

М. ХАЩАН

К ТЕОРИИ МНОГОСЛОЙНОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА (РЕЗОНАТОРА)

С учетом многолучевой интерференции выведена рекуррентная формула для двухслойного резонатора. С помощью рекуррентной формулы вычислены максимумы и минимумы резонансного контура. Найдено, что максимумы каждого слоя не подавляются, когда они совпадают с минимумами другого слоя.

Многослойный интерферометр представляет большой интерес благодаря ряду ценных свойств. Он широко применяется в спектроскопии [1, 2] и квантовой радиофизике [3—12]. В последнем случае интерферометр применяется для увеличения добротности открытого резонатора и подавления как аксиальных, так и угловых порядков (мод). Многослойный интерферометр находит применение также в качестве интерференционных зеркал и светофильтров [13, 14]. Обычный интерферометр (резонатор) Фабри—Перо с плоскопараллельными подложками его зеркал представляет собой трехслойный интерферометр. Применением интерферометра Фабри—Перо с плоскопараллельными подложками устраняются потери 8% выходной мощности, которые возникают за счет френелевского отражения от наружных поверхностей клиновидных подложек, причем получают также дополнительные преимущества за счет интерференции равного наклона внутри плоскопараллельных подложек.

В теории многослойного интерферометра исходят из предположений, которые приводят к рекуррентной формуле для распределения интенсивности.

С самого начала следует отметить, что интерференционная полоса есть не что иное, как резонансный контур и добротность равна разрешающей силе. Короче говоря, многослойный интерферометр — это тот же резонатор. Поэтому все полученные выводы относятся как к дисперсионным, так и к резонансным характеристикам.

Рекуррентная формула

В теории открытого резонатора получают одинаковые результаты, независимо от того, выводится ли теория многослойного интерферометра с учетом пограничных условий [15] или при помощи методов многолучевой интерференции [16]. Ниже приводятся результаты примене-

ния обоих этих методов для трехслойного резонатора, который состоит из четырех плоскопараллельных зеркал. Трехслойный интерферометр рассматривается в виде однослойного интерферометра, путем замены переднего и заднего слоя (рис. 1, при $\alpha=0$) эквивалентными интерференционными зеркалами. Затем вычисляется добротность среднего слоя (коэффициента преломления n_{23} на рис. 1) в зависимости от значений коэффициентов отражения и пропускания интерференционных зеркал, у которых коэффициенты преломления n_{12} и n_{34} . Из результатов упомянутых выше работ следует, что добротность среднего слоя имеет максимальное значение в случаях, соответствующих минимумам пропускания

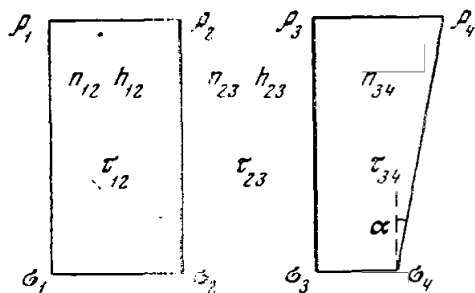


Рис. 1

переднего и заднего слоев, и минимальное значение (в том числе и нуль) — в случаях, соответствующих максимумам пропускания. В данной же работе будет показано, что дискриминация мод возникает в зависимости от резонансных соотношений в слоях.

Анализ рекуррентной формулы проведен для двухслойного интерферометра, так как этот случай менее трудоемок, по сравнению с более сложным интерферометром. Двухслойный интерферометр может выполняться на практике, и, следовательно, имеется возможность сравнить теорию с экспериментом. Кроме того, в случае двухслойного интерферометра достаточно хорошо проявляются недостатки рекуррентной формулы.

В качестве двухслойного интерферометра можно применить интерферометр Фабри—Перо, у которого одна подложка плоскопараллельная, а другая клиновидная. У такого интерферометра три зеркала устанавливаются на параллельность так, что угол между ними во много раз меньше половины угла дифракции на апертуре интерферометра, а четвертое зеркало стоит наклонно так, что угол наклона α во много раз больше угла дифракции на апертуре (см. рис. 1). Следовательно, в дальнейшем будем иметь дело с интерференцией равного наклона [18] только внутри двух смежных слоев (см. рис. 1). При таких условиях световое колебание S , пропускаемое данным интерферометром, вычисляется при помощи рекуррентной формулы [16, 17]

В качестве двухслойного интерферометра можно применить интерферометр Фабри—Перо, у которого одна подложка плоскопараллельная, а другая клиновидная. У такого интерферометра три зеркала устанавливаются на параллельность так, что угол между ними во много раз меньше половины угла дифракции на апертуре интерферометра, а четвертое зеркало стоит наклонно так, что угол наклона α во много раз больше угла дифракции на апертуре (см. рис. 1). Следовательно, в дальнейшем будем иметь дело с интерференцией равного наклона [18] только внутри двух смежных слоев (см. рис. 1). При таких условиях световое колебание S , пропускаемое данным интерферометром, вычисляется при помощи рекуррентной формулы [16, 17]

$$S = \frac{T_{12}\tau_{23}\sigma_3\tau_{34}\sigma_4}{1 - \tau_{23}^2 R_{12}\sigma_3 e^{-i\Phi_{23}}} e^{i\Phi}, \quad (1)$$

где амплитудный коэффициент пропускания интерференционного зеркала n_{12} дается формулой

$$T_{12} = \frac{\sigma_1\sigma_2\tau_{12}}{1 - \tau_{12}^2\rho_1'\rho_2 e^{-i\Phi_{12}}} \quad (2)$$

и его амплитудный коэффициент отражения равен

$$R_{12} = \rho_2' + \frac{\sigma_2\sigma_2'\rho_1'}{1 - \tau_{12}^2\rho_1'\rho_2 e^{-i\Phi_{12}}} e^{-i(\Phi_{12} + \gamma_2 + \gamma_2' - \delta_2 - \delta_2')} \quad (3)$$

а разности фаз в каждом слое равны:

$$\Phi_{12} = 2n_{12}kh_{12} + \delta_1' + \delta_2, \quad (4)$$

$$\Phi_{23} = 2n_{23}kh_{23} + \delta_2' + \delta_3. \quad (5)$$

В формулах (1) — (5) следующие обозначения: $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{34}$ — амплитудные коэффициенты пропускания слоев, n_{12}, n_{23}, n_{34} — их показатели преломления и h_{12}, h_{23} — их толщины, $\rho_j \exp(-i\delta_j), \rho'_j \exp(-i\delta_j)$ — комплексные коэффициенты отражения поверхности раздела слоя номера j во встречных направлениях, $\sigma_j \exp(-i\gamma_j), \sigma'_j \exp(-i\gamma'_j)$ — ее комплексные коэффициенты пропускания во встречных направлениях, k — волновое число и Φ — фаза падающей на интерферометр волны в тот момент, когда наблюдение ведется в пространстве за зеркалом p_4 . Формулы (1) — (5) выведены для случаев аксиальных мод. Для непоглощающей поверхности раздела запишем следующие соотношения:

$$\sigma_j = \sigma'_j, \rho_j = \rho'_j, \sigma_j^2 + \rho_j^2 = 1, \delta'_j + \delta_j - \gamma'_j - \gamma_j = \pi. \quad (6)$$

Учитывая условия (6), можно вычислить резонансный контур двухслойного резонатора, исходя из (1). Распределение мощности I по резонансному контуру дается функцией

$$I = (\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{34})^2 \{ (1 - 2r_{12} \cos \Phi_{12} + r_{12}^2) + \\ + r_3^2 (\rho_2^2 - 2r_1 \rho_2 \cos \Phi_{12} + r_1^2) - 2r_3 [(\rho_2 + r_1 r_{12} - \\ - 2\rho_2 r_{12} \cos \Phi_{12}) \cos \Phi_{23} - (r_1 - \rho_2 r_{12}) \cos(\Phi_{12} + \Phi_{23})] \}^{-1}, \quad (7)$$

где

$$r_{12} = \tau_{12}^2 \rho_1 \rho_2, \quad r_3 = \tau_{23}^2 \rho_3, \quad r_1 = \tau_{12}^2 \rho_1, \quad (8)$$

которые могут называться кажущимися коэффициентами отражения.

Отвлекаясь от вычисления ширины резонансного контура (7), ограничимся лишь вычислением его максимумов и минимумов в зависимости от максимумов и минимумов пропускания каждого составляющего слоя. Максимумы слоев сложного интерферометра получаются подстановкой:

$$\Phi_{12} = 2p_{12}\pi, \quad \Phi_{23} = 2p_{23}\pi \quad (9)$$

и минимумы — подстановкой:

$$\Phi_{12} = 2 \left(p_{12} + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad \Phi_{23} = 2 \left(p_{23} + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad (10)$$

где порядковые числа p_{12} и p_{23} имеют целые значения.

Максимумы резонансного контура

Интенсивность света, соответствующая максимумам слоя Φ_{23} , равна

$$I_{p_{23}} = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{34})^2}{[(1 - \rho_2 r_3) - (r_{12} - r_1 r_3)]^2 + 4(1 - \rho_2 r_3)(r_{12} - r_1 r_3) \sin^2 \Phi_{12}/2}. \quad (11)$$

В зависимости от значения Φ_{12} функция (11) имеет все значения в пределе между следующими двумя значениями:

$$I_{p_{23}, p_{12}} = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{34})^2}{[(1 - \rho_2 r_3) - (r_{12} - r_1 r_3)]^2}, \quad (12)$$

$$I_{p_{23}, p_{12} + \frac{1}{2}} = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{34})^2}{[(1 - \rho_2 r_3) + (r_{12} - r_1 r_3)]^2}. \quad (13)$$

Отношение интенсивностей (12) и (13) равно

$$K_{p_{23}} = \left[\frac{1 - \rho_2 r_3 + (r_{12} - r_1 r_3)}{1 - \rho_2 r_3 - (r_{12} - r_1 r_3)} \right]^2. \quad (14)$$

Величина (14) является мерой искажения максимумов слоя Φ_{23} , которое обуславливается тем, что наблюдение ведется в максимуме Φ_{12} или в минимуме Φ_{12} . Согласно (14) $K_{p_{23}} > 1$ только тогда, когда $r_{12} - r_1 r_3 \neq 0$. На практике с интерферометром Фабри—Перо ρ_2 и ρ_3 почти одинаковые, $\tau_{23} = 1$ (воздух), а $\rho_1 = 0,2$ (френелевское отражение от границы раздела воздух—стекло). При этих условиях величина $(r_{12} - r_1 r_3)$ незначительна и, следовательно, максимумы слоя Φ_{23} остаются практически постоянными независимо от максимумов или минимумов слоя Φ_{12} .

Переходим к рассмотрению связи минимумов слоя Φ_{23} и максимумов и минимумов слоя Φ_{12} .

Минимумы резонансного контура

Интенсивность света, соответствующая минимумам слоя Φ_{23} , равна

$$I_{p_{23} + \frac{1}{2}} = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{34})^2}{[(1 + \rho_2 r_3) - (r_{12} + r_1 r_3)]^2 + 4(1 + \rho_2 r_3)(r_{12} + r_1 r_3) \sin \Phi_{12}/2}. \quad (15)$$

Минимумы слоя Φ_{23} могут принимать все значения, зависящие от Φ_{12} , в пределах двух значений

$$I_{p_{23}, p_{12} + \frac{1}{2}} = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{34})^2}{[(1 + \rho_2 r_3) - (r_{12} + r_1 r_3)]^2} \quad (16)$$

и

$$I_{p_{23}, p_{12} + \frac{1}{2}} = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \tau_{12} \tau_{23} \tau_{34})^2}{[(1 + \rho_2 r_3) - (r_{12} + r_1 r_3)]^2}. \quad (17)$$

Отношение максимумов слоя Φ_{23} к его минимумам равно

$$K_{23} = \frac{I_{p_{23}}}{I_{p_{23} + \frac{1}{2}}} = \left[\frac{1 + \rho_2 r_3 \pm (r_{12} + r_1 r_3)}{1 - \rho_2 r_3 \pm (r_{12} - r_1 r_3)} \right]^2. \quad (18)$$

Многослойный интерферометр может исследоваться экспериментально с помощью интерферометра Фабри—Перо с плоскопараллельными подложками зеркал, при этом $\rho_2 \approx \rho_3$, $\tau_{23} = 1$ (воздух), $\tau_{12} < 1$ (стекло). Тогда (18) сводится к выражению

$$K_{23} = \left[\frac{1 + \rho_2^2 \pm 2\tau_{12}\rho_1\rho_2}{1 - \rho_2^2} \right]^2. \quad (19)$$

В (19) знак плюс в числителе соответствует минимумам слоя Φ_{12} , а знак минус — его максимумам. При этом из (19) следует, что по мере увеличения отражения ρ_1 , отношение максимума слоя Φ_{23} к его минимуму уменьшается, когда наблюдается максимум слоя Φ_{12} , и увеличивается — где имеет место минимум слоя Φ_{12} . Это схематически представлено на рис. 2, где жирными линиями показаны максимумы и минимум двухслойного интерферометра при $\rho_1 = 0$. Это на практике выполняется с помощью интерферометра Фабри—Перо с клиновидными подложками, интерферограмма которого имеет контрастность, равную $(1 + \rho_2^2) / (1 - \rho_2^2)$ (если подставить $\rho = 0$ в (19)).

На рис. 2 пунктирными кривыми представлено искажение, которому подвергается минимум слоя Φ_{23} в зависимости от минимумов и максимумов слоя Φ_{12} . Согласно (19) и рис. 2 максимумы слоя Φ_{12} наблюдаются независимо от их совпадения с минимумами слоя Φ_{23} . Это больше всего очевидно в случае, когда $\rho_1 = \rho_2$ (или вернее $\tau_{12}\rho_1\rho_2 = \rho_2^2$), т. е. когда максимум слоя Φ_{12} равняется максимуму слоя Φ_{23} ($K_{23} = 1$ при $\tau_{12}\rho_1\rho_2 = \rho_2^2$), хотя первый совпадает с минимумом последнего слоя. Это значит, что дискриминации не происходит. Тем не менее многослойный

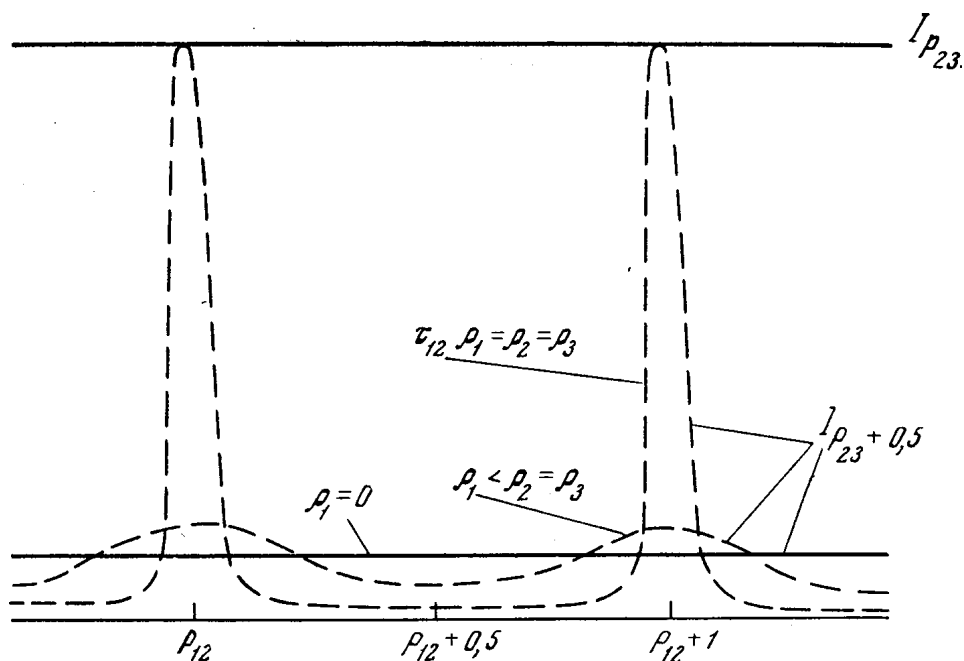


Рис. 2

интерферометр широко и успешно применяется для дискриминации нежелательных мод [3—12].

В данной работе подробно анализирован резонансный контур двухслойного интерферометра, который вычислялся при помощи рекуррентной формулы. При выводе рекуррентной формулы двухслойный интерферометр заменяется эквивалентным однослойным интерферометром, у которого одним из обоих его зеркал служит толстое интерференционное стекло. Коэффициент отражения такого интерференционного зеркала быстро изменяется в зависимости от угла наблюдения: уменьшается под углами, где наблюдаются максимумы пропускания и увеличивается под другими углами. С уменьшением коэффициента отражения интерференционного зеркала минимальная интенсивность двухслойного интерферометра увеличивается в то время, когда его максимум остается практически постоянным.

Автор благодарит проф. Ф. А. Королева за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Королев Ф. А. Спектроскопия высокой разрешающей силы. М., Гостехиздат, 1953.
2. Толанский С. Спектроскопия высокой разрешающей силы. М., ИЛ, 1955.
3. Kogelnik H., Patel S. Proc. IRE, 50, 2365, 1962.
4. Kollins S., White G. Appl. Opt., 2, No. 4, 448, 1963.
5. Manger H., Rothe H. Phys. Lett., 7, No. 5, 330, 1963.
6. Birnbaum M., Skooger T. J. Appl. Phys., 34, No. 11, 3414, 1963.

7. Roess D. Труды ИРИ, 52, № 2, 206, 1964.
8. Pratesi, Toraldo Di Francia, Ronchi. Nuovo Cim., 34, No. 1, 40, 1964.
9. Singh, Smith, Di Domenico. Труды ИРИ, 53, № 5, 586, 1965.
10. Королев Ф. А., Мамедзаде С. М. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 5, 91, 1965.
11. Мамедзаде С. М. «Оптика и спектроскопия», 20, вып. 1, 178, 1966.
12. Малышев В. И., Маркин А. С. ЖЭТФ, 50, № 2, 339, 1966.
13. Heavens O. S. Optical Properties of thin Solid Film. London, 1955.
14. Розенберг Г. В. Оптика тонкослойных покрытий. М., 1958.
15. Kleinman D., Kisliuk P. Bell Syst. Tech. J., 41, No. 2, 453, 1962.
16. Bouwhuis G., Philips Res. Repts., 19, No. 5, 422, 1964.
17. Власов А. Г. Просветление оптики, под ред. И. В. Гребенщикова. М., Гостехиздат, 1946.
18. Хашан М. «Изв. вузов», № 5 (60), 89, 1967.

Поступила в редакцию
20.1 1968 г.

Кафедра
оптики