ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1969

В. Г. БАГРОВ, Ю. И. КЛИМЕНКО

ЛИНЕЙНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРОИЗВОЛЬНО ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА

В работе методами классической теории рассматривается линейная поляризация излучения, возникающего при движении заряженной частицы по произвольной траектории. Плоскость поляризации выбрана произвольно. Проанализированы некоторые частные случаи выбора поляризации и показано, что в мгновенном излучении при любой скорости частицы только малая часть излучения приходится на компонент, в котором электрический вектор поля излучения ортогонален ускорению. Рассмотрена средняя по времени поляризация излучения заряда, движущегося в слабой электромагнитной волне.

В работе методами классической теории исследуется линейная поляризация излучения, возникающего при движении заряженной частицы в произвольных внешних электромагнитных полях.

Поляризационные свойства электромагнитного излучения, возникающего при движении заряженных частиц, представляют несомненный физический интерес. Так теоретически [1] и экспериментально [2] исследовалась поляризация синхротронного излучения, излучения электрона, движущегося в электромагнитной волне [3], космического радиоизлучения [4] и т. д. Однако во всех работах либо исследовались специальные случаи поляризации излучения (фиксировалась одна из плоскостей поляризации [1, 3, 5]), либо рассматривались конкретные виды движения частиц. (Например, в [6] рассматривалась поляризация синхротронного излучения при произвольной ориентации плоскостей поляризации.)

В настоящей работе методами классической теории рассмотрена линейная поляризация электромагнитного излучения, возникающего при движении заряженной частицы по произвольной траектории и при произвольной ориентации плоскости поляризации.

Рассмотрим частицу, имеющую заряд e и движущуюся по некоторой траектории (можно считать, что движение происходит под влиянием электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей). Тогда поле излучения такой частицы в волновой зоне определяется известным выражением (см. [7] стр. 254)

$$\vec{E}^{(i)} = \frac{e}{c^2 R} \frac{[\vec{n}[(\vec{n} - \vec{\beta})\vec{\omega}]]}{[1 - (\vec{n}\vec{\beta})]^3}, \quad \vec{H}^{(i)} = [\vec{n}\vec{E}^{(i)}], \tag{1}$$

где $\vec{R}$ — вектор, идущий из точки, где находится частица, в точку наблюдения, $\vec{n}=\vec{R}/R$, $\vec{\beta}=\frac{\vec{v}}{c}$, где $\vec{v}$ — скорость частицы, $\vec{\omega}$ — ее ускорение. Все величины в правых частях (1) берутся в момент времени $t'=t-\frac{R(t')}{c}$ (в момент излучения). Излучение энергии в единицу времени в элемент телесного угла $d\Omega$ определяется выражением (см. [7])

$$dW=\frac{c}{4\pi}E^{(i)2}R^2[1-(\vec{\beta}\vec{n})]\,d\Omega.$$

Для рассмотрения линейной поляризации излучения воспользуемся методом работы [1], а именно разложим электрический вектор поля излучения на два компонента

$$\vec{E}^{(i)}=E_2\vec{\beta}_2+E_3\vec{\beta}_3,\quad \vec{\beta}_2=\frac{[\vec{n}\vec{j}]}{\sqrt{1-(\vec{n}\vec{j})^2}},\quad \vec{\beta}_3=\frac{\vec{n}(\vec{n}\vec{j})-\vec{j}}{\sqrt{1-(\vec{n}\vec{j})^2}}.$$

Здесь $\vec{\beta}_2$ и $\vec{\beta}_3$ — единичные взаимно ортогональные орты линейной поляризации, зависящие от одного произвольно ориентированного единичного вектора $\vec{j}$, который будем называть вектором поляризации. При этом компонент E_2 характеризует проекцию $\vec{E}^{(i)}$ на плоскость, ортогональную вектору $\vec{j}$. Осуществив такое разложение, для мощности излучения получим выражение

$$S_2=([\vec{j}\vec{n}]\{\vec{\omega}[1-(\vec{n}\vec{\beta})]-\vec{\beta}(\vec{n}\vec{\omega})\}),$$

$$dW=\frac{e^2}{4\pi c^3}\frac{(S_2^2+S_3^2)\,d\Omega}{[1-(\vec{n}\vec{j})^2][1-(\vec{n}\vec{\beta})]^5},\quad S_3=([\vec{j}\vec{n}][\vec{\omega}(\vec{n}-\vec{\beta})]),\tag{2}$$

которое описывает линейную поляризацию излучения при произвольном движении заряда и произвольной ориентации вектора $\vec{j}$.

Однако формула (2) не определяет поляризацию глобального излучения. Чтобы найти глобальное излучение, в (2) нужно провести интегрирование по телесному углу.

Вычисление интегралов по углам хотя и может быть проведено в конечном виде, но промежуточные выкладки очень громоздки и нет смысла их приводить. В результате такого интегрирования получим следующие окончательные выражения:

$$W_2=\frac{1+p}{2}W,\quad W_3=\frac{1-p}{2}W,\quad W=W_2+W_3=\frac{2e^2}{3c^3}\cdot\frac{\omega^2(1-\beta^2)+(\vec{\omega}\vec{\beta})^2}{(1-\beta^2)^3},$$

$$p=\frac{W_2-W_3}{W_2+W_3}=\frac{1-\beta^2}{4[\omega^2(1-\beta^2)+(\vec{\omega}\vec{\beta})^2]}\Big\{3\omega^2+\frac{1}{q}[8(\vec{\omega}\vec{j})(\vec{\beta}\vec{j})(\vec{\omega}\vec{\beta})-$$

$$-2(\vec{\omega}\vec{\beta})^2-(1+5\beta^2)(\vec{\omega}\vec{j})^2-(1-\beta^2)\omega^2]+\frac{1-\beta^2}{q^2}[4(\vec{\omega}\vec{j})(\vec{\beta}\vec{j})(\vec{\omega}\vec{\beta})-$$

$$-(1+3\beta^2)(\vec{\omega}\vec{j})^2]-\frac{4(1-\beta^2)^2}{q^3}(\vec{\omega}\vec{j})^2\Big\},\quad q=1-(\vec{\beta}\vec{j})^2.\tag{3}$$

Здесь W — известная полная мощность излучения (см. [7]), не зависящая, естественно, от вектора $\vec{j}$. Величина p — степень линейной поляризации излучения существенно зависит от $\vec{j}$. Таким образом, формулы (3) полностью описывают линейную поляризацию полного излучения.

Очевидно, последним этапом должно служить усреднение по времени излучения. Однако в общем виде этого сделать невозможно, поскольку нужно знать конкретную зависимость $\vec{\beta}$ и $\vec{\omega}$ от времени. Отметим лишь, что усреднение по времени нужно проводить непосредственно для W_2 и W_3 и затем строить среднюю степень поляризации:

$$\bar{p} = \frac{\overline{W}_2 - \overline{W}_3}{\overline{W}_2 + \overline{W}_3}.$$

Проанализируем некоторые частные случаи. Очевидно, экстремальные значения степени поляризации соответствуют физически выделенным направлениям вектора $\vec{j}$. Рассматривая мгновенное излучение (t' фиксировано), можно утверждать, что такими выделенными направлениями будут направления $\vec{\beta}$, $\vec{\omega}$ и $[\vec{\beta}\vec{\omega}]$. Для этих случаев легко получить из (3):

$$1)\ \vec{j} = \vec{\beta}/\beta,\quad p_1 = \frac{1}{2}\left[1 - 3\frac{s}{1-\beta^2+\beta^2 s}\right],$$

$$2)\ \vec{j} = \frac{[\vec{\omega}\vec{\beta}]}{|[\vec{\omega}\vec{\beta}]|},\quad p_2 = \frac{1-\beta^2}{4}\left[\frac{4-\beta^2}{1-\beta^2+\beta^2 s} - 2\right],\qquad s = \frac{(\vec{\omega}\vec{\beta})^2}{\omega^2\beta^2},$$

$$3)\ \vec{j} = \frac{\vec{\omega}}{\omega},\quad p_3 = -\frac{(1-\beta^2)\left[3(1-\beta^2 s)^3 - 3(1-\beta^2)^2(1-\beta^2 s) + 4(1-\beta^2)^2\right]}{4(1-\beta^2 s)^3(1-\beta^2+\beta^2 s)}.$$

В этих случаях степень поляризации зависит от скорости частицы и угла между скоростью и ускорением. Во всех случаях p монотонная функция $s\,(0 \leqslant s \leqslant 1)$ и лежит в пределах

$$\frac{1}{2} \geqslant p_1 \geqslant -1,\quad \frac{2+\beta^2}{4} \geqslant p_2 \geqslant \frac{(1-\beta^2)(2-\beta^2)}{4},\quad -\frac{3+(1-\beta^2)^2}{4} \geqslant p_3 \geqslant -1. \tag{4}$$

Отметим, что при $s=0$ ($\vec{\omega}\perp\vec{\beta}$, движение в чисто магнитном внешнем поле) в случае (2) получаем степень поляризации синхротронного излучения, а в случае (1) степень поляризации, рассмотренную в [5]. При прямолинейном движении $s=1$ ($\vec{\omega}\parallel\vec{\beta}$, такое движение реализуется в однородном электрическом поле) излучение в случае (1) и (3) полностью поляризовано (см. [5]), причем излучается компонент W_3 (выбор $\vec{j}$ в виде 2) теряет при $(\vec{\omega}\cdot\vec{\beta})=0$ смысл). Из (4) видно, что наибольшая поляризация мгновенного излучения достигается при любых скоростях в случае (3), причем преимущественно излучается компонент W_3. Таким образом, тот компонент, в котором электрический вектор поля излучения лежит в плоскости, ортогональной ускорению, вносит в излучение малый вклад ($W_2 < W_3$). Отметим, наконец, что в случае нерелятивистского движения выражение (3) для p существенно упрощается:

$$p(\vec{\beta} \ll 1) \approx \frac{1}{2}\left[1 - 3\frac{(\vec{\omega}\vec{j})^2}{\omega^2}\right]$$

и в этом случае при $\vec{j} = \frac{\vec{\omega}}{\omega}$ $p = -1$, т. е. компонент, в котором электрический вектор поля излучения целиком лежит в плоскости, ортогональной ускорению, вообще не излучается.

Для иллюстрации того, как влияет на степень линейной поляризации усреднение по времени, рассмотрим среднюю поляризацию излучения заряда, движущегося в плоской монохроматической электромагнитной волне. Общее выражение для $\bar{p}$ в этом случае не было известно. Будем рассматривать слабую волну (т. е. такую, для которой $\frac{eE_0}{mc\omega} \ll 1$, где E_0^2 — средний квадрат амплитуды, ω — частота волны; о смысле этого условия см., например, [3]) и выберем такую лоренцеву систему координат, где электрон в среднем покоится (как показано в [7], это всегда можно сделать). Если электрическое поле такой волны выбрать в виде

$$\vec{E} = \sqrt{2}\, E_0 (\vec{l}_1 \cos\psi \cos\omega\xi + \vec{l}_2 \sin\psi \sin\omega\xi), \quad \xi = t - \frac{z}{c},$$

где ψ характеризует поляризацию волны, $\vec{l}_1$, $\vec{l}_2$ — ортонормированный репер в плоскости xy, то средняя степень поляризации

$$\bar{p} = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{3}{2}\sin^2\theta\,(1 + \cos 2\varphi \cos 2\psi)\right],$$

где θ, φ — полярный и азимутальный углы вектора $\vec{j}$. При $\theta = 0$ ($\vec{j}$ направлен по оси z) получаем результат работы [3], а при $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \psi = 0$ ($\vec{j}$ направлен по $\vec{E}$, т. е. практически по ускорению), как и следовало ожидать, $\bar{p} = -1$ и излучение полностью поляризовано.

Таким образом, полученные результаты полностью решают вопрос о линейной поляризации мгновенного излучения при произвольном выборе вектора поляризации, а при известном законе движения позволяют в принципе определить и среднюю поляризацию.

Авторы благодарят проф. И. М. Тернова за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. А., Тернов И. М. ЖЭТФ, 31, 473, 1956.
2. Королев Ф. А., Марков В. С., Акимов Е. М., Куликов О. Ф. ДАН СССР, 110, 542, 1956.
3. Тернов И. М., Багров В. Г., Хапаев А. М., Клоповский К. С. «Изв. вузов», физика, 8, 77, 1967.
4. Гинзбург В. Л., Сыроватский С. И. Происхождение космических лучей. М., Изд-во АН СССР, 1963.
5. Багров В. Г., Маркин Ю. А. «Изв. вузов», физика, 5, 37, 1967.
6. Багров В. Г. «Изв. вузов», физика, 8, 135, 1967.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
10.9 1968 г.

Кафедра
теоретической физики