

А. Ф. КУРИН

К ТЕОРИИ МАЗЕРА НА ЦИКЛОТРОННОМ РЕЗОНАНСЕ

Теоретически рассматривается модель мазера на циклотронном резонансе с ТЕМ-полем резонатора в области расположения пучка электронов. Показана возможность генерации в случае нерелятивистских электронов при взаимодействии как с прямой, так и с обратной волнами; дано выражение для пускового тока. Сравняется степень влияния на отрицательное поглощение различных механизмов группировки в поле ТЕМ-волны в резонаторах, где время взаимодействия конечно, и в волноводах.

В основе работы мазеров на циклотронном резонансе (МЦР) лежит индуцированное излучение в активной среде, состоящей из электронов, вращающихся в магнитном или в скрещенных магнитном и электрическом полях. При взаимодействии электромагнитных волн с такими колеблющимися электронами на частоте, близкой к циклотронной или одной из ее гармоник, происходит группировка электронов и когерентное излучение образовавшихся сгустков. Анализ классическим и квантовым способами механизмов группировки изложен в работах [1, 2]. Тот факт, что неизохронные (частота колебаний зависит от энергии) осцилляторы способны отдавать свою энергию полю практически произвольной структуры, а при наличии неоднородности переменного поля отрицательное поглощение может иметь место в системе осцилляторов с любой степенью неизохронности, предполагает многообразие моделей МЦР, отличающихся структурой высокочастотного поля резонатора в объеме, занимаемом пучком электронов.

Количественные данные (пусковой ток, к. п. д., мощность, зависимость частоты генерации от настройки резонатора и т. д.), касающиеся различных моделей МЦР, можно найти в статьях [3—6]. Работа [3] посвящена генератору с винтовым пучком, взаимодействующим с теми типами колебаний резонатора, у которых характерный масштаб продольной (относительно направления постоянного магнитного поля) неоднородности поля велик по сравнению с длиной волны возбуждающихся колебаний. В [5] рассматривается простейшая модель МЦР с однородным электрическим полем резонатора, в [6] — взаимодействие с ТЕМ-типами колебаний резонатора Фабри—Перо при условии совпадения оси пучка с осью резонатора. Указанные три работы посвящены линейной теории. Нелинейная теория генератора, отвечающая на вопрос об электронном к. п. д., развита в [4]. Здесь рассматривается модель с однородной стоячей волной, магнитный компонент которой направлен вдоль постоянного магнитного поля, а взаимодействие, следовательно,

сопровождается поперечной группировкой релятивистских электронов под действием электрического поля резонатора.

В настоящей работе дается линейная теория МЦР, в резонаторе которого в месте расположения пучка поле имеет вид стоячей волны, образованной наложением двух встречных ТЕМ-волн, распространяющихся с произвольной фазовой скоростью вдоль направления постоянного магнитного поля.

Рассмотрим высокочастотный резонатор, возбуждаемый на одной частоте, у которого исключено взаимное влияние соседних типов колебаний. Известно [7], что соотношения для амплитуд электрического поля резонатора при частоте колебаний, близкой к одной из собственных частот резонатора, совпадают для закрытого и резонансной части поля открытого резонатора и представляются в виде

$$C_s = - \frac{i}{2(\omega - \omega_s) N_s} \int_{(V_0)} \vec{J} \vec{E}_s dV, \quad (1)$$

где C_s — амплитуда, $\omega_s = \omega_s' (1 - i/2 Q)$ — комплексная собственная частота s -ного типа колебаний, обладающего добротностью Q , ω_s' — действительная частота, N_s — норма, $\vec{J}$ — сторонний электрический ток, возбуждающий резонатор, $\vec{E}_s$ — распределение поля в объеме резонатора, V_0 — объем, занимаемый электронами.

Будем считать, что электроны, движущиеся по винтовым траекториям в постоянном однородном магнитном поле $\vec{H} = \vec{H} \vec{Z}_0$, находятся под действием поля резонатора:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \sin kz = \vec{E}_0 \sin n \frac{\pi}{l} z, \\ \vec{H} &= \frac{c}{\omega} [\vec{k} \vec{E}] = \alpha [\vec{z}_0 \vec{E}] \end{aligned} \quad (2)$$

с компонентами $E_t = H_z = 0$, т. е. поле в месте распространения пучка электронов представим в виде двух встречных плоских однородных волн с волновым числом $k = n\pi/l$ (l — длина резонатора, n — целое число). Такие условия обеспечиваются, например, в закрытых резонаторах, когда узкий пучок распространяется вдоль оси резонатора в максимуме электрического поля ТЕ-типа колебаний (z — компонент магнитного поля, равен нулю) или в максимуме магнитного поля ТМ-типа колебаний (z — компонент электрического поля, равен нулю), а также в резонаторе типа Фабри—Перо, если его ось направлена вдоль постоянного магнитного поля H .

Во втором выражении (2)

$$\alpha = \frac{n\pi}{l} / \frac{\omega}{c} = \frac{n}{q}$$

есть отношение числа n максимумов электрического поля к числу q полуволн в свободном пространстве на длине резонатора l . Для резонатора Фабри—Перо $\alpha = 1$ (незамедленные волны). Случай $\alpha < 1$ соответствует волнам (2), распространяющимся с фазовой скоростью, большей скорости света, случай $\alpha > 1$ — замедленным волнам.

Для нахождения комплексного значения электрического тока $\vec{J}$, возбуждающего колебания в резонаторе, воспользуемся методом кинетического уравнения с учетом релаксации, обусловленной конечным временем τ пребывания электронов в резонаторе. Выражения для тензора

проводимости $\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + i\sigma''_{ij}$ рассматриваемой активной среды получены в работе [8] и для распределения поля (2) записываются в виде

$$\sigma_{xx}^{(\pm)} = \sigma_{yy}^{(\pm)} = i\sigma_{yx}^{(\pm)} = -i\sigma_{xy}^{(\pm)} = -\frac{Ne^2}{c} \int d\vec{p} \frac{v_{\perp}^2}{4} (f_1 \pm f_2) g^{(\pm)}, \quad (3)$$

где

$$g^{(\pm)} = \frac{\tau + i\tau^2(\omega - \omega_c \mp \omega\alpha\beta_{\parallel})}{1 + \tau^2(\omega - \omega_c \mp \omega\alpha\beta_{\parallel})^2},$$

$$f_1 = \frac{1}{\beta_{\perp}} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}}, \quad f_2 = -\frac{\alpha\beta_{\parallel}}{\beta_{\perp}} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} + \alpha \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}},$$

f_0 — невозмущенная электромагнитным полем функция распределения электронов по импульсам, $\omega_c = eH/mc$ — электронная циклотронная частота, N — концентрация, $v_{\parallel}$ и $v_{\perp}$ — продольная и поперечная по отношению к направлению постоянного магнитного поля компоненты скорости, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$, $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$, c — скорость света. Индексы $+$ и $-$ указывают на взаимодействие с прямой и обратной волнами соответственно. Дальнейшее вычисление тензора σ_{ij} сводится к интегрированию выражений (3) в пространстве импульсов в цилиндрической системе координат.

Преобразуем далее соотношение (1). Выполняя в нем интегрирование с учетом распределения поля (2) в области, занятой пучком, и связи между компонентами тензора σ_{ij} , даваемой выражением (3), отделяя затем вещественную и мнимую части в (1), получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\omega'_s}{Q} + (\sigma'_{xx}(+) + \sigma'_{xx}(-)) \frac{V_0}{2N_s} &= 0, \\ \omega - \omega'_s - (\sigma''_{xx}(+) + \sigma''_{xx}(-)) \frac{V_0}{4N_c} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

первое из которых позволяет определить пусковой ток генератора. Связь частоты генерации ω с настройкой резонатора ω'_s может быть получена путем исключения из системы (4) концентрации электронов N , входящей в выражения для σ'_{xx} и σ''_{xx} .

Рассмотрим отдельно случай нерелятивистских электронов, считая их массу (а следовательно и циклотронную частоту ω_c) не зависящей от импульса p . Тогда для входящего в резонатор потока монохроматических по скоростям электронов с функцией распределения

$$f_0 = \delta(p_{\perp} - p_{\perp}^0) \delta(p_{\parallel} - p_{\parallel}^0) / 2\pi p_{\perp}^0 \quad (5)$$

при условии $\alpha\beta_{\parallel} < 1$ после интегрирования выражений (3) по частям с учетом зависимости τ от импульса $\tau = l\mu/p_{\parallel}$ получаем комплексный тензор проводимости

$$\sigma'_{xx}(+) = \frac{Ne^2\tau}{2\mu} \left[\frac{1 \mp \alpha\beta_{\perp}^2/2\beta_{\parallel}}{1+x^2} + \frac{\pm\alpha\beta_{\perp}^2 x^2/\beta_{\parallel} + \alpha^2 Q_c \beta_{\perp}^2 x}{(1+x^2)^2} \right], \quad (6)$$

$$\sigma''_{xx}(\pm) = \frac{Ne^2\tau}{2\mu} \frac{x^3 - \alpha^2 Q_c \beta_{\perp}^2 x^2/2 + (1 \mp \alpha\beta_{\perp}^2/\beta_{\parallel})x + \frac{\alpha^2 \beta_{\perp}^2 Q_c}{2}}{(1+x^2)^2}, \quad (7)$$

где μ — нерелятивистская масса, и $x^{(\pm)} = \tau[\omega(1 \mp \alpha v_{\parallel}/c) - \omega_c]$, $Q_c = \omega_c \tau$.

Его действительная часть, характеризующая поглощение, при $\beta_{\perp}^2 > 2/Q_c \alpha^2$ может стать отрицательной, т. е. рассматриваемая система нерелятивистских электронов способна усиливать электромагнитные волны. Механизм взаимодействия заключается здесь в продольной группировке электронов магнитным компонентом поля резонатора и в отдаче сгруппированными электронами их энергии вращения электрическому полю. При взаимодействии спирально движущихся электронов только с электрическим высокочастотным полем (например, когда волна распространяется поперек, а ее магнитный компонент ориентирован вдоль направления постоянного магнитного поля) для отрицательного погло-

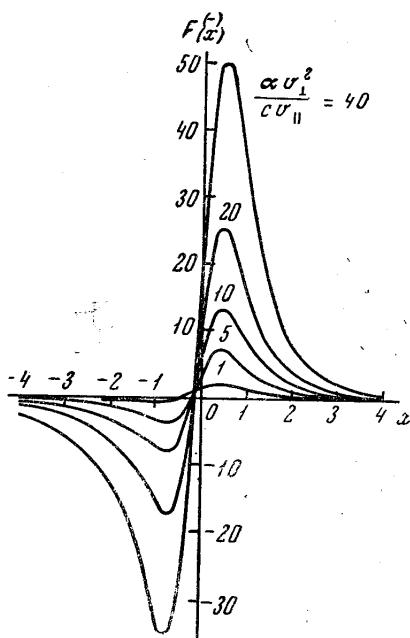


Рис. 1. Зависимость $\sigma'_{xx}(+)$ от x при различных значениях $\frac{\alpha v_{\perp}^2}{c v_{\parallel}}$, $n = 1$

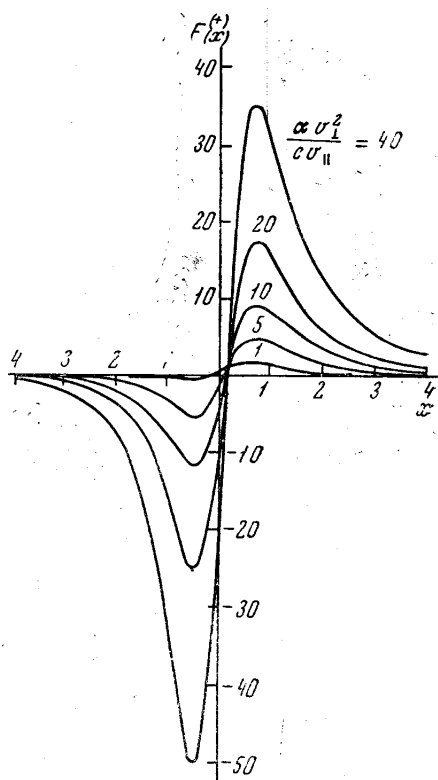


Рис. 2. Зависимость $\sigma'_{xx}(-)$ от x при различных значениях $\frac{\alpha v_{\perp}^2}{c v_{\parallel}}$, $n = 1$

щения необходимым моментом является неизохронность (зависимость частоты вращения от энергии) электронов.

При $\alpha v_{\perp}^2 / c v_{\parallel} \gg 1$ линейной группировкой под действием электрического поля можно пренебречь, и выражение (6) принимает наиболее простой вид

$$F_{(x)}^{(\pm)} \equiv \frac{\sigma'_{xx}^{(\pm)}}{Ne^2 \tau / 2\mu} = \frac{\alpha v_{\perp}^2}{2c v_{\parallel}} \frac{\pm x^2 + 2\pi i x \mp 1}{(1 + x^2)^2}, \quad (8)$$

откуда следует, что усиление в максимуме $\sim n^2$, а область частот, где оно осуществляется, $\sim n$. На рис. 1 и 2 в качестве примера представлены графики функции $F(x)$, построенные по формулам (6) и (8) для случая одного максимума ($n=1$) поля при нескольких значениях $\alpha v_{\perp}^2 / c v_{\parallel}$.

Анализ выражения (8) показывает, что в областях x , где $\sigma'_{xx}^{(+)}$ и $\sigma'_{xx}^{(-)}$ минимальны, они, накладываясь, мало влияют друг на друга при любом n , что позволяет представить, используя первое уравнение (4), величину пускового тока как при возбуждении генератора на прямой, так и на обратной волне

$$I \simeq 4 \cdot 10^2 \frac{U_{\parallel}^{3/2}}{U_{\perp}} \frac{N_s}{\alpha^2 Q l^3}. \quad (9)$$

В этом выражении величины ускоряющих напряжений в продольном $U_{\parallel}$ и поперечном $U_{\perp}$ по отношению к постоянному магнитному полю направлениях следует брать в вольтах, длину резонатора l — в сантиметрах, ток I — в амперах.

Рассмотрим релятивистский случай, когда масса электронов (а следовательно и циклотронная частота) зависит от импульса $m = (\mu^2 c^2 + p_{\perp}^2 + p_{\parallel}^2)^{1/2}/c$. Интегрирование выражения (3) с невозмущенной функцией распределения (5) приводит тогда к тензору проводимости

$$\sigma'_{xx}^{(\pm)} = \frac{Ne^2\tau}{2m} \left[\frac{B}{1+x^2} - 2 \frac{Dx^2 + Ax}{(1+x^2)^2} \right], \quad (10)$$

$$\sigma''_{xx}^{(\pm)} = \frac{Ne^2\tau}{2m} \frac{(B-D)x^3 - Ax^2 + (B+D)x + A}{(1+x^2)^2}, \quad (11)$$

$$B^{(\pm)} = 1 \mp \alpha\beta_{\parallel} \mp \alpha\beta_{\perp}^2/2\beta_{\parallel}, \quad D^{(\pm)} = \frac{(\beta_{\parallel} \mp \alpha)\beta_{\perp}^2/2\beta_{\parallel}}{1 \mp \alpha\beta_{\parallel}},$$

$$A^{(\pm)} = \frac{Qc\beta_{\perp}^2(1-\alpha^2)}{2(1 \mp \alpha\beta_{\parallel})}.$$

Проведем анализ выражения (10) на знак. В общем виде наиболее просто это сделать в случае слаборелятивистского движения электронов при условии $\alpha\beta_{\parallel} \ll 1$. Малость $\alpha\beta_{\parallel}$ означает, что мы пренебрегаем поперечной группировкой электронов высокочастотным магнитным полем, взаимодействующим с продольной (по отношению к статическому магнитному полю) составляющей скорости электрона. Эффективность указанного механизма при $\alpha\beta_{\parallel} \sim 1$ может оказаться сравнимой с действием электрического поля, приводящим, как известно [1, 2], к поперечной группировке электронов, а также с действием магнитного поля, приводящим к продольной группировке.

Числитель выражения (10) представляет собой квадратный трехчлен с дискриминантом K , равным

$$K = A^2 - B^2 + 2BD. \quad (12)$$

Условие $K > 0$ означает существование области x , в пределах которой возможно усиление. С учетом сделанных выше предположений неравенство $K > 0$ можно записать в виде

$$\beta_{\perp}^2/2\beta_{\parallel} > [\alpha^4(\pi q)^2 + \alpha^2(1 - 2(\pi q)^2) + (\pi q)^2]^{-\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Но поскольку в неравенстве (13) имеются только четные степени α , условия возникновения отрицательного поглощения в рассматриваемом слаборелятивистском случае при $\alpha\beta_{\parallel} \ll 1$ одинаковы для взаимодействия с прямой и обратной волнами.

Приведенный анализ показывает, что величина α существенно меняет условия возникновения отрицательного поглощения. Так, при $\alpha \ll 1$ для $\sigma_{xx} < 0$ необходимо

$$\beta_{\perp}^2 > 2/Q_c, \quad (14)$$

в то время как при $\alpha \sim 1$

$$\beta_{\perp}^2 > 2\alpha\beta_{\parallel}. \quad (15)$$

Поскольку в первом случае действие на электроны магнитного поля резонатора незначительно и усиление обусловлено квадратичной группировкой электронов в электрическом поле (1), условие (14) совпадает с соответствующим выражением работы [5], где рассматривается модель МЦР с однородным электрическим полем резонатора. При увеличении α электроны оказываются под действием как электрического (поперечная группировка), так и магнитного (продольная группировка) полей. Это приводит к тому, что для $\alpha \sim 1$ усиление оказывается возможным только при малых продольных скоростях $\beta_{\parallel}$ (см. (15)) и в более узком по сравнению со случаем сильно ускоренной волны ($\alpha \ll 1$) интервале частот. Случай $\alpha \gg 1$ дает $\sigma_{xx} < 0$ при $\beta_{\perp}^2 > 2/Q_c \alpha^2$. Здесь пространственная группировка оказывается преобладающей. Заметим, что нерелятивистская формула (9) для пускового тока генератора справедлива именно для $\alpha \gg 1$, поскольку уменьшение α требует учета релятивистских эффектов даже при скоростях электронов, малых по сравнению со скоростью света. Релятивистские формулы (10), (11) при $\alpha \gg 1$ переходят в нерелятивистские (6), (7).

Как видно, в отличие от волноводов [9], где время взаимодействия бесконечно, в резонаторе возможно усиление и незамедленных волн ($\alpha = 1$) (см. (13)). Условие $K = 0$ при нашем подходе к анализу возможности усиления эквивалентно обращению в нуль параметра усиления в работе [9].

Из соотношения (10) получаются формулы для области частот, в которой $\sigma_{xx} < 0$. Так, в слаборелятивистском случае при $\alpha \ll 1$ имеем $\Delta\omega \approx \beta_{\perp}^2 \pi q c / l$, при $\alpha \gg 1$ ($\alpha\beta_{\parallel} \ll 1$) в случае прямой волны — $\Delta\omega \approx 2\pi q c \beta_{\parallel} / l$. Отсюда следует, что $\Delta\omega \rightarrow 0$ при $\beta_{\perp} \rightarrow 0$ в условиях преобладания продольной группировки под действием магнитного поля волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов А. В. ЖЭТФ, 39, № 2 (8), 326, 1960.
2. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. «Изв. вузов», радиофизика, 10, № 9—10, 1414, 1967.
3. Петелин М. И., Юлпатов В. К. «Изв. вузов», радиофизика (в печати).
4. Рапопорт Г. А., Немак А. К., Жураховский В. А. «Радиотехника и электроника», 12, вып. 4, 633, 1967.
5. Курин А. Ф. «Изв. вузов», радиофизика, 10, № 8, 1160, 1967.
6. Курин А. Ф. «Радиотехника и электроника» (в печати).
7. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., «Советское радио», 1966.
8. Гальцов Д. В., Павленко Ю. Г. «Вестн. Моск. ун-та», физ., astron., № 3, 114, 1968.
9. Гапонов А. В., Юлпатов В. К. «Радиотехника и электроника», 12, № 4, 627, 1967.

Поступила в редакцию
27.2 1969 г.

Кафедра оптики