Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 4 — 1969

В. П. ЛЕВЕНТУЕВ, О. С. ПАВЛОВА, В. Р. ХАЛИЛОВ

О ВЛИЯНИИ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА НЕКОТОРЫЕ КВАНТОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

В данной работе рассматривается влияние внешнего магнитного поля на образование пары скалярных частиц двумя фотонами и на процесс рассеяния фотонов на бозонах. Показано, что магнитное поле уменьшает полное сечение фоторождения пары скалярных частиц.

Ранее, в ряде работ [1, 2] изучались различные квантовые процессы в магнитном поле. Однако там исследовались взаимодействия фотонов со спинорными частицами. Мы же рассмотрим процессы с участием скалярных частиц. Оказывается, что, например, двухфотонное рождение пары скалярных частиц имеет ряд особенностей по сравнению с фотообразованием электронпозитронной пары. Помимо этого процесса мы рассмотрим некоторые частные случаи рассеяния фотонов на бозонах в магнитном поле. Рассмотрение сформулированных задач проведено: 1) по теории возмущений, как процессы второго порядка и 2) в первом порядке теории возмущений (один из участвующих в процессе фотонов учитывается в волновых функциях бозона) по аналогии, например, с работой [3].

§ 1. Фотообразование пары скалярных частиц в магнитном поле

Процессу образования пары скалярных частиц двумя фотонами во внешнем магнитном поле соответствует, например, реакция

$$\gamma + \gamma + H \to \pi^+ + \pi^- + H. \tag{1}$$

Полная вероятность рождения пары $\pi^+\pi^-$ в магнитном поле имеет вид

$$W = 2\pi c \sum_{n_{\pi^+} n_{\pi^-}} |M_{fi}|^2 \, \delta(\varkappa_1 + \varkappa_2 - K_{\pi^+} - K_{\pi^-}). \tag{2}$$

Здесь значки n_{π^+}, n_{π^-} включают совокупность всех квантовых чисел образовавшейся пары в конечном состоянии, по которым проводится суммирование. Матричный элемент M_{fi} перехода из начального состояния (индекс i) в конечное (индекс f) определяется выражением

$$M_{f_i} = \frac{\pi e^2}{c\hbar L^3 \sqrt{\varkappa\varkappa'}} \sum_m \frac{\langle f|P_f|m\rangle\langle m|P_i|i\rangle}{\epsilon K_m - K_i - \varkappa_1} + \frac{\langle f|P_i|m\rangle\langle m|P_f|i\rangle}{\epsilon K_m - K_f - \varkappa_1} - 2\frac{\langle A\rangle\langle A\rangle}{\sqrt{K_i K_f}}, \tag{3}$$

где $E_i = c\hbar K_i$ и $E_f = c\hbar K_f$ — соответственно энергия частицы π^+ и античастицы π^- $\left(K = \sqrt{k_0^2 + 4\gamma(n + {}^1/_2) + K_3^2}\quad \gamma = eH/2c\hbar\right)$ $c\hbar\varkappa_1$ и $c\hbar\varkappa_2$ — энергия фотонов, L^3 — нормировочный объем, а m — совокупность квантовых чисел промежуточных состояний. Матричные элементы

$$\langle f|P_i|m\rangle = \frac{2}{\hbar k_0}\int \psi_f^+ (\vec{P}\vec{A})\, e^{i\varkappa_1 r}\psi_m d^3x \tag{4}$$

и

$$\langle f|P_f|m\rangle = \frac{2}{\hbar k_0}\int_f^+ (\vec{P}\vec{A})\, e^{i\varkappa_2 r}\psi_m d^3x$$

($\vec{P} = (\hbar/i\vec{\nabla} - e/c\vec{A}_1)$, $\vec{A}_1$ — вектор потенциал магнитного поля, $\vec{A}$ — амплитуды поляризации поперечного поля фотонов) можно вычислить с помощью волновых функций бозона в однородном магнитном поле, нормированных на плотность электрического заряда [4].

Отметим, что вычисление суммы по промежуточным состояниям в общем случае, когда фотоны движутся под произвольным углом к магнитному полю, является довольно сложным. Выбором случая, когда фотоны распространяются вдоль магнитного поля навстречу друг другу $\vec{\varkappa}_1 = (0, 0, \varkappa)$, $\vec{\varkappa}_2 = (0, 0, -\varkappa)$, мы существенно упростим задачу, а также сможем выявить отличие в процессе рождения скалярных частиц от рассмотренного ранее образования электрон-позитронной пары при таком же ограниченном выборе волновых векторов фотонов. Кроме того, можно будет рассмотреть этот частный случай в первом порядке теории возмущений (способ 2) с помощью волновых функций, являющихся точным решением уравнения Клейна—Гордона в магнитном поле и поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля [5].

Как было показано, например в [3], где исследовались процессы с использованием точных решений уравнений Дирака и Клейна—Гордона в поле плоской волны, такой подход позволяет учесть взаимодействия нескольких фотонов волны с одним, не принадлежащим волне, и в некотором приближении дает точный результат теории возмущений второго порядка. Выражение для вероятности рождения скалярной пары в магнитном поле при столкновении одного фотона с плоской волной можно записать в виде (для круговой поляризации фотонов)

$$W = \frac{e^2}{2\varkappa\hbar L_x L_y}\sum \frac{1}{\hbar^2 k_0^2}\,|\langle P_1\rangle -$$
$$- il'(\langle P_2\rangle\cos\theta - \langle P_3\rangle\sin\theta)|^2\,\delta(\lambda - \lambda' - \varkappa - \varkappa_3), \tag{5}$$

где $\lambda = K - k_3$ — интеграл движения, θ — угол между осью z и направлением распространения внешнего фотона. Для получения матричных элементов $\langle P_i\rangle$ достаточно в формуле (4) вместо волновых функций бозона в магнитном поле подставить волновые функции частицы и античастицы в магнитном поле и плоской волне [6], нормированные на плотность электрического заряда.

После ряда преобразований формула (5) примет вид

$$W = \frac{e^2}{2\hbar c}\frac{mc^2}{\hbar}\frac{mc^2}{E}\frac{H}{H_0}\sum_{nn'}\int_{-\infty}^{\infty} d\lambda\delta(\widetilde{K}+\widetilde{K}'+s\varkappa)\times$$

$$\times\frac{1}{4k_0^2}\left\{\left[\sqrt{4n\gamma}I'_{n'-1,n}(x)+g\frac{\xi k_0\alpha'\varkappa}{\alpha'\varkappa+g\omega_0/c}I_{n'n}(x)\right]\delta_{\nu,-g(s-g)}(1+l)+\right.$$

$$\left.+\left[\sqrt{4\gamma(n'+1)}I_{n'+1,n}(x)+g\frac{\xi k_0\alpha'\varkappa}{\alpha'\varkappa+g\omega_0/c}I_{n'n}(x)\right]\delta_{\nu,-g(s+g}(1+l)\right\}, \quad (6)$$

где

$$x=\gamma\xi^2\left(\frac{4}{\alpha'\varkappa-g\omega_0/c}+\frac{1}{\alpha'\varkappa+g\omega_0/c}\right)^2,\quad H_0=\frac{m_0^2c^3}{l\hbar},\quad \xi=\frac{lE_0}{mc^2\varkappa}=$$

$$=\frac{lA}{mc^2},\quad \alpha=\frac{K-k_3}{k_0}=\frac{\lambda}{k_0},\quad \widetilde{K}=\frac{k_0^2-\lambda^2+4\gamma(n+1/2)}{2\lambda}\ \text{и}\ \nu=n-n'$$

характеризуют круговую поляризацию волны и внешнего фотона, а s — число взаимодействующих фотонов волны.

Исследование выражения (6) в общем виде затруднительно. Дальнейшее рассмотрение существенно зависит от величины параметра ξ. Так, если $\xi\ll 1$ (в современных интенсивных лазерных пучках $\xi\lesssim 10^{-3}$), основной вклад в процесс дает член, описывающий образование пары при столкновении одного фотона из волны с внешним фотоном. Вклады процессов с участием s фотонов волны пропорциональны $\xi^{2(s-1)}$. Формула (6) показывает (при наличии $\delta_{\nu,-g(s\pm g)}$), что если в процессе фотообразования пары участвуют три или более фотонов, то скалярные частицы рождаются с разными поперечными энергиями ($n'\neq n$). Результаты обычной теории возмущений (способ 1) получаются при $\xi\to 0$ и $s=1$.

В этом случае в результате вычислений, аналогичных проведенным в работе (2), для полной вероятности образования скалярной пары запишем:

$$W=\frac{\pi r_0^2k_0^2}{\varkappa^2K}\sum_{i=1}^{2}S_i, \quad (7)$$

где $r_0^2=\frac{e^2}{4\pi c^2}$ — классический «радиус» электрона, а S_i определяется поляризациями фотонов:

$$S_1=\int_0^{\sqrt{\varkappa^2-k_0^2-6\gamma}} dk_3\frac{(\varkappa^2-k_0^2-k_3^2+4\gamma^2/\varkappa^2-4\gamma^2}{(\varkappa^2-k_3^2)}(1+gl), \quad (8)$$

$$S_2=\frac{1}{4}\int_{-\sqrt{\varkappa^2-k_0^2-2\gamma}}^{\sqrt{\varkappa^2-k_0^2-2\gamma}} dk_3\left\{\frac{(k_0^2-k_3/\varkappa 2\gamma)^2}{[\varkappa^2-(k_3-2\gamma/\varkappa)^2]^2}(1-l)(1+g)+\right.$$

$$\left.+\frac{(k_0^2+k_3/\varkappa 2\gamma)^2}{[\varkappa^2-(k_3+2\gamma/\varkappa)^2]^2}(1+l)(1-g)\right\}, \quad (9)$$

причем s_1, s_2 собственно описывают случаи, когда скалярные частицы рождаются с разными поперечными энергиями $n'=n\pm 2$ и с равными $n'=n$. Из пределов интегрирования видно, что пороги образования пары зависят от того, имеют ли частицы пары одинаковые или разные энергии.

Так, при рождении скалярной пары с одинаковой энергией, энергия фотонов должна удовлетворять неравенству $\varkappa^2 \geqslant k_0^2 + 2\gamma$, а для случая $n \neq n'$ — неравенству $\varkappa^2 \geqslant k_0^2 + 6\gamma$. Эти пороги отличаются от соответствующих порогов для спинорных частиц ($\varkappa^2 \geqslant k_0^2$ $\varkappa^2 \geqslant k_0^2 + 8\gamma$).

Получающиеся в результате интегрирования (8) (9) выражения весьма громоздки. В предельном случае $H \ll H_0$, $n \gg k_0$ для сечения получим

$$\sigma = \sigma_{\text{св}} - \pi r_0^2 \frac{H}{H_0} \frac{k_0}{\sqrt{\varkappa^2 - k_0^2}}, \tag{10}$$

$\sigma_{\text{св}}$ — сечение рождения свободных скалярных частиц (см. [7]). При $H \gg H_0$ сечение процесса убывает как $\sigma \sim 1/H$.

Таким образом, в рассмотренных случаях магнитное поле вызывает уменьшение сечения рождения пары скалярных частиц. Это связано, по-видимому, с изменением (уменьшением) фазового объема рождающихся частиц.

§ 2. Рассеяние фотонов на бозонах в магнитном поле

Матричный элемент данного процесса получается из выражения (2), если произвести следующие замены: $\varkappa' \to -\varkappa'$, $\varkappa \to \varkappa$, $K_i \to -K_i$, $K_f \to +K_f$. При исследовании процесса рассеяния мы ограничимся рассмотрением некоторых частных случаев рассеяния фотонов, для которых вычисления относительно просты. Даже рассмотрение частных случаев позволяет выяснить некоторые закономерности процесса. Пусть волновой вектор фотона направлен вдоль поля. Тогда в общем случае Mfi выражается через обобщенные функции Лагерра $I_{nn'}(\varkappa'^2 \sin^2\theta/4\gamma)$. Используя законы сохранения

$$K_i + \varkappa = K_f + \varkappa', \quad k_3' = \varkappa - \varkappa' \cos\theta, \tag{11}$$

можно получить соотношение

$$4\gamma(n - n') = -\varkappa'^2 \sin\theta - 2K\varkappa + 2K\varkappa' + 2\varkappa\varkappa'(1 - \cos\theta), \tag{12}$$

где θ — угол вылета рассеянного фотона.

Рассмотрим случай рассеяния вперед ($\theta=0$) линейно поляризованных фотонов. При этом $I_{nn'}(0) = \delta_{nn'}$ и суммирование по конечным состояниям проводится легко. Для сечения рассеяния без изменения поляризации фотонов получается выражение

$$\frac{d\sigma_{xx}}{d\Omega} = \frac{e^4}{(c\hbar)^2} \varkappa^2 \frac{(K\varkappa^2)}{[(K\varkappa)^2 - (2\gamma)^2]^2}, \tag{13}$$

переходящее при $H \to 0$ в формулу для рассеяния на свободных бозонах. Но при рассеянии фотонов на бозонах в магнитном поле возможно появление фотонов с поляризацией перпендикулярной к поляризации начальных фотонов

$$\frac{d\sigma_{xy}}{d\Omega}=\frac{e^4}{(c\hbar)^2}\varkappa^2\frac{(2\gamma)^2}{[(Kx)^2-(2\gamma)^2]^2}. \qquad (14)$$

Угол поворота плоскости поляризации линейно зависит от напряженности поля $\operatorname{tg}\varphi=2\gamma/K\varkappa$. Из соотношения (12) частота рассеянного фотона равна частоте падающего: $\varkappa'_{\theta=0}=\varkappa$.

Назад ($\theta=\pi$) рассеиваются фотоны с тремя различными частотами (начальные фотоны линейно поляризованы):

$$\varkappa'_\pi=\frac{\varkappa}{1+2\varkappa/K},\quad \varkappa'_\pm=\frac{\varkappa\pm 2\varkappa_{\text{ц}}}{1+2\varkappa/K}. \qquad (15)$$

Заметим, что частоты рассеяния фотонов при $\theta=\pi$, полученные способом 2, имеют вид [6].

$$\varkappa'=\frac{\varkappa}{1+2\varkappa/K+\xi^2k_0^2/K^2},\quad \varkappa'_\pm+\frac{\varkappa\pm 2\varkappa_{\text{ц}}}{1+2\varkappa/K+\xi^2k_0^2/K^2}. \qquad (16)$$

Наличие в знаменателе (16) членов пропорциональных ξ^2 характеризует сдвиг частоты рассеянного фотона из-за присутствия интенсивной электромагнитной волны, в которой движется бозон.

Выражения для полных сечений довольно громоздки. Для сдвинутых частот $x_\pm$ они примерно равны и при $1-\beta^2\ll 1$ (β — скорость бозона) имеют порядок

$$W_{\theta=\pi}\simeq\frac{1}{8}\frac{e^4}{(m_0c^2)^2}\left(\frac{m_0c^2}{E}\right)^2. \qquad (17)$$

Для основной частоты $\varkappa_0^1$:

$$W_{\theta=\pi}\simeq\frac{1}{8}\frac{e^4}{(m_0c^2)^2}\left(\frac{m_0c^2}{E}\right)^6. \qquad (18)$$

Сравнение (17) и (18) показывает, что сечение рассеяния фотонов основной частоты меньше сечений рассеяния сдвинутых частот в $(m_0c^2/E)^4$ раз.

Из полученных результатов видно, что влияние магнитного поля становится существенным при $\varkappa\leqslant eH/E\sim\varkappa_{\text{ц}}$, где $c\varkappa_{\text{ц}}$ — циклотронная частота.

Авторы благодарны проф. И. М. Тернову и Ю. М. Лоскутову за полезную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Erber T. Rev. Mod. Phys., 38, No. 2, 626, 1966.
2. Лысов Б. А., Дорофеев О. Ф., Павлова О. С. «Изв. вузов», физика, № 2, 46, 1968.
3. Гольдман И. И. «Изв. АН АрмССР», сер. физ.-мат., 1964; Никишов А. И., Ритус В. И. ЖЭТФ, 50, 255, 1966.
4. Сб. «Синхротронное излучение». М., «Наука», 1966.
5. Redmond P. J. Journ. Mathem. Phys., 6, No. 7, 1965.
6. Тернов И. М., Багров В. Г., Халилов В. Р. «Изв. вузов», физика, № 11, 1968.
7. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию
28.9 1968 г.

Кафедра
теоретической физики