

3. Stern F. Pvoc 7th Intern. Conf. Phys. Semicond. Paris, p. 165, 1964.
4. Anderson W. IEEE Journ. Quant. Electronics., QE-1, 228, 1965.
5. Hatz J., Mohr E. IEEE Journ. Quant. Electronics, QE-3, 656, 1967.
6. Бреховских Л. Н. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.
7. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., «Советское радио», 1967.
8. Dument J. C. Appl. Phys. Lett., 10, 84, 1967.

Поступила в редакцию  
16.5 1969 г.

Кафедра  
физики колебаний

УДК 621.8.0343

Л. К. ЗАРЕМБО, В. А. КРАСИЛЬНИКОВ, ТХАЙ ТХАНЬ ЛОНГ

## О НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТАХ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Исследованию распространения нелинейных волн в диспергирующих средах за последние годы посвящено большое число работ. Это связано, в частности, с развитием нелинейной оптики и электродинамики. Нелинейные процессы для волн на поверхности жидкости имеют и самостоятельный интерес. Как известно, дисперсия капиллярных волн несколько более слабая (фазовая скорость  $\sim k^{1/2}$ , где  $k$  — волновое число), чем нормальная дисперсия световых волн ( $\sim k$ ). Для капиллярных волн относительно просто могут быть получены числа Маха  $M = v/c_1 \simeq 2\pi a/\lambda_1^2$  ( $v$  — амплитуда колебательной скорости,  $c_1$  — фазовая скорость первой гармоники,  $a$  — амплитуда волны,  $\lambda_1$  — ее длина) порядка дисперсионного числа  $D = (c_2 - c_1)/c_1$ , где  $c_2$  — фазовая скорость второй гармоники (для капиллярных волн на поверхности воды  $D = 0,26$ ). В нелинейной оптике этот случай пока не реализован.

Теория гравитационно-капиллярных и капиллярных волн конечной амплитуды развита в ряде работ [1—4]. Для стационарной капиллярной волны конечной амплитуды в [3] найдено точное решение для симметричной формы профиля волны, из которого следует закон дисперсии в виде  $\omega^2 = \sigma k^3/\rho [1 + (ka)^2/4]^{-1/2}$ , где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho$  — плотность жидкости. В работе [5] (см. также [6]) было показано, что нелинейные волны неустойчивы к малым изменениям амплитуды и фазы при  $a^2 \left( \frac{\partial \omega}{\partial a^2} \right)_0 / \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right)_0 < 0$ . Капиллярные волны, так же как и гравитационные, согласно этому критерию неустойчивы. О некоторых особенностях распространения капиллярных волн в условиях, при которых нелинейные явления играют существенную роль, и будет идти речь в этой заметке.

Капиллярные волны возбуждались на поверхности воды легким  $T$ -образным бойком, прикрепленным к диффузору звукового динамика. Для приема использовался поляризованный электрод: поверхности воды касалась тонкая железная проволока. В воде под проволокой располагался медный электрод; на проволочку и электрод подавалось постоянное поляризующее напряжение. Под действием капиллярной волны изменялась глубина погружения проволочки, в результате чего менялось сопротивление промежутка между ней и электродом. Возникающее при этом переменное напряжение усиливалось. Имелась возможность работать так же, как в режиме широкополосного усиления — наблюдать форму профиля волны, так и в узкополосном режиме на разных частотах, т. е. выделять различные гармоники. Нелинейные эффекты наблюдались на частотах 40—300 гц; в области 40—80 гц амплитуды  $a$  были порядка десятых—сотых долей сантиметра. На рис. 1 показана зависимость амплитуды второй гармоники  $A_{2\omega}$  в логарифмическом масштабе (при основной частоте, равной 80 гц) от расстояния до источника волны  $x$ ; на записи острые выбросы вверх — метки расстояния, отстоящие друг от друга на 1,5 см. Из-за дисперсии, как и следовало ожидать, амплитуда осциллирует. Период осцилляции близок к теоретическому  $\Delta = 2\pi/(2k_1 - k_2)$ , на частоте 80 гц теоретическое значение  $\Delta = 1$  см. Можно было наблюдать и более высокие гармоники, вплоть до пятой, которые также имели пространственные осцилляции. Нелинейное искажение волны происходит достаточно сильно (вторая гармоника в пер-

<sup>1</sup> Для характеристики капиллярных волн часто используется безразмерный параметр  $a/\lambda_1$ . Но для сравнения различных типов волн более удобно использование числа  $M$ .

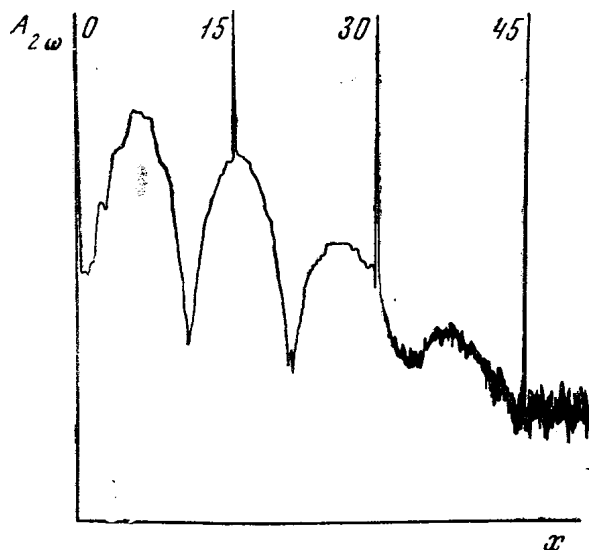


Рис. 1

ним фронтом и, наконец, 4) форма обратная 2-й: острые вершины и плоские впадины. Эти формы переходят по мере перемещения приемника друг в друга. Пространственный период изменения формы  $\sim (2-3)\lambda_1$ . Рис. 2. иллюстрирует последовательное изменение формы волны на расстояниях от источника звука  $x=2,92; 3,21; 3,50; 3,78$  см;

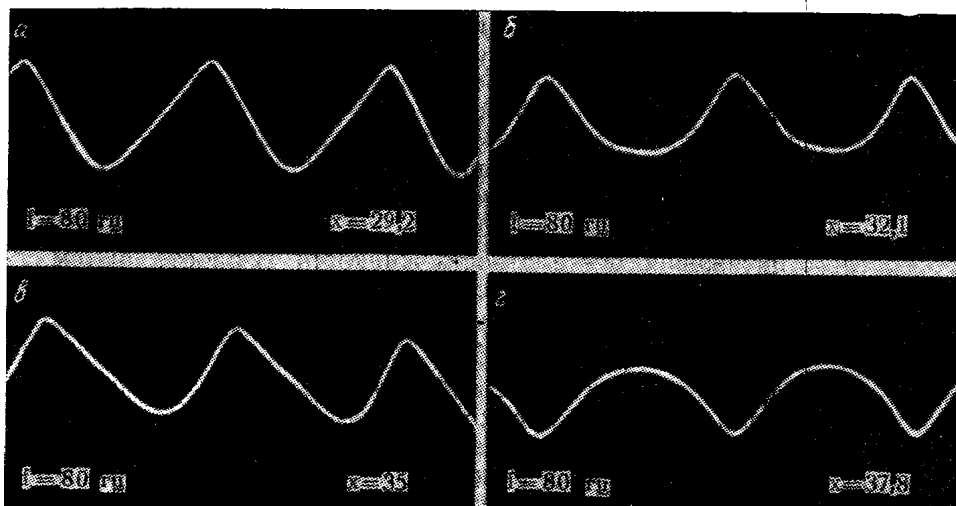


Рис. 2

осциллограммы получены на частоте 80 гц ( $\lambda_1=0,41$  см) при  $a=8,7 \cdot 10^{-2}$  см у источника волны, т. е. при  $M \approx 1,3 > D$ . На осциллограмме при  $x=3,5$  см видна капиллярная периодическая «ударная» волна. Таким образом, при  $M \sim 1$  и  $M > D$  возможно формирование разрывного, пилообразного профиля волны (довольно широкие крутые фронты, видимые на осциллограмме, по крайней мере частично объясняются особенностями приема). Дисперсия приводит к тому, что пилообразная форма волны неустойчива и происходит быстрый переход в пространстве от пилообразной волны к другим формам.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wilton J. R. Phyl. Mag., 29, 688, 1915.
2. Секерж-Зенькевич Я. И. ДАН СССР, 109, 913, 1956.
3. Crapper G. D. J. Fluid Mech., 2, 532, 1957.
4. Mc Goldrik L. F. J. Fluid Mech., 21, 305, 1965.
5. Lighthill M. J., J. Inst. Math. Appl., 1, 269, 1965; Proc. Roy. Soc., A299, 28, 1967.
6. Карнман В. И., Крушкаль Е. М. ЖЭТФ, 55, 530, 1968.

Поступила в редакцию  
18.5 1969 г.

Кафедра акустики