

Ю. М. ЛОСКУТОВ, В. М. ЗАХАРЦОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ФОТОНОВ ЭЛЕКТРОНАМИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассмотрен эффект отражения электронов от магнитного поля, заполняющего полу-пространство. Найдено дифференциальное сечение тормозного излучения и полная потеря энергии при однократном отражении. Показано, что излучение фотонов при отражении приводит к преимущественной поляризации электронов в направлении против поля. Для нерелятивистских электронов степень такой поляризации близка к единице.

Известно, что электрон, движущийся во внешнем магнитном поле, является источником электромагнитного излучения [1—4]. Анализ характеристик этого излучения и его влияния на движение и поляризацию электронов проведен, например, в [5—10]. Однако во всех исследованиях предполагалось, что магнитное поле является пространственно неограниченным.

Представляет интерес рассмотреть эффекты, возникающие при движении электронов в пространственно ограниченной области магнитного поля. Ниже будет исследован простейший случай, когда однородное и постоянное магнитное поле заполняет полупространство $y > 0$:

$$H_x = H_y = 0, \quad H_z = \begin{cases} H & \text{при } y > 0, \\ 0 & \text{при } y < 0. \end{cases} \quad (1)$$

В этом случае вектор-потенциал $\vec{A}$ можно задать в виде:

$$A_y = A_z = 0, \quad A_x = \begin{cases} -yH & \text{при } y \geq 0, \\ 0 & \text{при } y \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Волновую функцию стационарного состояния электрона естественно искать в виде [11]

$$\Psi(\vec{r}, t) = e^{-icKt} e^{ik_1x + ik_3z} \psi(y), \quad (3)$$

где K определяет энергию электрона $E = \hbar c K$, k_3 — z -компонент импульса $p_3 = \hbar k_3$, а k_1 — y -координату центра «вращения» электрона $y_0 = \hbar k_1 / e_0 H$.

Спинор $\psi(y)$ вместе со своими производными непрерывен на плоскости $y = 0$. Энергетический спектр электрона в магнитном поле (1) имеет две существенно различные области:

$$k_1^2 \leq K^2 - k_0^2 - k_3^2 = 2\gamma\lambda. \quad (4)$$

$$0 \leq \sqrt{2\gamma\lambda} \leq k_1, \quad (4')$$

где $k_0 = m_0 c / \hbar$, $\gamma = e_0 H / c \hbar$.

Область энергий (4) соответствует отражению электрона от магнитного поля, т. е. случаю непрерывного спектра. В интервале энергий (4'), как показывает сопоставление с классической теорией, электрон совершает периодическое движение в пространственной области, заполненной магнитным полем.

Поскольку оператор поляризации $\mu_3 = m_0 c \sigma_3 + \rho_2 [\vec{\sigma} \vec{P}]_3$ при пренебрежении полем излучения коммутирует с гамильтонианом как в области $y \leq 0$, так и в области $y \geq 0$, то нормированная функция $\psi(y)$, разбитая по состояниям поляризации вдоль и против магнитного поля, будет иметь вид

$$\psi(y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A_+(B_+ + \zeta B_-) \Phi_{\lambda-1}(y) \\ -\zeta A_-(B_+ - \zeta B_-) \Phi_{\lambda}(y) \\ A_+(B_+ - \zeta B_-) \Phi_{\lambda-1}(y) \\ \zeta A_-(B_+ + \zeta B_-) \Phi_{\lambda}(y) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$\Phi_{\lambda-1} = \begin{cases} \sin(k_2 y + \delta) & y < 0, \\ -N \sqrt{\lambda} D_{\lambda-1}(\xi) & y > 0; \end{cases} \quad \Phi_{\lambda} = \begin{cases} \sin(k_2 y + \delta + \varphi) & y < 0, \\ ND_{\lambda}(\xi) & y > 0, \end{cases}$$

$D_{\lambda}(\xi)$ — функции параболического цилиндра [12], $\xi = \sqrt{2\gamma} \left(y - \frac{k_1}{\gamma} \right)$, а фазы φ и δ и нормировка N определены равенствами:

$$\begin{aligned} k_1 + ik_2 &= \sqrt{2\gamma\lambda} e^{i\varphi}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi, \\ e^{i\delta} &= \frac{D_{\lambda}(\xi_0) + \sqrt{\lambda} D_{\lambda-1}(\xi_0) e^{-i\varphi}}{|D_{\lambda}(\xi_0) + \sqrt{\lambda} D_{\lambda-1}(\xi_0) e^{-i\varphi}|}, \quad \xi_0 = -\frac{2k_1}{\sqrt{2\gamma}}, \\ N &= \frac{\sin \varphi}{|D_{\lambda}(\xi_0) + \sqrt{\lambda} D_{\lambda-1}(\xi_0) e^{-i\varphi}|}. \end{aligned}$$

Спинорные коэффициенты $A_{\pm}$ и $B_{\pm}$ в (5) имеют вид

$$A_{\pm} = \sqrt{1 \pm \zeta \frac{k_0}{K_0}}, \quad B_{\pm} = \sqrt{1 \pm \frac{k_3}{K}}, \quad (6)$$

где $K_0 = \sqrt{K^2 - k_3^2}$, а $\zeta = \pm 1$ соответствуют поляризации электрона вдоль и против магнитного поля.

Волновую функцию продольно-поляризованных электронов можно получить с помощью (5) соответствующей заменой спинорных коэффициентов (6) (см. [8]).

Заметим, что в случае (4') спектр λ , определяющий дискретные значения энергии электрона, находится из уравнения

$$\frac{d}{d\xi_0} \ln |D_{\lambda}(\xi_0)| = \sqrt{\frac{\xi_0^2}{4} - \lambda}.$$

Рассмотрим тормозное излучение электронами при их отражении от магнитного поля. В первом порядке теории возмущений вероятность перехода в единицу времени имеет вид ($c = \hbar = 1$)

$$dw = \frac{e_0^2 |u_{if}|^2}{(2\pi)^2 \kappa} \delta(K - K' - \kappa) \delta(k_1 - k'_1 - \kappa_1) \delta(k_3 - k'_3 - \kappa_3) d^3 k' d^3 \kappa, \quad (7)$$

где $\vec{\kappa}$ — волновой вектор излученного фотона, а штрихованные величины относятся к электрону в конечном состоянии [13]. В результате суммирования по поляризационным состояниям фотона получаем

$$|u_{if}|^2 = |\vec{\alpha}|^2 - |\vec{\alpha}\kappa_0|^2, \quad \vec{\kappa}_0 = \frac{\vec{\kappa}}{\kappa}, \quad (8)$$

где

$$\bar{\alpha}_i = \int dy \psi'^+(y) \alpha_i \psi(y) e^{-i\kappa_2 y},$$

а α_i — известные матрицы Дирака.

С помощью (5) находим

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= (B'_+ B_- + \zeta \zeta' B'_- B_+) [A'_+ A_- I(\lambda' - 1, \lambda) + \zeta \zeta' A'_- A_+ I(\lambda', \lambda - 1)], \\ \bar{\alpha}_2 &= -i (B'_+ B_- + \zeta \zeta' B'_- B_+) [A'_+ A_- I(\lambda' - 1, \lambda) - \zeta \zeta' A'_- A_+ I(\lambda', \lambda - 1)], \\ \bar{\alpha}_3 &= (B'_+ B_- - \zeta \zeta' B'_- B_-) [A'_+ A_+ I(\lambda' - 1, \lambda - 1) + \zeta \zeta' A'_- A_- I(\lambda', \lambda)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь функция

$$I(\mu', \nu) = \int \Phi_{\mu'}(y) \Phi_{\nu}(y) e^{-i\kappa_2 y} dy \quad (10)$$

и не зависит от поляризационных состояний электрона. Как видно из (9), (8), (7), излучение фотонов при отражении от магнитного поля может идти как без изменения, так и с изменением поляризации электронов.

В нерелятивистском приближении вычисление матричных элементов можно провести, пренебрегая импульсом отдачи в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Проанализируем подробнее случай, когда падающие электроны налетают на плоскость $y=0$ под прямым углом, а число λ является целым $\lambda=2n$. Полагая в (10), (9) и (7) $k_1=k_3=0$ и интегрируя (7) по импульсу электрона в конечном состоянии, для дифференциального сечения тормозного излучения получаем выражение

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{e_0^2}{(2\pi)^2} \frac{K(K-\kappa)}{2\gamma^2 \sqrt{\lambda\lambda'} (\lambda-\lambda')^2} \left(1 + \zeta \zeta' \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{K'^2} \cos^2 \theta} \right) F(\lambda'). \\ &\left\{ \left[A'_+ A_- \frac{\sqrt{\lambda'} \cos \frac{\pi\lambda'}{2}}{(\lambda+1-\lambda')} + \zeta \zeta' A'_- A_+ \frac{\sqrt{\lambda} \cos \frac{\pi\lambda'}{2}}{(\lambda-1-\lambda')} \right]^2 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) + \right. \\ &\left. + \left[A'_+ A_- \frac{\sqrt{\lambda'} \cos \frac{\pi\lambda'}{2}}{(\lambda+1-\lambda')} - \zeta \zeta' A'_- A_+ \frac{\sqrt{\lambda} \cos \frac{\pi\lambda'}{2}}{(\lambda-1+\lambda')} \right]^2 (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) \right\} \kappa d\kappa d\Omega, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$F(\lambda') = \frac{\Gamma^2\left(\frac{\lambda'+1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{\lambda'+1}{2}\right) \cos^2 \frac{\pi\lambda'}{2} + \Gamma\left(\frac{\lambda'}{2} + 1\right) \Gamma\left(\frac{\lambda'}{2}\right) \sin^2 \frac{\pi\lambda'}{2}} \approx 1$$

является медленно изменяющейся функцией при $\lambda' > 1$, $2\gamma\lambda' = 2\gamma\lambda - 2\kappa K + \kappa^2 \sin^2 \theta$, а θ и φ — сферические углы волнового вектора излученного фотона.

Из (11) следует, что в нерелятивистском приближении спектр тормозного излучения имеет главный максимум, соответствующий основной гармонике $\kappa = \gamma/K$, а также ряд побочных максимумов, соответствующих более высоким гармоникам [14]. Излучение фотонов происходит как без изменения поляризации электронов $\zeta\zeta' = 1$ — основной процесс, так и с переориентацией вектора поляризации $\zeta\zeta' = -1$. В последнем случае (см. (11) и (6)) подавляющей оказывается переориентация из состояния $\zeta = 1$ в состояние $\zeta' = -1$ (обратная переориентация пренебрежимо мала). В области главного максимума дифференциальное сечение тормозного излучения, сопровождаемого изменением поляризации электронов, имеет вид

$$d\sigma = \frac{e_0^2}{(2\pi)^2} \frac{K(K-\kappa) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{K'^2} \cos^2 \theta} \right)}{2\gamma^2 \sqrt{\lambda\lambda'} (\lambda - \lambda')^2} F(\lambda') \times \\ \times \left(1 - \zeta' \frac{k_0}{K_0'} \right) \left(1 - \zeta' \frac{k_0}{K} \right) \frac{\lambda \cos^2 \frac{\pi\lambda'}{2}}{(\lambda - 1 - \lambda')^2} (1 + \cos^2 \theta) \kappa d\kappa d\Omega.$$

Таким образом, тормозное излучение фотонов электронами, отражающимися от магнитного поля, приводит, как и в случае пространственно неограниченного магнитного поля, к радиационной поляризации электронов в направлении против поля.

Отметим в заключение, что полная потеря энергии электрона при однократном отражении от магнитного поля определяется выражением $\Delta E = (2\pi/3) \alpha m_0 c^2 \beta^2 (H/H_0)$, где $H_0 = m_0^2 c^3 / e_0 \hbar$.

Авторы благодарят проф. А. А. Соколова за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lienard A. L'Eclairage Elec., 16, 5, 1898.
2. Schott G. A. Ann. Phys., 24, 635, 1907.
3. Иваненко Д. Д., Померанчук И. Я. ДАН СССР, 44, 343, 1944.
4. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. ДАН СССР, 59, 1551, 1948.
5. Соколов А. А., Тернов И. М. ЖЭТФ, 31, 473, 1956.
6. Соколов А. А., Тернов И. М., Лоскутов Ю. М. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 3, 101, 1964.
7. Тернов И. М., Лоскутов Ю. М., Коровина Л. И. ЖЭТФ, 41, 1294, 1961.
8. Сб. «Синхротронное излучение». М., «Наука», 1966.
9. Королев Ф. А., Марков В. С., Акимов Е. М., Куликов О. Ф. ДАН СССР, 110, 542, 1956.
10. Куликов О. Ф., Лоскутов Ю. М., Яров А. С. «Ядерная физика», 5, вып. 4, 810, 1967.
11. Клепиков Н. П. ЖЭТФ, 26, 19, 1954.
12. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т. 2. М., «Наука», 1966.
13. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
14. Багров В. Г., Дорофеев О. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 97, 1966.

Поступила в редакцию
26.3 1969 г.

Кафедра
теоретической физики