

УДК 537.312.62

В. Д. КАРАИВАНОВ

К ВОПРОСУ О КРИТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ БИНАРНЫХ СПЛАВОВ

Рассматривается изотропный сверхпроводник с примесными дефектами типа замещения. Показано, что изменение электрон-фононного взаимодействия из-за разности потенциалов регулярного и дефектного узлов ведет к повышению критической температуры. Вычисления проводятся методом функций Грина в приближении малой концентрации дефектов.

В данной работе рассматриваются твердые растворы типа замещения. Для определенности будем считать, что атомы B вводятся в кристалл из атомов A и располагаются в узлах решетки, ранее занятых атомами A . Таким образом, в решетке создаются силовые немагнитные дефекты.

При переходе от чистого сверхпроводника A к сверхпроводящему твердому раствору AB критическая температура изменяется из-за: прямого взаимодействия электронов с дефектами, прямого взаимодействия фононов с дефектами и изменения электрон-фононного взаимодействия.

Учет первой причины эквивалентен рассмотрению задачи о сверхпроводнике с немагнитной примесью, которая обсуждалась в разных моделях. В случае изотропного электрон-фононного взаимодействия влияние немагнитных примесей на критическую температуру мало и ими можно пренебречь по сравнению с изменениями, происходящими в электромагнитных свойствах сверхпроводника [1] и [2]. Вычисления дают, что изменение критической температуры определяется параметром $\frac{1}{\mu} |M_t(\rho_F, \mu)|$, где μ — уровень Ферми, отсчитываемый от дна зоны проводимости, ρ_F — импульс Ферми, а M_t — массовый оператор обычной одноэлектронной функции Грина (см. [3]). Для сверхпроводящих металлов $\mu \sim 1$ эв и $\frac{|M_t(\rho_F, \mu)|}{\mu} \ll 1$. Поэтому член гальмитониана, описывающий взаимодействие электронов с дефектами решетки B , не учитывается. (Дальше рассматривается только случай изотропного сверхпроводника без приложения электромагнитного поля.)

Для упрощения расчетов не учитывается и прямое взаимодействие фононов с дефектами решетки. Это возможно, когда дефекты не приводят к существенным изменениям в плотности состояний и спектра фоно-

нов. Влияние локальных и резонансных примесных колебаний на критическую температуру рассмотрено в [4].

В настоящей работе на основании гамильтониана, полученного в [5], вычисляется критическая температура сверхпроводящего твердого раствора AB с учетом изменения электрон-фононного взаимодействия. Будем рассматривать только продольные акустические фононы. Кулоновское взаимодействие между электронами не учитывается. Тогда гамильтониан имеет вид

$$H = \sum_{\vec{p}} \varepsilon(p) a^+(\vec{p}) a(\vec{p}) + \sum_{\vec{k}} \omega(k) b^+(\vec{k}) b(\vec{k}) + \\ + \sum_{\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{k}} B(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{k}) a^+(\vec{p}_1) a(\vec{p}_2) [b(\vec{k}) + b^+(-\vec{k})]. \quad (1)$$

Здесь $\vec{p} = (\vec{p}, \sigma)$ — спиновая переменная, $\varepsilon(p) = p^2/2m - \mu$, $\omega(k)$ — закон дисперсии для фононов. При $k \rightarrow 0$ запишем

$$\omega(k) = sk, \quad (2)$$

где s — скорость звука. Для упрощения вычислений предполагается, что (2) справедливо для всех k в первой зоне Бриллюэна:

$$B(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{k}) = A(k) \Delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{k}) + D(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{k}) c(\vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{k}) \Delta(\sigma_1 - \sigma_2). \quad (3)$$

Здесь Δ — единичная матрица, $c(\vec{k})$ — фурье-компоненты флуктуации концентрации дефектов B . В модели Вигнера — Зейтца (приближение жестких ионов)

$$A(k) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\rho V \omega(k)}} k [(1-c)U_A(r_0) - cU_B(r_0)] j, \quad (4)$$

$$D(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{k}) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\rho V \omega(k)}} \frac{\vec{k}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)}{k} [U_B(r_0) - U_A(r_0)] j', \quad (4')$$

где ρ — плотность кристалла, V — фундаментальный объем, c — концентрация дефектов B :

$$c = \frac{N_B}{N_A + N_B} = \frac{N_B}{N}$$

(N_A, N_B — число атомов A , соответственно число атомов B в объеме V).

Здесь $U_A(r)$, $U_B(r)$ — потенциальная энергия электрона соответственно в поле узла с атомом A и в поле узла с атомом B , r_0 — радиус элементарной ячейки, j, j' — безразмерные величины порядка единицы.

С учетом (2) $A(k)$ записывается в обычном виде

$$A(k) = A \sqrt{\frac{\omega(k)}{2V}},$$

где A — константа связи с фононным полем.

Выражение для D получено в первом приближении по разности $U_B - U_A$, которая считается малой в сравнении с U_A .

Когда решетка построена из одинаковых атомов, поляризационное поле, создаваемое фононом, имеет синусоидальную форму. Взаимодействие электрона с этим полем описывается матричным элементом, совпадающим с первым слагаемым в (3). Однако при наличии силовых де-

фектов к синусоидальному полю добавляется дополнительное поле произвольной формы, которое получается из-за разности потенциалов регулярного и дефектного узлов. Оно дает второе слагаемое в (3). Как и должно быть, этот член в гамильтониане пропорционален разности $U_B - U_A$ и концентрации c . Именно фурье-компоненты флуктуации концентрации $c(\vec{k})$ пропорциональны концентрации и несут информацию о расположении дефектов B .

Отметим еще, что в элементарном акте поглощения и испускания фонона, квазиимпульс сохраняется только у первого слагаемого, содержащего $\Delta(\vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{k})$.

Задача о сверхпроводящем состоянии в системе с гамильтонианом (1) решается по методу, предложенному в [6]. Вводим функции Грина:

$$G(\tilde{p}, \tilde{p}'; t) \equiv \langle\langle a(\tilde{p}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle = i\theta(t) \langle[a(\tilde{p}; t); a^+(\tilde{p}')]_+\rangle;$$

$$G'(\tilde{p}, \tilde{p}'; t) \equiv \langle\langle a^+(-\tilde{p}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle = i\theta(t) \langle[a^+(-\tilde{p}; t); a^+(\tilde{p}')]_+\rangle.$$

Разница в сравнении с [6] состоит в том, что поскольку система не является пространственно однородной из-за слагаемого, содержащего $c(\vec{k})$, то, как и в задаче об учете примесей (см. [3]), функции Грина зависят от двух импульсов.

Для G и G' строим цепочку уравнений

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} G(\tilde{p}, \tilde{p}'; t) &= -\delta(t) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}') + \varepsilon(p) G(\tilde{p}, \tilde{p}'; t) + \\ &+ \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} B(\tilde{p}, \tilde{p}_1, \vec{k}) \langle\langle a(\tilde{p}_1; t) b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle + \\ &+ \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} B(\tilde{p}, \tilde{p}_1, \vec{k}) \langle\langle a(\tilde{p}_1; t) b^+(-\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle \quad (5) \\ i \frac{d}{dt} G'(\tilde{p}, \tilde{p}'; t) &= -\varepsilon(p) G'(\tilde{p}, \tilde{p}'; t) - \\ &- \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} B(\tilde{p}_1, -\tilde{p}, \vec{k}) \langle\langle a^+(\tilde{p}_1; t) b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle - \\ &- \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} B(\tilde{p}_1, -\tilde{p}, \vec{k}) \langle\langle a^+(\tilde{p}_1; t) b^+(-\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle. \end{aligned}$$

Появляются четыре новые функции Грина высшего порядка. Для них тоже составляем дифференциальные уравнения. Напишем только одно:

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \langle\langle a(\tilde{p}_1; t) b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle &= [\varepsilon(p_1) + \omega(k)] \langle\langle a(\tilde{p}_1; t) b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle + \\ &+ \sum_{\tilde{p}_2, \vec{q}} B(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \vec{q}) \langle\langle a(\tilde{p}_2; t) [b(\vec{q}; t) + b^+(-\vec{q}; t)] b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle + \\ &+ \sum_{\tilde{p}_2, \tilde{p}_3} B(\tilde{p}_2, \tilde{p}_3, \vec{k}) \langle\langle a(\tilde{p}_1; t) a^+(\tilde{p}_2; t) a(\tilde{p}_3; t); a^+(\tilde{p}') \rangle\rangle. \end{aligned}$$

Остальные три имеют аналогичную структуру.

В эти уравнения входят функции Грина высших порядков. Они расцепляются путем спаривания операторов, относящихся к одному и тому же моменту времени. При этом учитываются и аномальные спаривания типа $\langle a^+(\tilde{p}_1) a^+(\tilde{p}_2) \rangle$, $\langle a(\tilde{p}_1) a(\tilde{p}_2) \rangle$. Например:

$$\begin{aligned} & \langle \langle a(\tilde{p}_2; t) [b(\vec{q}; t) + b^+(-\vec{q}; t)] b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle \approx \\ & \approx \langle b^+(-\vec{q}) b(\vec{k}) \rangle \langle \langle a(\tilde{p}_2; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle, \\ & \langle \langle a(\tilde{p}_1; t) a^+(\tilde{p}_2; t) a(\tilde{p}_3; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle \approx \langle a(\tilde{p}_1) a^+(\tilde{p}_2) \rangle \langle \langle a(\tilde{p}_3; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle - \\ & - \langle a(\tilde{p}_1) a(\tilde{p}_3) \rangle \langle \langle a^+(\tilde{p}_2; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle + \langle a^+(\tilde{p}_2) a(\tilde{p}_3) \rangle \langle \langle a(\tilde{p}_1; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle. \end{aligned}$$

Это расцепление означает, что применяется теория возмущений с учетом слагаемых порядка A^2 .

Делая фурье-преобразование по времени, получим замкнутую систему 6 уравнений с 6 неизвестными: G , G' и четыре функции типа $\langle \langle a(\tilde{p}_1; t) b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle$, участвующие в уравнениях (5). Функции типа $\langle \langle a(\tilde{p}_1; t) b(\vec{k}; t); a^+(\tilde{p}') \rangle \rangle$ можно исключить, и тогда получается алгебраическая система двух уравнений для G и G' . Учитывая только слагаемые порядка A^2 , можно записать эту систему в виде

$$\begin{aligned} & [E - \varepsilon(p)] G(\tilde{p}, \tilde{p}'; E) - \sum_{\tilde{p}''} m(\tilde{p}, \tilde{p}''; E) G(\tilde{p}'', \tilde{p}'; E) + \\ & + \sum_{\tilde{p}''} m'(\tilde{p}, \tilde{p}''; E) G'(\tilde{p}'', \tilde{p}'; E) = -\frac{1}{2\pi} \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}'), \\ & [E + \varepsilon(p)] G'(\tilde{p}, \tilde{p}'; E) + \sum_{\tilde{p}''} m(\tilde{p}, \tilde{p}''; -E) G'(\tilde{p}'', \tilde{p}'; E) + \\ & + \sum_{\tilde{p}''} m''(\tilde{p}, \tilde{p}''; -E) G(\tilde{p}'', \tilde{p}'; E) = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Далее мы будем работать в приближении малой концентрации $c \ll 1$, сохраняя только слагаемые, пропорциональные первой степени концентрации (Нижний индекс указывает на то, что данная величина пропорциональна соответствующей степени концентрации). Выражения m , m' , m'' в указанном приближении имеют вид

$$\begin{aligned} & m = m_0 + m_1; \quad m' = m'_0 + m'_1; \quad m'' = m''_0 + m''_1; \\ & m_0(\tilde{p}, \tilde{p}'; E) = m_0(\tilde{p}; E) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}') = \\ & = \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} A^2(k) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}_1 - \vec{k}) \left[\frac{1 \mp v_0(k) - n_0(p_1)}{E - \varepsilon(p_1) - \omega(k)} - \frac{v_0(k) \mp n_0(p_1)}{E - \varepsilon(p_1) \mp \omega(k)} \right] \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}'), \\ & m_1(\tilde{p}, \tilde{p}'; E) = \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} [A(k) D(\vec{p}_1, \vec{p}', -\vec{k}) c(\vec{p}_1 - \vec{p}' - \vec{k}) \times \\ & \times \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}_1 - \vec{k}) \Delta(\sigma_1 - \sigma') + A(k) D(\vec{p}, \vec{p}_1, \vec{k}) c(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{k}) \times \\ & \times \Delta(\tilde{p}_1 - \tilde{p}' + \vec{k}) \Delta(\sigma - \sigma_1) + D(\vec{p}, \vec{p}_1, \vec{k}) D(\vec{p}_1, \vec{p}', -\vec{k}) c(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{k}) \times \end{aligned}$$

$$\times c(\vec{p}_1 - \vec{p}' + \vec{k}) \Delta(\sigma_1 - \sigma') \Delta(\sigma - \sigma_1) \left[\frac{1 \mp v_0(k) - n_0(p_1)}{E - \varepsilon(p_1) - \omega(k)} + \frac{v_0(k) \mp n_0(p_1)}{E - \varepsilon(p_1) \mp \omega(k)} \right]. \quad (7)$$

Здесь $v(k) = \langle b^+(\vec{k}) b(\vec{k}) \rangle$, $n(p) = \langle a^+(\vec{p}) a(\vec{p}) \rangle$.

$$\begin{aligned} m'_0(\vec{p}, \vec{p}'; E) &= m''_0(\vec{p}, \vec{p}'; E) = m'_0(\vec{p}; E) \Delta(\vec{p} - \vec{p}') = \\ &= \sum_{\vec{p}_1, \vec{k}} A^2(k) \Delta(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{k}) \langle a^+(-\vec{p}_1) a^+(\vec{p}_1) \rangle \times \left[\frac{1}{E - \varepsilon(p_1) - \omega(k)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{E - \varepsilon(p_1) \mp \omega(k)} \right] \Delta(\vec{p} - \vec{p}'), \\ m'_1(\vec{p}, \vec{p}'; E) &= \sum_{\vec{p}_1, \vec{k}} \left\{ \sum_{\vec{p}_2} A^2(k) \Delta(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{k}) \Delta(\vec{p}' - \vec{p}_2 - \vec{k}) \langle a(\vec{p}_1) a(-\vec{p}_2) \rangle_1 + \right. \\ &+ [A(k) D(-\vec{p}', -\vec{p}_1, -\vec{k}) c(-\vec{p}' + \vec{p}_1 + \vec{k}) \Delta(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{k}) \Delta(\sigma' - \sigma_1) + \\ &+ A(k) D(\vec{p}, \vec{p}_1, \vec{k}) c(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{k}) \Delta(-\vec{p}' + \vec{p}_1 + \vec{k}) \Delta(\sigma - \sigma_1) + \\ &+ D(\vec{p}, \vec{p}_1, \vec{k}) D(-\vec{p}', -\vec{p}_1, -\vec{k}) c(\vec{p} - \vec{p}' - \vec{k}) c(-\vec{p}' + \vec{p}_1 + \vec{k}) \times \\ &\left. \times \Delta(\sigma - \sigma_1) \Delta(\sigma' - \sigma_1) \right] \langle a^+(-\vec{p}_1) a^+(\vec{p}_1) \rangle_0 \left\{ \frac{1}{E - \varepsilon(p_1) - \omega(k)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{E - \varepsilon(p_1) \mp \omega(k)} \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

Выражение для m''_1 то же самое, только вместо $\langle a(\vec{p}_1) a(-\vec{p}_2) \rangle_1$ надо написать $\langle a^+(-\vec{p}_1) a^+(\vec{p}_2) \rangle_1$.

Система (6) в принципе дает возможность найти функции G и G' . Однако практически необходимы величины, усредненные по конфигурациям дефектов. Для нахождения \bar{G} и \bar{G}' (здесь и дальше черточка означает усредненную величину) удобно записать систему в матричном виде. Вводим однорядные матрицы

$$g = \left\| \begin{array}{l} G(\vec{p}, \vec{p}'; E) \\ G'(\vec{p}, \vec{p}'; E) \end{array} \right\|; \quad I = \left\| \begin{array}{l} -\frac{1}{2\pi} \Delta(\vec{p} - \vec{p}') \\ 0 \end{array} \right\|$$

и двухрядные матрицы

$$\alpha_0 = \left\| \begin{array}{ll} Q_0(\vec{p}; E) \Delta(\vec{p} - \vec{p}') & m'_0(\vec{p}; E) \Delta(\vec{p} - \vec{p}') \\ m'_0(\vec{p}; -E) \Delta(\vec{p} - \vec{p}') & -Q_0(\vec{p}; -E) \Delta(\vec{p} - \vec{p}') \end{array} \right\|,$$

где $Q_0(\vec{p}; E) = E - \varepsilon(p) - m_0(\vec{p}; E)$

$$\lambda_1 = \left\| \begin{array}{ll} -m_1(\vec{p}, \vec{p}'; E) & m'_1(\vec{p}, \vec{p}'; E) \\ m''_1(\vec{p}, \vec{p}'; -E) & m_1(\vec{p}, \vec{p}'; -E) \end{array} \right\|. \quad (9)$$

Тогда система (6) записывается как одно матричное уравнение

$$(\alpha_0 + \lambda_1) \bar{g} = I. \quad (10)$$

В таком виде задача о нахождении \bar{g} вполне аналогична соответствующей задаче о взаимодействии электронов с примесными атомами [3]. Матрица α_0 имеет смысл обратной функции Грина. Матрица λ_1 является аналогом потенциала примесей U с той разницей, что $\bar{U}=0$, а $\bar{\lambda}_1$ содержит слагаемые, аналогичные U^2 , и соответственно $\bar{\lambda}_1 \neq 0$. Поэтому для нахождения \bar{g} применим метод, изложенный в § 7 [3]. Сущность этого метода состоит в разложении ряда по степеням концентрации не самой функции Грина, а обратной функции, т. е. массового оператора.

Вводим матричный массовый оператор γ , описывающий влияние дефектов:

$$(\alpha_0 + \gamma) \bar{g} = I.$$

Интегрируя (10), находим

$$g = g_0 - \alpha_0^{-1} \lambda_1 g_0 + \alpha_0^{-1} \lambda_1 \alpha_0^{-1} \lambda_1 g,$$

где $g_0 = \alpha_0^{-1} I$.

Ограничиваясь линейными членами с c , получаем

$$(\alpha_0 + \bar{\lambda}_1) \bar{g} = I.$$

Для дальнейшего необходимо провести усреднение в явном виде. Предположим, что мы имеем равновероятное распределение дефектов по узлам (отсутствует корреляция). Тогда с указанной точностью

$$\overline{c(\vec{k}_1) c(\vec{k}_2)} = \frac{c}{N} \Delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2).$$

Используя это равенство, а также условие $\overline{c(\vec{k})} = 0$, из (7), (8), (9) имеем

$$\bar{\lambda}_1 = \left\| \begin{array}{cc} -M_1(\tilde{p}; E) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}') & M_1'(\tilde{p}; E) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}') \\ M_1'(\tilde{p}; -E) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}') & M_1(\tilde{p}; -E) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}') \end{array} \right\|,$$

где

$$\begin{aligned} M_1(\tilde{p}; E) &= \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} \frac{c}{N} D^2(\tilde{p}, \tilde{p}_1, \vec{k}) \Delta(\sigma - \sigma_1) \left[\frac{1 \mp v_0(k) - n_0(p_1)}{E - \varepsilon(p_1) - \omega(k)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{v_0(k) \mp n_0(p_1)}{E - \varepsilon(p_1) \mp \omega(k)} \right]; \\ M_1'(\tilde{p}; E) &= \sum_{\tilde{p}_1, \vec{k}} [A^2(k) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}_1 - \vec{k}) \overline{\langle a^+(-\tilde{p}_1) a^+(\tilde{p}_1) \rangle}_1 + \\ &+ \frac{c}{N} D^2(\tilde{p}, \tilde{p}_1, \vec{k}) \Delta(\sigma - \sigma_1) \langle a^+(-\tilde{p}_1) a^+(\tilde{p}_1) \rangle_0] \left[\frac{1}{E - \varepsilon(p_1) - \omega(k)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{E - \varepsilon(p_1) \mp \omega(k)} \right]. \end{aligned}$$

После несложных алгебраических выкладок получаем

$$\begin{aligned}\bar{G}(\tilde{p}, \tilde{p}'; E) &= G(\tilde{p}; E) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}'), \\ \bar{G}'(\tilde{p}, \tilde{p}'; G) &= G'(\tilde{p}; E) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}'), \\ G(\tilde{p}; E) &= -\frac{1}{2\pi} \frac{E + \varepsilon(p) + M(\tilde{p}; E)}{R(\tilde{p}; E)}, \\ G'(\tilde{p}; E) &= +\frac{1}{2\pi} \frac{M'(\tilde{p}; -E)}{R(\tilde{p}; E)}.\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}R(\tilde{p}; E) &= \left[E - \frac{M(\tilde{p}; E) - M(\tilde{p}; -E)}{2} \right]^2 - \\ &- \left[\varepsilon(p) + \frac{M(\tilde{p}; E) + M(\tilde{p}; -E)}{2} \right]^2 - M'(\tilde{p}; E) M'(\tilde{p}; -E), \\ M(\tilde{p}; E) &= m_0(\tilde{p}; E) + M_1(\tilde{p}; E), \\ M'(\tilde{p}; E) &= m'_0(\tilde{p}; E) + M'_1(\tilde{p}; E).\end{aligned}$$

Отметим, что после усреднения система становится пространственно однородной и изотропной: усредненные величины зависят только от $p = |\vec{p}|$.

Спектр элементарных возбуждений определяется полюсами функции Грина, т. е. корнями уравнения

$$R(\tilde{p}; E) = 0. \quad (11)$$

При решении этого уравнения будем использовать известные приближения, которые не изменяют физическую картину сверхпроводящего состояния:

Пренебрегаем M . Как и в случае бездефектной решетки, M описывает изменение спектра электронов за счет электрон-фононного взаимодействия без учета образования куперовских пар, а M' дает щель в спектре. Таким образом, в пренебрежении M расчет дает изменение спектра, происходящего из-за спаривания электронов.

Пренебрегаем ImM' . Таким образом, не будем учитывать никаких процессов затухания и рассеяния элементарных возбуждений ([6], [7]).

Дальше вычисления проводятся, как в [6]. Получаем следующее интегральное уравнение:

$$\mathcal{M}'(\tilde{p}) = \sum_{\tilde{p}', \vec{k}} K(\tilde{p}, \tilde{p}', \vec{k}) \frac{\mathcal{M}'(p')}{\Omega(p')} \text{th} \frac{\Omega(p')}{2T}, \quad (12)$$

где $\Omega(p)$ — положительный корень уравнения (11);

$\mathcal{M}'(p; E) = ReM'(\tilde{p}; E)$; $\mathcal{M}'(p) = \mathcal{M}'(p; \Omega(p))$, T — температура.

Ядро $K(\tilde{p}, \tilde{p}', \vec{k})$ имеет вид

$$\begin{aligned}K(\tilde{p}, \tilde{p}', \vec{k}) &= \frac{1}{\omega(k)} \left[A^2(k) \Delta(\tilde{p} - \tilde{p}' - \vec{k}) + \right. \\ &+ \left. \frac{c}{N} D^2(\tilde{p}, \tilde{p}', \vec{k}) \Delta(\sigma - \sigma') \right] I(\varepsilon(p), \varepsilon(p')), \end{aligned}$$

где $I(\varepsilon, \varepsilon')$ — обрезающий фактор в модели БКШ:

$$I(\varepsilon, \varepsilon') = \begin{cases} 1, & \text{когда} \begin{cases} \mu - \omega_m < \varepsilon < \mu + \omega_m \\ \mu - \omega_m < \varepsilon' < \mu + \omega_m \end{cases} \\ 0 & \text{вне этой области} \end{cases}$$

$\omega_m = \omega(k_m)$ — граничная частота фононов.

Исследование уравнения (12) проводится при помощи метода, изложенного в [8]. Используя (4), получаем, что критическая температура T_c раствора AB дается выражением

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} \omega_m \exp \left\{ - \left(\frac{mp_F}{2\pi^2 \hbar^3} \left[A^2 + \frac{4mj'^2 [U_B(r_0) - U_A(r_0)]^2 c\mu}{\rho \omega_m^2} \right] \right)^{-1} \right\},$$

где $\ln \gamma = C = 0,577$ (C — постоянная Эйлера).

Для выявления влияния слагаемого к A^2 , вычислим отношение $\frac{T_c}{T'_c}$, где T'_c — критическая температура без учета этого слагаемого. Используя (4), получаем

$$\frac{T_c}{T'_c} = \exp \left(\frac{1}{\kappa'} - \frac{l}{1 + l} \right),$$

где $\kappa' = \frac{mp_F}{2\pi^2 \hbar^3} A^2$, $l = \frac{4ms^2}{\omega_m} \frac{\mu}{\omega_m} c\eta^2$,

$$\eta = \left| \frac{U_B(r_0) - U_A(r_0)}{U_A(r_0)} \right|. \quad \left(\frac{l}{l'} = 1 \right).$$

Величина $c\eta^2$ является малым параметром при учете второго слагаемого в (3), описывающего изменение электрон-фононного взаимодействия при наличии примесных дефектов типа замещения. Этот малый параметр не совпадает с упомянутым параметром $\frac{|M_i|}{\mu}$, малость которого позволила нам пренебрегать прямым взаимодействием электронов с дефектами B . Кроме того в выражении для T_c $c\eta^2$ умножено на большую величину $\frac{\mu}{\omega_m}$.

Отметим, еще что T_c не является критической температурой T_{cA} чистого вещества A , так как все постоянные в κ' определяются для раствора AB . Однако при малых концентрациях и малой разности атомов A и B (мало η) T_{cA} не отличается существенно от T'_c .

Для сверхпроводников κ' имеет значения 0,1—0,4. Для оценки порядка отношения $\frac{T_c}{T'_c}$ положим, например $\kappa' = 0,2$, $c = 0,1$, $\eta = 0,1$,

$m = 2m_0$, $s = 5 \cdot 10^5$ см·сек⁻¹, $\omega_m = 200^\circ\text{K}$; $\frac{\mu}{\omega_m} = 2 \cdot 10^2$. Получаем $\frac{T_c}{T'_c} = 1,07$.

Отметим, что значение 0,1 для c по порядку величины соответствует предельной концентрации для ряда твердых растворов.

Как известно [9], при очень малых концентрациях существенное значение имеет анизотропия электрон-фононного взаимодействия, которая для ряда сплавов приводит к понижению критической температуры. При повышении концентрации наблюдается повышение критической темпера-

туры сплавов по сравнению с таковой для чистого металла. Возможно, что рассмотренное изменение электрон-фононного взаимодействия в твердых растворах типа AB является одной из причин, порождающих упомянутое повышение критической температуры. Нужно добавить, что рассмотренная выше модель — сильно упрощенная. Она не учитывает ряда других эффектов (например, изменения спектра фононов, изменения топологии поверхности Ферми и т. д.), которые могли бы иметь известное значение при концентрациях, сравнимых с предельной. Оценка их, однако, составляет особую задачу.

В заключение выражают благодарность проф. В. Л. Бонч-Бруевичу за многочисленные полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., «Мир», 1968.
2. Абрикосов А. А., Горьков Л. П. ЖЭТФ, **35**, 1558, 1958; **36**, 319, 1959.
3. Бонч-Бруевич В. Л. Вопросы электронной теории сильно легированных полупроводников. В сб. «Итоги науки». М., 1966.
4. J. Appel. Phys. Rev., **156**, 421, 1967.
5. Иванов М. А., Кривоглаз М. А. «Физика твердого тела», **6**, 200, 1964.
6. Зубарев Д. Н. ДАН СССР, **132**, 1055, 1960.
7. Элиашберг Г. М. ЖЭТФ, **39**, 1437, 1960.
8. Зубарев Д. Н., Церковников Ю. А. НДВШ, физ.-мат. науки, № 2, 133, 1960.
9. Линтон Э. А. Сверхпроводимость. М., «Мир», 1964.

Поступила в редакцию
13.12 1968 г.

Кафедра
физики полупроводников