Рассмотренная модификация трехмерного х. и. двухметрического формализма совпадает с первоначальной, если пространственная и временная метрики системы отсчета удовлетворяют условиям $S^{\lambda}_{\mu\nu}=0$, $\frac{\partial^* \varepsilon_{ik}}{\partial t}=0$.

Поступила в редакцию
28.4 1969 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 535.14

В. С. МИНЕЕВ, А. Р. ФРЕНКИН

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНОМ ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ

Излучение Вавилова—Черенкова возникает при движении релятивистских заряженных частиц в диэлектрических средах. В теоретических исследованиях обычно рассматривается случай линейной зависимости индукции от электрического поля (см. [1]), в связи с чем интенсивность излучения не зависит от знака релятивистских частиц. Представляет несомненный интерес рассмотрение излучения Вавилова—Черенкова в нелинейных средах, свойства которых интенсивно исследуются в оптике. В таких средах излучение Вавилова — Черенкова уже будет зависеть от знака заряда частиц. Например, излучение электронов и позитронов одинаковой энергии будет различным. Это дает принципиальную возможность использования излучения Вавилова—Черенкова для регистрации знака заряженных частиц.

В настоящей работе в качестве примера рассматриваются особенности излучения Вавилова—Черенкова в одноосном нелинейном кристалле при движении частиц вдоль оптической оси. В этом случае при учете лишь частотной дисперсии связь индукции и электрического поля дается формулой

$$D_i(\omega)=\sum_{k=1}^{3}\varepsilon_{ik}(\omega)E_k(\omega)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{j,k=1}^{3}\int d\omega'\alpha_{ijk}(\omega,\omega')E_j(\omega-\omega')E_k(\omega'), \qquad (1)$$

где $D_i(\omega)$, $E_i(\omega)$, $\alpha_i(\omega)$ — фурье-компоненты соответствующих величин, определенные как

$$E_i(r,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int e^{-i\omega t}E_i(\vec{r},\omega)\,d\omega.$$

Кроме того, тензор диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ik}(\omega)$ диагонален в системе, где ось z направлена вдоль оптической оси кристалла, а оси x и y выбраны произвольно, причем

$$\varepsilon_x(\omega)=\varepsilon_y(\omega)=\varepsilon_\rho(\omega),\quad \varepsilon_z(\omega)\neq\varepsilon_\rho(\omega).$$

Уравнения Максвелла имеют вид

$$\mathrm{rot}\,\vec{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\vec{j},\quad \mathrm{rot}\,\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \qquad (2)$$

$$\mathrm{div}\,\vec{D}=4\pi\rho,\quad \mathrm{div}\,\vec{H}=0,$$

где

$$\rho=e\delta(\vec{r}-\vec{v}t),\quad j=\rho\vec{v},\quad \mu=1.$$

Для вычисления величин электрического и магнитного полей удобно перейти к фурье-компонентам:

$$E_i(r,t)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}E_i(\vec{k})\,d^3k,$$

причем $\omega=k_z v$, $E_i(\vec{k})=E_i(k_1,\ k_2,\ \omega/v)$.

Тогда для напряженности электрического поля $E_i(\vec{k})$ из (2) можно получить уравнения

$$\vec{k}^2 \vec{E}(\vec{k}) - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{D}(\vec{k}) - \vec{k}(\vec{k}E(\vec{k})) = \frac{2ie\vec{v}\omega}{c^2\sqrt{2\pi}}. \quad (3)$$

Считая поправку $\alpha_i(k)$ малой, для решения уравнений (3) можно воспользоваться методом последовательных приближений, положив

$$E_i(\vec{k}) = E_i^{(0)}(\vec{k}) + \Delta E_i(\vec{k}), \quad \Delta E_i(\vec{k}) = d_i(\omega)\Delta\widetilde{E}_i(\vec{k}). \quad (4)$$

Здесь $\alpha_i(\omega)$ — безразмерные параметры, которые будут оценены в дальнейшем. Подставляя значения (4) в уравнение (3), получаем в нулевом порядке теории возмущений

$$E_3^{(0)}(\vec{k}) = \frac{2iev\lambda^2(\omega)}{\sqrt{2\pi}\omega\varepsilon_3(\omega)} \frac{1}{k_\rho^2 - \lambda^2(\omega)}, \quad (5)$$

$$E_\nu^{(0)}(\vec{k}) = -\frac{2iek_\nu}{\sqrt{2\pi}\varepsilon_\rho(\omega)} \frac{1}{k_\rho^2 - \lambda^2(\omega)}, \quad \nu = 1,2, \quad (6)$$

где

$$\lambda^2(\omega) = \frac{\omega^2}{v^2} \frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)} (\beta^2\varepsilon_\rho(\omega) - 1),$$

$$\left(\beta = \frac{v}{c}\right).$$

Правила обхода полюсов в знаменателях выражений (5), (6) определяются при малом затухании формулой

$$\frac{1}{k_\rho^2 - \lambda^2(\omega)} = P\frac{1}{k_\rho^2 - \lambda^2(\omega)} + i\pi \frac{\omega}{|\omega|} \frac{\gamma(\omega)}{|\gamma(\omega)|} \delta(k_\rho^2 - \lambda^2(\omega)),$$

$$\gamma(\omega) = \frac{\omega^2}{v^2} \left\{\gamma_3(\omega)\left(\beta^2 - \frac{1}{\varepsilon_\rho(\omega)}\right) + \gamma_\rho(\omega)\frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)}\right\}.$$

Здесь $\gamma_3(\omega)$ и $\gamma_\rho(\omega)$ — малые мнимые части $\varepsilon_3(\omega)$ и $\varepsilon_\rho(\omega)$ соответственно. Тогда величины $E_i^{(0)}(\vec{r}, \omega)$ даются формулами

$$E_3^{(0)}(\vec{r}, \omega) = -\frac{e^{i\frac{\omega}{v}z}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi e\lambda^2(\omega)}{\omega\varepsilon_3(\omega)} \mathscr{H}_0(\lambda(\omega)\rho),$$

$$E_\nu^{(0)}(\vec{r}, \omega) = \frac{x_\nu}{\rho} E_\rho^{(0)}(\vec{r}, \omega), \quad \nu = 1, 2, \quad \rho^2 = x^2 + y^2,$$

$$E_\rho^{(0)}(\vec{r}, \omega) = \frac{e^{i\frac{\omega}{v}z}}{\sqrt{2\pi}} \frac{ie\pi\lambda(\omega)}{v} \mathscr{H}_1(\lambda(\omega)\rho),$$

где

$$\mathscr{H}_i(\lambda(\omega)\rho) = \frac{\omega}{|\omega|} \frac{\gamma(\omega)}{|\gamma(\omega)|} J_i(\lambda(\omega)\rho) + iN_i(\lambda(\omega)\rho),$$

$J_i(\lambda(\omega)\rho)$ и $N_i(\lambda(\omega)\rho)$ — функции Бесселя и Неймана порядка i.

Для поправки $\Delta E_i(\vec{k})$, обусловленной наличием нелинейного члена $\alpha_{ijk}(\omega, \omega')$ в выражении (1), имеем уравнение

$$\left(\vec{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_i(\omega)\right)\Delta E_i(\vec{k}) + \frac{k_ik_3}{\varepsilon_\rho(\omega)}(\varepsilon_3(\omega) - \varepsilon_\rho(\omega))\Delta E_i(\vec{k}) = \frac{\omega^2}{c^2}\alpha_i(\vec{k}) - \frac{k_i(\vec{k}\alpha(\vec{k}))}{\varepsilon_\rho(\omega)},$$

откуда следует

$$\Delta E_3(\vec{k})=\frac{1}{\varepsilon_\rho(\omega)(k^2-\lambda^2(\omega))}\left\{\lambda_\rho^2(\omega)\,\alpha_3(\vec{k})-\frac{\omega}{v}\,(k_1\alpha_1(\vec{k})+k_2\alpha_2(\vec{k})\right\},$$

где

$$\lambda_\rho^2(\omega)=\frac{\varepsilon_\rho(\omega)}{\varepsilon_3(\omega)}\,\lambda^2(\omega).$$

Учитывая, что потери энергии определяются соотношением

$$\frac{dw}{dz}=eE_3(\vec{r},t)\Big|_{\substack{z=vt\\ \rho=0}},$$

для нелинейной поправки к напряженности поля $\Delta E_3(\vec{r},t)$ можно получить

$$\Delta E_3(r,t)=-\frac{i}{2e(2\pi)^{3/2}}\sum_{j,k}\int\omega d\omega d\omega' e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)}\,dx'dy'\left\{\alpha_{3jk}(\omega,\omega')\,\widehat{E}_3^{(0)}(\omega,\widetilde{\rho})+\right.$$

$$\left.+\sum_{\nu=1,2}\alpha_{\nu jk}(\omega,\omega')\,\frac{(x_\nu-x'_\nu)}{\widetilde{\rho}}\,\widehat{E}_\rho^{(0)}(\omega,\widetilde{\rho})\right\}\widetilde{E}_j^{(0)}(\omega-\omega',x',y')\,\widetilde{E}_k^{(0)}(\omega',x',y'). \qquad (7)$$

где

$$\widetilde{\rho}^{(2)}=(x-x')^2+(y-y')^2,$$

$$E_i^{(0)}(\omega,x,y,z)=e^{-i\frac{\omega}{v}z}\,\widehat{E}_i^{(0)}(\omega,x,y),$$

а поправка к интенсивности излучения равна

$$\Delta\left(\frac{dw}{dz}\right)=-\frac{i}{(2\pi)^{3/2}}\sum_{jk}\mathrm{Re}\int_0^\infty\omega d\omega\int_{-\infty}^\infty d\omega'\;J\omega'\left\{\alpha_{3jk}(\omega,\omega')\,\beta_{3jk}(\omega,\omega-\omega',!)\right.-$$

$$\left.-\sum_{\nu=1,2}\alpha_{\nu jk}(\omega,\omega')\,\beta_{\nu jk}(\omega,\omega-\omega',\omega'),\right. \qquad (8)$$

$$\beta_{ijk}(\omega,\omega_1\omega_2)=\int dxdy\widetilde{E}_i^{(0)}(\omega,\rho)\,\widetilde{E}_j^{(0)}(\omega_1,\rho)\,\widetilde{E}_k^{(0)}(\omega_2,\rho).$$

С учетом свойств симметрии коэффициентов $\alpha_{ijk}(\omega,\omega')$ и $\beta_{ijk}(\omega,\omega_1,\omega_2)$ в случае малого затухания имеет место следующая формула для нелинейных потерь:

$$\Delta\left(\frac{dw}{dz}\right)=-\frac{i}{(2\pi)^{3/2}}\sum_{ij}\mathrm{Re}\int_0^\infty\omega d\omega\int_{-\infty}^\infty d\omega'\,\{\alpha_{333}(\omega,\omega')\,\beta_{333}(\omega,\omega-\omega',\omega')+$$

$$+2\alpha_{311}(\omega,\omega')\,\beta_{311}(\omega,\omega-\omega',\omega')-2\alpha_{311}(\omega',\omega)\,\beta_{311}(\omega',\omega-\omega',\omega)-$$

$$-2\alpha_{311}(\omega-\omega',\omega)\,\beta_{311}(\omega-\omega',\omega,\omega'). \qquad (9)$$

В формулах (7), (8), (9) интегрирование по ω ведется лишь по области частот, для которых выполнено условие излучения $\lambda^2(\omega)>0$, а интеграл по ω' берется по всем частотам.

Из формулы (9) видно, что в нелинейной среде происходит добавочное взаимодействие электромагнитного излучения с неоднородностями, вызванными самим полем излучения. При этом конические волны излучает весь объем кристалла, вдоль оптической оси которого движется частица, а не только сама частица, как в линейной среде. Наряду с обычной трансформацией двух поперечных волн с частотами ω' и $\omega-\omega'$, таких что $\lambda^2(\omega')>0$, $\lambda^2(\omega-\omega')>0$, в волну с частотой ω в нелинейном кристалле происходит преобразование двух продольных кулоновских полей в черенковскую волну $\lambda^2(\omega')<0$, $\lambda^2(\omega-\omega')<0$, или же рассеяние волны излучения на продольном поле (одна из величин $\lambda^2(\omega')$ или $\lambda^2(\omega-\omega')$ меньше нуля, а другая больше нуля) с изменением частоты волны. В двух последних случаях эффективно излучает лишь узкий цилиндр вблизи траектории.

Из формулы (1) видно, что разложение ведется по безразмерным параметрам (см. (4))

$$\alpha_i(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_i(\omega) E_i(\omega)} \sum_{j,k} \int \alpha_{ijk}(\omega, \omega') E_j(\omega-\omega') E_k(\omega') d\omega'.$$

С учетом того, что дисперсия нелинейных коэффициентов $\alpha_{ijk}(\omega, \omega')$ в оптическом интервале частот мала [2] и что основной вклад дает поле релятивистской частицы на расстояниях порядка $1/\lambda(\omega)$, параметры разложения $\alpha_i(\omega)$ можно приближенно представить в виде

$$\alpha_i(\omega) \approx e\lambda^2(\overline{\omega}) \sum_{j,k} \alpha_{ijk}(\omega, \overline{\omega}) n_j(\omega, \overline{\omega}) n_k(\omega, \overline{\omega}),$$

где $\overline{\omega}$ — некоторая средняя частота в черенковском интервале частот, $n_k(\omega, \overline{\omega})$ — безразмерные величины порядка 1. Для релятивистских частиц $v \sim c$ и значение $\omega \sim 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{сек}$, откуда

$$\alpha_i(\omega) \sim 10 \sum_{j,k} \alpha_{ijk}(\omega, \overline{\omega}) n_j(\omega, \overline{\omega}) n_k(\omega, \overline{\omega}).$$

Для известных одноосных кристаллов значения величин $\alpha_{ijk}(\omega, \omega')$ в рассматриваемом диапазоне частот достигает 10^{-6} *ед.* CGSE, что дает оценку $\alpha_i(\omega) \sim 10^{-5}$, т. е. учет нелинейности приводит к эффектам, на несколько порядков большим квантовых поправок.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому и В. Б. Гостеву за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотовский Б. М. «Успехи физич. наук», **62**, 201, 1957; **75**, 295, 1961.
2. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., «Мир», 1966.

Поступила в редакцию
2.7 1969 г.

Кафедра
квантовой теории

УДК 621.039.564

Б. М. МАХМУДОВ, В. Л. МАДУЕВ

ИЗМЕРЕНИЕ ПОГЛОЩЕННОЙ ДОЗЫ КОСМИЧЕСКОЙ РАДИАЦИИ НА СПУТНИКЕ «КОСМОС-228»

На искусственном спутнике Земли «Космос-228» была установлена радиометрическая аппаратура для исследования космического излучения на малых высотах. Аппаратура состояла из сцинтилляционного счетчика, ионизационной камеры, газоразрядных счетчиков типа СИ-3БГ и СБТ-9 (5 шт.), три из которых были снабжены магнитными анализаторами электронов.

Частью программы эксперимента спутника «Космос-228» являлись дозиметрические измерения на трассе полета спутника. Доза измерялась по энерговыделению в кристалле CsI(Tl) сцинтилляционного счетчика, а также ионизационной камерой и счетчиком СИ-3БГ.

Сцинтилляционный счетчик, состоящий из кристалла CsI (Tl) диаметром 10 *мм*, толщиной 1,7 *мм* за алюминиевой фольгой толщиной 10 *мкм* (~ 2 *мг·см*$^{-2}$) имел геометрический фактор $G \simeq 1$ *см*^{2}*·стер* при полном геометрическом факторе кристалла $G \simeq 0{,}8$ *см*^{2}. Счетчик был расположен снаружи приборного контейнера и измерял сум-