ

ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА S-МАТРИЦЫ К ОПИСАНИЮ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННЫМ ЧИСЛОМ ЧАСТИЦ

В рамках S-матричного подхода рассматриваются связанные состояния и состояния рассеяния в системах с переменным числом частиц. S-матрица ищется в виде разложения по нормальным произведениям операторов. Осуществляется переход от неоднородной системы зацепляющихся уравнений для элементов S-матрицы к однородной, с помощью которой можно находить собственные значения энергии и вероятности различных процессов в исследуемой системе.

Возможность единого описания связанных состояний и состояний рассеяния в многочастичных задачах в случае, когда взаимодействие переносится с помощью потенциала, изучалась многими авторами (например [1, 2, 3]). В квантовой теории поля была показана возможность единого описания взаимодействия в рамках уравнений Бете—Солпитера [4] и уравнения с квазипотенциалом [5, 6]. В указанных подходах можно исследовать процессы, в которых число частиц остается неизменным, что в известной мере ограничивает область применимости полученных результатов.

В данной работе мы учтем возможность протекания процессов, сопровождающихся изменением числа частиц. В связи с этим будем рассматривать не только взаимодействующие частицы, но и кванты, которые переносят взаимодействие, а также могут рождаться в виде реальных частиц.

В теории рассеяния процессы, в которых появляются или исчезают частицы, обычно изучают в рамках S-матричного подхода. В задачах о связанных состояниях, хотя в них и не применим метод адиабатического включения и выключения взаимодействия, также можно использовать S-матричный подход. Случай нерелятивистской частицы во внешнем поле описан в работе [7]. В настоящей статье обобщаются результаты работы [7] на случай систем с переменным числом частиц.

На примерах систем из двух и трех тяжелых бесспиновых частиц, взаимодействующих с помощью обмена легкими частицами, показана возможность перехода от неоднородной системы зацепляющихся уравнений для элементов S-матрицы к однородной системе, которая обладает следующими преимуществами перед неоднородной. Во-первых, ее проще решить, так как она содержит меньшее число уравнений, чем неоднородная, во-вторых, ее можно использовать для нахождения собственных значений энергии системы и соответствующих им собственных функций.

В данной работе рассматриваются системы с переменным, но ограниченным в любой момент времени числом легких частиц, причем тяжелые частицы считаются нерелятивистскими.

Система с двумя тяжелыми частицами

Система из двух тяжелых частиц, взаимодействие между которыми осуществляется с помощью обмена легкими частицами, отличается от подобной системы, изучаемой в теории с потенциалом, так как в первом случае невозможно раздельно описывать связанные состояния и состояния рассеяния. Действительно, ничто не запрещает сталкивающимся тяжелым частицам образовать связанное состояние, испуская легкие частицы.

Будем считать тяжелые частицы различными и описывать их операторами $\psi_1(\vec{x}, t)$, $\psi_2(\vec{y}, t)$, легкие частицы — операторами $\varphi(\vec{x}, t)$. Операторы свободных тяжелых частиц удовлетворяют уравнению Шредингера

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi_i(\vec{x}, t) = \frac{\nabla^2}{M_i}\psi_i(\vec{x}, t) \quad (i = 1, 2)$$

и соотношениям коммутации

$$[\psi_i(\vec{x}, t),\ \bar{\psi}_j(\vec{y}, t)] = \delta_{ij}\delta^3(\vec{x} - \vec{y}).$$

Черта над оператором $\bar{\psi}_j(\vec{y}, t)$ означает комплексное сопряжение. Операторы свободных легких частиц удовлетворяют уравнению Клейна—Гордона $(\Box - m^2)\varphi(\vec{x}, t) = 0$ и соотношениям коммутации $[\varphi(\vec{x}, t), \varphi(\vec{y}, t)] = \delta^3(\vec{x} - \vec{y})$. Гамильтониан взаимодействия выберем в виде

$$H'(E) = g\sum_{k=1}^{2}\int d^3x d^3y \bar{\psi}_k(\vec{x}, t)\psi_k(\vec{x}, t)\varphi(\vec{y}, t)(\vec{x} - \vec{y}) - \sum_{k=1}^{2}\frac{\Delta M_k}{M_{0k}} \times$$

$$\times \int d^3x \psi_k(\bar{x}, t)\frac{\nabla^2}{2M_k}\psi_k(\vec{x}, t), \tag{1}$$

где $F(\vec{x} - \vec{y})$ — трехмерный формфактор, $\frac{\Delta M_k}{M_{0k}}\int dx^3 \bar{\psi}_k(\vec{x}, t)\frac{\nabla^2}{2M_k}(\vec{x}, t)$ — контрчлены, определяющие перенормировку масс тяжелых частиц. Для дальнейшего удобно обозначить через $H(t)$ гамильтониан взаимодействия без контрчленов.

Чтобы включить в рассмотренные процессы, связанные с образованием у уровней «естественной ширины», целесообразно перейти к U-представлению, в котором операторы тяжелых частиц удовлетворяют уравнению Шредингера с некоторым действительным потенциалом $V(\vec{x} - \vec{y})$, легкие частицы — свободному уравнению Клейна—Гордона.

Переход от представления взаимодействия к U-представлению осуществляется с помощью унитарного оператора $U(t)$ по формулам

$$\psi v(\vec{x}, t) = U^+(t)\psi(\vec{x}, t)U(t), \quad |\psi v(t)\rangle = U^+_{(t)}|\psi_{(t)}\rangle \tag{2}$$

$U(t)$ удовлетворяет уравнению

$$i\frac{d}{dt}U(t)=\mathcal{H}(t)U(t),$$

где

$$\mathcal{H}(t)=\int d^3x d^3y\,\bar{\psi}_1(\vec{x},t)\,\bar{\psi}_2(\vec{y},t)\,V(\vec{x}-\vec{y})\,\psi_1(\vec{x},t)\,\psi_2(\vec{y},t). \tag{3}$$

Уравнения для операторов частиц и вектора состояния в U-представлении можно получить, используя (2) и (3). Так как мы будем использовать только U-представление, условимся опускать индекс U у операторов и векторов состояния. Перейдем к построению S-матрицы для конечных времен. Будем искать ее в виде разложения по нормальным произведениям операторов

$$S(t,t_0)=\sum_{ijlm}S^{(ij)}_{(lm)}(t,t_0). \tag{4}$$

Верхние индексы указывают число операторов рождения легких (i), тяжелых (j) частиц, нижние — число операторов уничтожения легких (l), тяжелых (m) частиц.

Суммирование по индексам тяжелых частиц проводится до $j=m=2$. Ограничимся приближением, при котором суммирование по индексам легких частиц проводится до $j=l=2$. Это соответствует пренебрежению процессами, в которых число легких частиц в некоторый момент времени больше двух, что эквивалентно отбрасыванию неприводимых диаграмм выше четвертого порядка по постоянной связи g. Используемое приближение оправдано, если g мало.

Уравнение для S-матрицы в U-представлении

$$i\frac{d}{dt}S(t,t_0)=[H'(t)-\mathcal{H}(t)]\,S(t,t_0) \tag{5}$$

после подстановки (4) распадается на систему зацепляющихся уравнений, каждое из которых содержит члены одинаковой операторной размерности.

Начальное условие для S-матрицы $S(t_0,t_0)=1$ определяет значения $S^{(ij)}_{lm}(t,t_0)$ в момент $t=t_0$: $S^{(00)}_{(00)}(t_0,\ t_0)=1$, для остальных индексов $S^{(ij)}_{(lm)}(t_0,t_0)=0$.

Предположим, что в начальный момент времени t_0 вектор состояния $|\psi(t_0)\rangle$ содержит две тяжелые частицы и ни одной легкой. Введем обозначения:

$$\widetilde{S}^{(02)}_{(02)}(t,t_0)=S^{(02)}_{(02)}(t,t_0)+\sum_{i\neq j=1}^{2}S^{(01)}_{i(01)}(t,t_0)\int d^3\xi\,\bar{\psi}_j(\vec{\xi},t_0)\,\psi_j(\vec{\xi},t_0)+$$

$$+\int d^3\xi d^3\eta\,\bar{\psi}_1(\vec{\xi},t_0)\,\bar{\psi}_2(\vec{\eta},t_0)\,\psi_1(\vec{\xi},t_0)\,\psi_2(\vec{\eta},t_0),$$

$$\widetilde{S}^{(k2)}_{(02)}=S^{(k2)}_{(02)}(t,t_0)+\sum_{i\neq j=1}^{2}S^{(k,1)}_{j(01)}(t,t_0)\int d^3\xi\,\bar{\psi}_j(\vec{\xi},t_0)\,\psi_j(\vec{\xi},t_0), \tag{6}$$

$S^{(k1)}_{j(01)}(t,t_0)$ содержит операторы k легких и одной (i) тяжелой частиц. Эволюция во времени начального вектора состояния $|\psi(t_0)\rangle$ описывается с помощью S-матрицы

$$\widetilde{S}(t,t_0)=\sum_{k=0}^{2}\widetilde{S}^{(k,2)}_{(0,2)}(t,t_0) \tag{7}$$

точно так же, как и с помощью исходной S-матрицы в (4). Поэтому для описания взаимодействия в изучаемой системе можно наравне с (4) использовать S-матрицу (7).

Уравнения для $\tilde{S}^{(0,2)}_{(0,2)}(t, t_0)$, $\tilde{S}^{(12)}_{(0,2)}(t, t_0)$ получим, подставляя (6) в исходную систему уравнений для S-матрицы. Эти уравнения громоздки и здесь не приведены.

Выберем потенциал $V(\vec{x}, \vec{y})$, определяющий U-представление таким образом, чтобы слагаемые, содержащие $\tilde{S}^{(2,2)}_{(02)}(t, t_0)$ в уравнении для $\tilde{S}^{(1,2)}_{(02)}(t, t_0)$, выпали из данного уравнения за счет сокращения со слагаемыми, содержащими $V(\vec{x}, \vec{y})$, ΔM_1, ΔM_2. Это возможно сделать лишь приближенно. Искомым является юкавский потенциал, искаженный за счет введения формфактора и учета поправок на скорость. В результате указанного выбора потенциала получаем замкнутую систему уравнений для $\tilde{S}^{(02)}_{(02)}(t, t_0)$ и $\tilde{S}^{(1,2)}_{(0,2)}(t, t_0)$.

Будем искать $\tilde{S}^{(02)}_{(02)}(t, t_0)$, $\tilde{S}^{(1,2)}_{(0,2)}(t, t_0)$ в виде

$$\tilde{S}^{(02)}_{(02)}(t, t_0) = \int d^3x d^3y d^3\xi d^3\eta \bar{\psi}_1(\vec{x}, t)\bar{\psi}_2(\vec{y}, t)\sigma^{(02)}(x, \vec{y}, t, \vec{\xi}, \vec{\eta}, t_0) \times$$
$$\times \psi_1(\vec{\xi}, t_0)\psi_2(\vec{\eta}, t_0),$$
$$\tilde{S}^{(12)}_{(02)}(t, t_0) = \int d^3x d^3y d^3k d^3\eta \bar{\psi}_1(\vec{x}, t)\bar{\psi}_2(\vec{y}, t)\varphi^{(t)}(k, t) \times$$
$$\sigma^{(1,2)}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{k}, t, \vec{\xi}, \vec{\eta}, t_0)\psi_1(\vec{\xi}, t_0)\psi_2(\vec{\eta}, t_0). \tag{8}$$

Здесь $\sigma^{(02)}(\vec{x}\vec{y}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0)$, $\sigma^{(12)}(\vec{x}\vec{y}\vec{k}t, \vec{\xi}, \vec{\eta}, t_0)$, c-числовые коэффициентны функции. Из выражений (8) ясно, что построение S-матрицы сводится к нахождению ее C-числовых функций.

Умножим левые и правые части уравнений для $\tilde{S}^{(0,2)}_{(0,2)}(t, t_0)$, $\tilde{S}^{(1,2)}_{(0,2)}(t, t_0)$ справа на $\bar{\psi}_1(\vec{\xi}, t_0)\bar{\psi}_2(\vec{\eta}, t_0)$. Вводя обозначения

$$T^{(02)}(t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0) = \tilde{S}^{(02)}_{(02)}(t, t_0)\bar{\psi}_1(\vec{\xi}, t_0)\bar{\psi}_2(\vec{\eta}, t_0)|0\rangle,$$
$$T^{(1,2)}(t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0) = \tilde{S}^{(1,2)}_{(02)}(t, t_0)\bar{\psi}_1(\vec{\xi}, t_0)\bar{\psi}_2(\vec{\eta}, t_0)|0\rangle,$$

получим систему уравнения для $T^{(02)}(t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0)$, $T^{(1,2)}(t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0)$:

$$i\frac{d}{dt}T^{(02)} = \sum_{i=1}^{2} \overline{H^{(-)}_{i(t)}\, T^{(1,2)}} - \overline{\mathcal{H}(t)\, T^{(02)}} - \sum_{i=1}^{2}\frac{\Delta M_i}{M_{0i}} \times$$
$$\times \int d^3\xi \bar{\psi}_1(\bar{\xi}, t)\frac{\nabla}{2M_i}\overline{\psi_1(\xi, t)\, T^{(02)}},$$
$$i\frac{d}{dt}T^{(1,2)} = \sum_{i=1}^{2}\overline{H^{(+)}_i(t)\, T^{(02)}}. \tag{9}$$

Здесь знак ⌐¬ означает свертку оператора уничтожения тяжелой частицы в $H(t)$ или $\mathcal{H}(t)$ с оператором рождения той же частицы в $T^{(02)}$, $T^{(1,2)}$; знак ⌐¬ имеет подобный смысл для легких частиц.

Полученная система уравнений (9) в отличие от исходной является однородной. Это означает, что в уравнениях для $\tilde{S}^{(02)}_{(02)}(t, t_0)$, $\tilde{S}^{(1,2)}_{(02)}(t, t_0)$ связаны лишь $\sigma^{(02)}(\vec{x}\vec{y}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0)$ и $\sigma^{(12)}(\vec{x}\vec{y}\vec{k}, t, \vec{\xi}, \vec{\eta}t_0)$ и не оказывают никакого влияния на части S-матрицы более низкого порядка. Поэтому S-матрицу, удовлетворяющую уравнению (5), можно записать так:

$$S(t, t_0) = \sum_{k=0}^{1} S^{(k2)}_{(02)}(t, t_0) \tag{10}$$

с начальными условиями

$$S^{(02)}_{(02)}(t_0, t_0) = \int d^3\zeta d^3\eta \overline{\psi}_1(\vec{\xi}t_0)\overline{\psi}_2(\vec{\eta}t_0)\psi_1(\vec{\xi}t_0)\psi_2(\vec{\eta}t_0), \quad S^{(12)}_{(02)}(t_0 t_0) = 0.$$

Используя (10), мы приходим к однородной системе уравнений (9). Получение такой системы является обоснованием возможности единого описания связанных состояний и состояний рассеяния однородной системы уравнений. Подобная система обладает тем преимуществом перед неоднородной, что дает возможность непосредственно в S-матричном подходе определять собственные значения энергии и соответствующие им собственные функции.

Для описания процессов рассеяния и связанных состояний целесообразно «расцепить» систему уравнений (9). Интегрируя по времени (9) с учетом начальных условий, подставляя в (10) и умножая затем слева на $\langle 0|\psi_1(\vec{x}, t)\psi_2(\vec{y}, t)$, получим независимое уравнение для $\sigma^{(0,2)}(\vec{x}\vec{y}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0)$, которое представляет собой обычное уравнение с квазипотенциалом:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2 x}{2M_1} + \frac{\nabla^2 y}{2M_2}\right)\sigma^{(02)}(\vec{x}\vec{y}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0) = -i\int_{t_0}^{t} M(\vec{x}\vec{y}t, \vec{x}'\vec{y}'t') \times$$
$$\times\, \sigma^{(02)}(\vec{x}'\vec{y}'t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0)\, d^3x' d^3y' dt' - \left[\frac{\Delta M_1}{M_{10}}\frac{\nabla^2_x}{2M_1} + \frac{\Delta M_2}{2M_{20}}\frac{\nabla^2_y}{2M_2}\right]\sigma^{(02)}(\vec{x}\vec{y}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0).$$

Ядро $M(\vec{x}\vec{y}t, \vec{x}'\vec{y}'t')$ представляет собой следующую совокупность матричных элементов:

$$M(\vec{x}\vec{y}t, \vec{x}'\vec{y}'t') = \sum_{ij=1}^{2}\langle 0|\psi_1(\vec{x}, t)\psi_2(\vec{y}, t)H_i^{(-)}(t)H_j^{(+)}(t)\psi_1(\vec{x}t')\psi_2(\vec{y}', t')|0\rangle.$$

Подобными уравнениями описываются процессы рассеяния и связанные состояния подсистемы из двух тяжелых частиц. Если разложить $\sigma^{(02)}(\vec{x}\vec{y}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0)$ по полной системе собственных функций $\{\varphi_n(\vec{\xi}\vec{\eta})e^{-iE_n t_0}\}$ уравнения Шредингера с потенциалом $V(\vec{x}-\vec{y})$, то для коэффициентов разложения можно ставить задачу на собственные значения и собственные функции. Если связанное состояние не является основным, энергия принимает комплексное значение, ее мнимая часть определяет «естественную ширину линии». Умножая левую и правую части уравнения (9) на $\langle 0|\psi_1(\vec{x}, t)\psi_2(\bar{y}, t)\varphi^{(-)}(\vec{k}, t)$, получим

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2 x}{2M_1} + \frac{\nabla^2 y}{2M_2}\right) - \sqrt{k^2 + m^2}\,\sigma^{(1,2)}(\vec{x}\vec{y}\vec{k}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0) =$$
$$= (e^{i\vec{k}\vec{x}} + e^{i\vec{k}\vec{y}})\,\sigma^{(02)}(\vec{x}\vec{y}t, \vec{\zeta}\vec{\eta}t_0). \tag{11}$$

Подставляя в (11) разложение

$$\sigma^{(1,2)}(\vec{x}\vec{y}\vec{k}t, \vec{\xi}\vec{\eta}t_0) = \sum_{E\varepsilon} C_{E\varepsilon k}(t)\, e^{i\vec{k}\frac{(\vec{x}+\vec{y})}{2}} \times$$

$$\times\, \Phi_\varepsilon(\vec{x}-\vec{y})\, \bar{\Phi}_E(\vec{\xi}-\vec{\eta})\, e^{-i(\varepsilon+\sqrt{k^2+m^2}+k/\mu)t+iEt_0}$$

$\left(\text{здесь } \mu = \frac{M_1 M_2}{M_1+M_2}\right)$, найдем $C_{E\varepsilon k}(t)$ — амплитуду вероятности испускания легкой частицы.

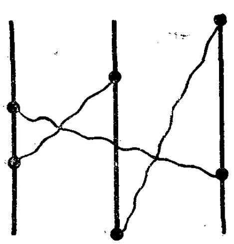
Можно убедиться путем разложения C-числовой коэффициентной функции произвольного вектора состояния системы по набору $\{\varphi_n(\vec{x}-\vec{y})\, e^{-iE_n t}\}$, что в рассмотренной модели нормировка вектора состояния сохраняется во времени. Унитарность же точной S-матрицы есть результат эрмитовости гамильтониана взаимодействия в уравнении (5).

Система с тремя тяжелыми частицами

Рассматриваемая нами система из трех тяжелых частиц отличается от соответствующей системы, изучаемой в теории с потенциалом, наличием большого числа каналов реакции, возникающих за счет возможности испускания легких частиц.

Для упрощения будем работать в представлении взаимодействия. Хотя используемое приближение не дает возможности получить ширину уровней связанных состояний, рождение легких частиц при столкновении тяжелых может быть описано в предлагаемом подходе.

Гамильтониан взаимодействия и разложение S-матрицы по нормальным произведениям операторов имеют тот же вид, что и в предыдущей части. Только суммирование по индексам тяжелых частиц проводится от 0 до 3, по индексам легких частиц — от 0 до некоторого конечного N.



Предположим, что в начальный момент времени t_0 есть три тяжелые частицы и нет легких. Подобно тому, как было сделано в предыдущей части, введем новую S-матрицу:

$$\tilde{S}(t, t_0) = \sum_{k=0}^{N} \tilde{S}^{(k3)}_{(03)}(t, t_0), \qquad (12)$$

которая описывает эволюцию начального вектора состояния так же, как исходная S-матрица. Части S-матрицы (12) имеют следующую структуру:

$$\tilde{S}^{(03)}_{(03)}(t, t_0) = S^{(03)}_{(03)}(t, t_0) - \sum_{i\neq j}^{3} S^{(01)}_{i(01)}(t, t_0)\, Q_{jk}(t_0) -$$

$$- \sum_{\substack{i\neq j\neq k=1\\ i>j}}^{3} S^{(02)}_{ij(02)}(t, t_0)\, P_k(t_0) - I(t_0), \quad \tilde{S}^{(l3)}_{(03)}(t, t_0) = S^{(k3)}_{(03)}(t, t_0) -$$

$$- \sum_{\substack{i\neq j\neq k=1\\ j<k}}^{3} S^{(11)}_{(01)}(t, t_0)\, Q_{jk}(t, t_0) + \sum_{i\neq j\neq k=1}^{3} S^{(l2)}_{ij(02)}(t, t_0)\, P_k(t_0).$$

Здесь введены обозначения:

$$Q_{ij}(t_0) = \int d^3x d^3y \bar{\psi}_i(\vec{x}, t_0)\psi_i(\vec{x}, t_0)\psi_j(\vec{y}, t_0)\psi_j(\vec{y}, t_0),$$

$$P_i(t_0) = \int d^3x \bar{\psi}_i(\vec{x}, t_0)\psi_i(\vec{x}, t_0),$$

$$I(t_0) = \int d_x^3 d_y^3 d_z^3 \bar{\psi}_1(\vec{x}, t_0)\bar{\psi}_2(\vec{y}, t_0)\bar{\psi}_3(\vec{z}, t_0)\psi_1(\vec{x}, t_0)\psi_2(\vec{y}, t_0)\psi_3(\vec{z}, t_0).$$

Основным результатом перехода к S-матрице (12) является простая однородная система уравнений для ее C-числовых коэффициентных функций. Последовательно интегрируя по времени, с учетом начальных условий уравнения для $\tilde{S}_{(03)}^{(l3)}(t, t_0)$ начиная с $\tilde{S}_{(03)}^{(N3)}(t, t_0)$ и подставляя в уравнения для $S_{(0,3)}^{(l-1,3)}(t, t_0)$, получим независимое уравнение с квазипотенциалом для $\sigma^{(03)}(\vec{x}\vec{y}\vec{z}t, \vec{\xi}\vec{\eta}\vec{\zeta}t_0)$ в случае любого ограниченного числа N легких частиц. Ядру уравнения для $\sigma^{(03)}(\vec{x}\vec{y}\vec{z}t, \vec{\xi}\vec{\eta}\vec{\zeta}t_0)$ соответствует совокупность неприводимых диаграмм без внешних линий легких частиц до порядка g^{2N}. Начиная с шестого порядка появляются ядра, дающие вклад в трехчастичные силы, например ядро, указанное на рисунке.

Таким образом, используя аппарат S-матрицы, нам удалось дать единое описание взаимодействия в системах с переменным числом частиц. Основой для подобного описания послужила однородная система уравнений типа (9). Рассмотрение, как мы видели, можно провести в случае любого ограниченного числа N легких частиц.

Приношу глубокую благодарность В. И. Григорьеву за постоянное внимание к работе и ряд ценных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ekstein H. Phys. Rev., **101**, 880, 1956.
2. Фаддеев Л. Д. ЖЭТФ, **39**, 1459, 1960.
3. Veinberg S. Phys. Rev., **133**, 13232, 1964.
4. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, гл. 17, § 6. М., ИЛ, 1963.
5. Филиппов А. Г. В сб.: «Лекции школы по теоретической физике», т. 2. Дубна, 1964.
6. Фаустов Р. Н. В сб.: «Лекции школы по теоретической физике», т. 2. Дубна, 1964.
7. Алексеев В. В., Григорьев В. И. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 1, 42, 1965.

Поступила в редакцию
27.7 1968 г.

Кафедра
квантовой теории