$$\frac{B_{I_1 I_2}(\rho)}{B_{I_1 I_2}(0)} = \frac{\overline{\chi_1(y', z')\,\chi_2(y'', z'')}}{\overline{\chi_1(0)\,\chi_2(0)}} = \frac{B_{\chi_1\chi_2}(\rho)}{B_{\chi_1\chi_2}(0)} = \frac{b_{\chi_1\chi_2}(\rho)}{b_{\chi_1\chi_2}(0)}, \tag{10}$$

где $b_{\varkappa_1\varkappa_2}(\rho)$ — нормированный поперечный коэффициент частотной корреляции флуктуаций уровня амплитуды, расчет которого для рассматриваемого нами случая изотропной турбулентной среды приводится в работах [3, 4]. В обозначениях, принятых в настоящей работе, он описывается выражениями

$$b_{\chi_1\chi_2}(\rho) = \frac{B_{\chi_1\chi_2}(\rho)}{\sqrt{B_{\chi_1}(0)\,B_{\chi_2}(0)}} =$$

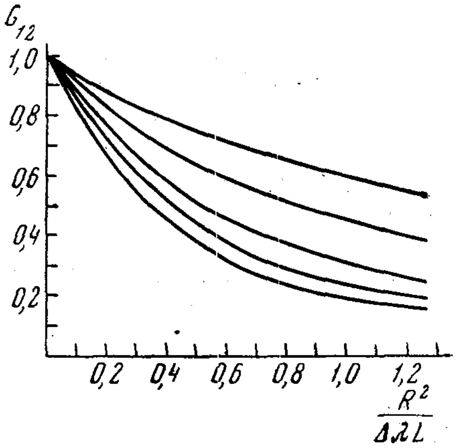
$$= \frac{\delta^{5/6}\,\mathrm{Re}\left[i^{11/6}\,{}_1F_1\left(-\frac{11}{6}, 1, \frac{ig(1-\delta^2)}{D\delta}\right)\right] - \mathrm{Re}\left[i^{17/6}\,{}_1F_1\left(-\frac{11}{6}, 1, \frac{ig(1-\delta)^2}{D}\right)\right]}{(1-\delta^2)^{5/12}\sin\frac{\pi}{12}}$$

и

$$b_{\chi_1\chi_2}(0) = \frac{1-\delta^{5/6}}{(1-\delta^2)^{5/12}}, \tag{11}$$

где $i$ — мнимая единица, $D$ — волновой параметр,

$g = \frac{\chi_m^2\rho^2}{4}$, ${}_1F_1$—вырожденная гипергеометрическая функция.




Подставляя их в формулы (10) и далее в (8) и решая численно получающееся выражение, получаем зависимость $G_{12}\left(\frac{R^2}{\Delta\lambda L}\right)$, представленную графически на рисунке для нескольких частных значений параметра $\delta$ ($L$ — расстояние между передатчиком и приемником излучения, $\Delta\lambda = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}$).

## ЛИТЕРАТУРА


1. Бахарева М. Ф. «Радиотехника и электроника», № 10, 1961.
2. Алимов В. А., Ерухимов Л. М. «Изв. вузов», радиофизика, № 5, 1967.
3. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967.
4. Татарский В. И., Жукова Л. Н. ДАН СССР, 124, № 3, 1959.



Поступила в редакцию
17.9 1968 г.



Кафедра
океанологии



УДК 621.378.325



Э. В. ПОГОРЕЛОВА


# К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА С ОПТИЧЕСКИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

Теории полупроводникового лазера с оптическим возбуждением посвящены работы [1, 2, 3, 4]. В них расчет полупроводникового лазера выполнен на основе анализа уравнений для квазиуровней Ферми. Недостатком такой теории является, во-первых, неполная информация, поскольку балансовые уравнения не содержат фазовой характеристики, во-вторых, трудность сравнения полупроводниковых лазеров с ОКГ на других веществах. Предлагаемая работа во многом свободна от этих недостатков. Развиваемый подход позволяет единым образом определить условия самовозбуждения, стационарную амплитуду генерации, сдвиг частоты генерации под действием поля, а также процессы установления стационарной амплитуды и фазы в случае одномодового режима.

**Определение вектора поляризации.** В основе обычной теории лазеров лежит решение самосогласованной задачи для уравнений поля, вектора поляризации и разности населенностей. Эти уравнения удалось точно проинтегрировать только в случае одномодового режима для лазеров на твердых телах. В случае газовых лазеров при учете движения атомов в пространстве, даже в одномодовом режиме уравнения могут быть решены только с помощью теории возмущений. В полупроводниках ситуация, аналогичная газам, поэтому здесь будет использован метод, развитый Лэмбом для газовых лазеров [5]. Для нахождения условия самовозбуждения достаточно знать линейную зависимость вектора поляризации от поля, для определения стационарной амплитуды генерации и сдвига частоты генерации нужно знание нелинейной поляризации.

Расчету нелинейной поляризации посвящены работы [6, 7], выполненные для случая, когда частота внешнего поля меньше частоты перехода между зонами. В лазере с оптической накачкой поле излучения и поле накачки вызывают не только внутризонные, но и междузонные переходы, поэтому необходимо найти выражение для нелинейной поляризации, связанной с междузонными переходами.

Поскольку для данной задачи необходимо знание нелинейной поляризации на частоте внешнего поля $\omega$, нужно найти третье приближение поляризации по полю. Аналогичные расчеты для двухуровневых систем были выполнены в [5, 8]. В нашей работе использован тот же метод. В качестве исходной использована система уравнений для матрицы плотности двухзонной модели полупроводника [9]. Ограничимся выражениями для нелинейного поглощения и дисперсии полупроводника в поле накачки в частном случае, именно когда $\mu_c+\mu_v \gg \hbar\omega-\Delta$ и $\mu_c+\mu_v \gg \hbar/\tau_2$. Эта ситуация реализуется обычно экспериментально

$$Im\alpha^{нл}=\frac{1}{36}\,\frac{e^4\,|r_{cv}|^4\,(m^*)^{3/2}\tau_1}{\pi\hbar^2\Delta^{5/2}\quad\tau_2^2}\,q^{-1}\left[q-\left(\frac{\hbar\omega}{\Delta}-1\right)\right]^{-3/2}+0\left(\frac{\Delta^{5/2}}{(\mu_e+\mu_v)^{5/2}}\right). \tag{1}$$

$$Re\alpha^{нл}=+\frac{\sqrt{2}}{36\pi^2}\,\frac{e^4\,|r_{cv}|^4\,(m^*)^{3/2}\tau_1}{\hbar^2\Delta^{5/2}\tau_2}\left[q^{-1}\left(q-\left(\frac{\hbar\omega}{\Delta}-1\right)\right)^{-1/2}-\frac{2}{3}\,\frac{\Delta^{3/2}}{(\mu_e+\mu_v)^{3/2}}\right], \tag{2}$$

где $Im\,\alpha^{нл}$ — нелинейное поглощение, $Re\,\alpha^{нл}$ — нелинейная дисперсия, $q^2=\left(\frac{\hbar\omega}{\Delta}-1\right)^2+\frac{\hbar^2}{\tau_2\Delta^2}$; $m^*$ — приведенная масса электрона и дырки, $\Delta$ — ширина запрещенной зоны, $r_{cv}$ — матричный элемент радиуса-вектора междузонных переходов, $\tau_2$ — время междузонной релаксации вектора поляризации, $\omega$ — частота излучения; $\mu_c+\mu_v$ — сумма квазиуровней Ферми, определяемая частотой и величиной поля накачки. Это справедливо, если $E_H \gg E_\omega$, поэтому развиваемая нами теория справедлива для лазеров с небольшим превышением над порогом.

При выводе (1) и (2) нерезонансные члены, вклад от внутризонных переходов и члены типа $1/\tau_1$ ($\tau_1$ — время рекомбинации) пренебрежимо малы по сравнению с $2\,\omega$.

Выражение $\mu_e+\mu_v$ для однофотонных переходов получено в работе [9]. Для двухфотонных приводится впервые

$$\mu_e+\mu_v=\left[\frac{3}{(2m^*)^{3/2}}\int\limits_0^{\sqrt{(2\hbar\omega_H-\Delta)2m^*}}\frac{Rp^2dp}{\hbar^2\,[\omega_{31}(p)-\omega]^2\left\{[\omega_{21}(p)-\omega]^2\,\hbar^2+\frac{\hbar^2}{\tau_2^2}\right\}+R}\right]^{2/3}, \tag{3}$$

где

$$R=\frac{e^4\,|r_{cv}|^4\,|E|^4\,\tau_1}{8\tau_2},$$

$\omega_{31}$ — частота перехода между промежуточной зоной и валентной, а $\omega_{21}$ — между зоной проводимости и валентной зоной.

**Решение уравнения для поля в резонаторе.** Уравнение для поля в резонаторе имеет обычный вид

$$\frac{d^2\vec{E}}{dt^2} + \frac{\omega}{Q}\frac{d\vec{E}}{dt} + \omega_0^2\vec{E} = -4\pi\frac{d^2\vec{P}}{dt^2}. \tag{4}$$

Электромагнитное поле зависит только от времени и не зависит от координат. Это означает, что среда пространственно однородна, выравнивание концентраций происходит быстро, можно пренебречь эффектами пространственной дисперсии.

Переходя к укороченным уравнениям (с учетом (1) и (2)), получим

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\omega}{2}\left[4\pi Im\alpha^{л} - 4\pi Im\alpha^{нл}E^2 - \frac{1}{Q}\right]\vec{E}, \tag{5}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega\left[\frac{\omega_0 - \omega}{\omega} - 2\pi Re\alpha^{л} + 2\pi Re\alpha^{нл}E^2\right], \tag{6}$$

где $E$, $\varphi$ — медленно меняющиеся амплитуда и фаза поля, $Q$ — добротность резонатора, $\omega_0$ — собственная частота резонатора.

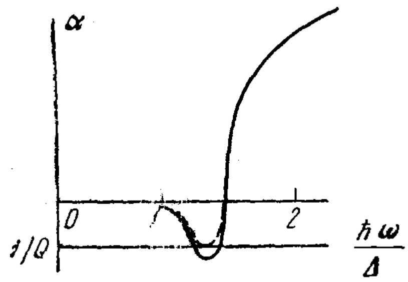
Из (5) и (6) находим условие самовозбуждения $\left(4\pi Im\alpha^{л} - \frac{1}{Q} > 0\right)$ и стационарную амплитуду.

$$E_c^2 = \frac{4\pi Im\alpha^{л} - \frac{1}{Q}}{4\pi Im\alpha^{нл}} \sim \frac{\left(4\pi Im\alpha^{л}\max - \frac{1}{Q}\right) - f(\omega_H)\left(1 + \frac{\beta}{E_H^2}\right)}{4\pi Im\alpha^{нл}} \tag{7}$$

$\beta$ — const для данной накачки, $\beta/E_H^2 \ll 1$.

Из (6) определяем частоту генерации в стационарном режиме

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega} = 2\pi Re\alpha^{л} - 2\pi Re\alpha^{нл}E_c^2. \tag{8}$$




Оценка $E_c$ из (7) дает: $E_c \sim 10^2$ ед СГСЕ при превышении усиления над порогом в два раза. Этот результат согласуется с экспериментальными значениями, получаемыми при работе полупроводниковых лазеров с оптической накачкой [2].

Автор выражает признательность Ю. Л. Климонтовичу за внимание и интерес к работе.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Krokhin O. N. JEEE, QE — 2, 605 — 607, 1966.
2. Басов Н. Г., Грасюк А. З., Зубарев И. Г., Катулин В. А., Крохин О. Н. ЖЭТФ, 50, 551, 1966.
3. Машкевич В. С. Основы кинетики излучения лазеров. Киев, «Наукова думка», 1966.
4. Буряковский Г. Ю., Машкович В. С. «Физика и техника полупроводников», 2, 345—353, 1968.
5. Лэмб У. Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М., «Мир», 1966.
6. Келдыш Л. В. «Труды II Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике». Новосибирск, 1966.
7. Генкин В. Н., Меднис П. М. «Физика и техника полупроводников», 1, 1769—1776, 1967.
8. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М. «Мир», 1966.
9. Климонтович Ю. Л., Погорелова Э. В. ЖЭТФ, 50, 605—612, 1966; 51, 1792, 1966.

1722—33, 1966.


Поступила в редакцию
4.10 1968 г.

Кафедра
общей физики для мехмата