Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1970

УДК 539.12.01

А. Х. БАСЬЮНИ, Д. Ф. КУРДГЕЛАИДЗЕ

К СПЕКТРУ МАСС ЧАСТИЦ В НЕЛИНЕЙНОЙ КВАРКОВОЙ ТЕОРИИ

В нелинейной кварковой теории частиц на базе релятивистско и $SU(3)$-инвариантных уравнений мезонов и барионов, выведенных в [3], получены формулы спектра масс барионов и мезонов. Последние совпадают с результатами обычного, чисто группового подхода в области (нерелятивистской) $SU(6)$-инвариантной теории.

Как известно, в теории элементарных частиц в области кварковой модели были достигнуты значительные успехи. Удалось классифицировать мезоны и барионы, определить магнитные моменты барионов и ряд соотношений между их константами сильной связи [1 и 2].

Однако, при всем этом, до сих пор отсутствует приемлемая динамическая реализация кварковой модели элементарных частиц в уравнениях теории поля.

Настоящая работа (так же как и предыдущие [3, 4]) посвящена реализации указанной модели в нелинейных уравнениях поля.

Уравнение барионных Ψ_{ABC} и мезонных Φ_A^B полей, полученные в работе [3], имеют вид:

$$\left(i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - IM_0\right)_{AA'} \Psi_{A'BC} =$$

$$= \frac{l^2}{10}\left\{\Phi_A^D \Psi_{DBC} + \Phi_B^D \Psi_{ADC} + \Phi_C^D \Psi_{ABD} - 3\Phi_D^D \Psi_{ABC}\right\}, \tag{1}$$

$$\left(i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - Im_0\right)_{AA'} \Phi_{A'B} = \frac{2l^2}{3}\left\{\Phi_A^D\Phi_D^B - \Phi_D^D\Phi_A^B\right\}, \tag{2}$$

где
$A\equiv(\alpha, l)$; $B\equiv(\beta, m)$, $c\equiv(\gamma, n)$, (l, m, n) — унитарные, (α, β, γ) — спинорные индексы. Уравнения (1) и (2) инвариантны относительно p_4 (группы Пуанкаре) и $SU(3)$ и представляют собой систему уравнений взаимодействующих полей.

Если в (1) и (2) представить Ψ_{ABC} и Φ_A^B в виде

$$\Psi_{ABC} = D_{ABC}\left(\frac{3}{2}\right) + B_{ABC}\left(\frac{1}{2}\right), \tag{3}$$

$$\Phi_A^B = \frac{1}{4}\left\{I\varphi_0 + \gamma_5\varphi_5 + i\gamma_\mu\gamma_5\varphi_{\mu 5} + \gamma_\mu\varphi_\mu + \frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}\right\}_A^B, \tag{4}$$

где $\varphi_{5,l}^m$, $\varphi_{\mu,l}^m$ описывают мезонные октеты ($S=0^-$) и нонеты ($S=1^-$). $D(^3/_2)$, $B(^1/_2)$ — барионные декуплеты ($S={}^3/_2{}^+$) и октеты ($S={}^1/_2{}^+$) соответственно, то получаем уравнения для реальных частиц. В работах [3 и 4] были проанализированы члены взаимодействия в этих уравнениях и определены константы связи и магнитные моменты перечисленных частиц. В настоящей работе рассматриваются линейные по рассматриваемым полям члены и (после нарушений $SU(3)$ симметрии уравнений) определяется спектр масс частиц.

Любопытно, что в рамках релятивистских $SU(3)$ инвариантных уравнений (1) и (2) находится спектр масс барионов и мезонов, получаемый обычно в чисто групповом подходе только в рамках $SU(6)$ (нерелятивистской) группы симметрии.

Из (2) и (4) для скалярного поля $\varphi_{0,l}^m$ находим, $\partial_\mu \varphi_0 = 0$. При определении магнитных моментов и констант связи принималось $\varphi_{0,l}^m = 0$ ($\varphi_{0,l}^m = \mathrm{const} \neq 0$ не влияет на эти результаты). Однако для определения массы покоя частиц $\varphi_{0,l}^m = \mathrm{const} \neq 0$ имеет существенное значение. Когда уравнения имеют $SU(3)$ симметрию, то $\varphi_{0,l}^m$ имеет девять компонентов.

Если из уравнения (1) после подстановки в него (4) отбросить все члены взаимодействия с реальными мезонами, то получим

$$\left(i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - IM_0\right)\Psi_{lmn} = \frac{l^2}{10}\{\varphi_{0,l}^\lambda \Psi_{\lambda mn} + \varphi_{0,m}^\lambda \Psi_{l\lambda n} + \varphi_{0,n}^\lambda \Psi_{lm\lambda} - 3\varphi_{0,\lambda}^\lambda \Psi_{lmn}\}. \tag{5}$$

Уравнение (2) даже в линейном приближении связывает поля (φ_5, $\varphi_{\mu 5}$) и (φ_μ, $\varphi_{\mu\nu}$). Для получения уравнений, содержащих только φ_5 или φ_μ, необходимо перейти к уравнениям второго порядка. Если при этом из полученных уравнений опустить все члены взаимодействия с реальными мезонами, то получим

$$-\Box\varphi_l^m = m_0^2\varphi_l^m + \frac{m_0 l^2}{3}[\varphi_0\varphi]_{+l}^m + \frac{l^4}{36}[\varphi_0[\varphi_0\varphi]_+]_{+l}^m, \tag{6}$$

где $\varphi \equiv \varphi_5$ или $\varphi \equiv \varphi_\mu$. Таким путем в случае барионов получаем соотношения между массами, а в случае мезонов между квадратами масс. В рамках чисто группового подхода указанное обстоятельство, как известно, принимается как эмпирический факт.

В данной работе рассматривается расщепление масс мультиплета, вопрос об основной массе мультиплета остается открытым.

Спектр масс барионов и мезонов

Уравнения (1) и (2) были получены исходя из $SU(3)$ инвариантного уравнения кварков. Если в исходном уравнении кварков нарушить $SU(3)$ инвариантность уравнений (сохраняя $SU(2)$) и на базе такого уравнения построить новые уравнения мезонов и барионов, аналогичные (1) и (2), то полученные уравнения будут обладать только $SU(2)$ инвариантностью (наряду с P_4). Построение таких уравнений и их анализ представляет самостоятельный интерес. В данной работе, однако, для нашей цели достаточно рассмотреть нарушение симметрии в уравнениях (1), (2), (3) и (4) в аспекте так называемого спонтанного нарушения симметрии [5]. Для этой цели ограничимся рассмотрением постоянного скалярного поля $\varphi_{0,l}^m$ вида

$$\varphi_0 = \alpha + \beta\lambda_8 + g\chi = \text{const}. \tag{7}$$

$$(\chi_l^m) = \begin{pmatrix} \frac{a_3}{\sqrt{2}} + \frac{ia_0}{3\sqrt{2}}, & a_1, & 0 \\ a_2, & -\frac{a_3}{\sqrt{2}} + \frac{ia_0}{3\sqrt{2}}, & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{i2a_0}{3\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где α, β, g — постоянные. Приведенный вид $\varphi_{0,l}^m$ обеспечивает $SU(2)$ инвариантность уравнений (3) и (4).

Спектр масс барионов ($S = 1/2^+$, $S = 3/2^+$)

Подставляя (7), (8) в (5) и рассматривая сначала случай $g = 0$, находим

$$M^*_{(lmn)} = \left(M_{0,s} - \frac{3l^2}{5}\alpha\right) + \frac{l^2}{10}\beta(\lambda_8^{ll} + \lambda_8^{mm} + \lambda_8^{nn}) \equiv M_1 + M_2 Y_{(lmn)}, \tag{9}$$

где $M_{0,s} \equiv (M_{0,1/2}, M_{0,3/2})$, $Y_{(lmn)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\lambda_8^{ll} + \lambda_8^{mm} + \lambda_8^{nn})$.

При $g \neq 0$ в случае барионов октета из (3) получаем для барионного изосинглета — Λ:

$$(\gamma p)\Lambda = M^*_\Lambda \Lambda, \quad p_\mu = i\frac{\partial}{\partial x_\mu} \tag{10}$$

для барионного изодублета $N \equiv \begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix}$ и $\Xi = \begin{pmatrix} \Xi^0 \\ -\Xi^- \end{pmatrix}$:

$$(\gamma p)N = \left\{M^*_N + \frac{l^2}{10\sqrt{2}}g(\vec{\tau}\vec{a} + ia_0)\right\}N, \tag{11}$$

где $\vec{\tau}\vec{a} = \sqrt{2}(\tau^- a_1 + \tau^+ a_2) + \tau^3 a_3$,

$\vec{\tau}$ — матрицы Паули (аналогичное уравнение имеем и для Ξ) и для барионного изотриплета:

$$(\gamma p)\Sigma = \left\{M^*_\Sigma + \frac{l^2}{10\sqrt{2}}g\vec{\omega}\vec{a}\right\}\Sigma,$$

$$\vec{\omega}\vec{a} = \sqrt{2}(\omega^- a_1 + \omega^+ a_2) + \omega^3 a_3, \tag{12}$$

$$\omega^+ = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \omega^- = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\omega^3 = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим поля a_i как операторы со свойством

$$a_i = b_i + b_i^*, \quad a_2 = a_1^*,$$

$$[b_i b_j^*]_- = \delta_{ij}, \quad [b_i b_j]_- = [b_i^* b_j^*]_- = 0, \tag{13}$$

$$\langle N(p) | a_i | N(p) \rangle = 0, \ \langle N(p) | a^2 | N(p) \rangle = 1,$$

где $\langle N(p) | a_i | N(p) \rangle$ — среднее значение оператора a_i при наличии в начальном и конечном состоянии одного нуклеона $N(p)$.

Массу покоя состояния определим как

$$M = \sqrt{\langle N(p) | p^2 | N(p) \rangle}. \tag{14}$$

Тогда из (11) и (12) с использованием (13) и (14) находим

$$M_\Lambda = M_\Lambda^*, \ M_N = M_N^* + \frac{1}{2}\left(\frac{gl^2}{10}\right)^2 + \ldots,$$

$$M_\Sigma = M_\Sigma^* + 2\left(\frac{gl^2}{10}\right)^2 + \ldots, \ M_\Xi = M_\Xi^* + \frac{1}{2}\left(\frac{gl^2}{10}\right)^2 + \ldots. \tag{15}$$

Спектр масс (10) можно записать в виде [1 и 5]

$$M = M_1 + M_2 Y + M_3 \left[I(I+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right], \tag{16}$$

$$M_1 \equiv \left(M_{0, 1/2}^* - \frac{3l^2}{5}\alpha \right), \ M_2 \equiv \sqrt{3}\frac{l^2}{10}\beta, \ M_3 \equiv \left(\frac{gl^2}{10}\right)^2. \tag{17}$$

Аналогично в случае барионов декуплета ($S = 3/2^+$) имеем

$$(\gamma p)\,\Omega_- = \left\{ M_{\Omega_-}^* - \sqrt{2}\left(\frac{gl^2}{10}\right) i a_0 \right\} \Omega_-, \tag{18}$$

$$(\gamma p)\,\Delta = \left\{ M_\Delta^* + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{gl^2}{10}\right)(\vec{\omega}'\vec{a} + i a_0) \right\} \Delta, \tag{19}$$

где

$$\Delta \equiv \begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^{+} \\ \Delta^{0} \\ \Delta^{-} \end{pmatrix}, \qquad \vec{\omega}'\vec{a} = \sqrt{2}(\omega'_- a_1 + \omega'_+ a_2) + \omega'_3 a_3,$$

$$\omega'_+ = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \omega'_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix},$$

$$\omega'_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

и уравнения аналогичные (11), (10) для $\Xi^* \equiv \begin{pmatrix} \Xi^{*0} \\ \Xi^{*-} \end{pmatrix}$ и $\Sigma^* \equiv \begin{pmatrix} \Sigma^{*+} \\ \Sigma^{*0} \\ \Sigma^{*-} \end{pmatrix}$ соответственно.

Отсюда, используя (13) и (14), находим

$$M_{\Omega_-} = M^*_{\Omega_-} - \left(\frac{gl^2}{10}\right)^2 + \ldots, \quad M_{\Sigma^*} = M^*_{\Sigma^*} + 2\left(\frac{gl^2}{10}\right)^2 \ldots,$$

$$M_{\Xi^*} = M^*_{\Xi^*} + \frac{1}{2}\left(\frac{gl^2}{10}\right)^2 + \ldots, \quad M_\Delta = M^*_\Delta + \frac{7}{2}\left(\frac{gl^2}{10}\right)^2 + \ldots . \quad (20)$$

Спектр (10) также укладывается в формуле (16), однако при другом значении основной массы — $M_{0,{}^3/_2}$.

Спектр масс мезонов

Рассмотрим сначала спектр масс мезонов октета ($S = 0^-$, $\varphi \equiv \varphi_5$, $\varphi^l_{5,l} = 0$). Уравнение (6) в приведенном виде не совместимо с условием $\varphi^l_{5,l} = 0$. Для их совместимости в (4) следует добавить член

$$-\frac{1}{3}\left\{\frac{m_0 l^2}{3}\,\mathrm{sp}\,[\varphi_0\varphi_5]_+ + \frac{l^4}{36}\,\mathrm{sp}\,[\varphi_0\,[\varphi_0\varphi_5]_+]_+\right\}\delta_{lm}.$$

Тогда имеем:

$$-\Box\varphi^m_{5,l} = m_0^2\varphi^m_{5,l} + \frac{m_0 l^2}{3}\left\{[\varphi_0\varphi_5]^m_{+l} - \frac{1}{3}[\varphi_0\varphi_5]^l_{+l}\delta_{lm}\right\} + \quad (21)$$

$$+\frac{l^4}{36}\left\{[\varphi_0\,]\varphi_0\varphi_5]_+]^m_{+l} - \frac{1}{3}[\varphi_0\,[\varphi_0\varphi_5]_+]^l_{+l}\delta_{lm}\right\}.$$

Подставляя (8), (9) в (21) в случае $g=0$, находим

$$m^{*2}_{(lmn)} = C_0^2 + C_1(\lambda_8^{ll} + \lambda_8^{mm}),$$

$$C_0 = m^2_{0,s} + \frac{2m_{0,s}l^2}{3}\alpha + \frac{l^4}{9}\left(\alpha^2 + \frac{4}{3}\beta^2\right), \quad (22)$$

$$C_1 = \frac{2l^2}{3}\beta\left\{m_0 + \frac{l^2}{3}\left(\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}\beta\right)\right\}.$$

В случае $g \neq 0$ из (21) получаем ($k \equiv (k^+,\ k^0,\ k^-,\ \bar{k}^0)$)

$$p^2\pi^\pm = \left\{m^{*2}_\pi + \frac{2}{36}g^2l^4\left(a_1a_2 - \frac{1}{9}a_0^2\right)\right\}\pi^\pm,$$

$$p^2\pi^0 = \left\{m^{*2}_{\pi^0} + \frac{2}{36}g^2l^4\left(a_3^2 - \frac{1}{9}a_0^2\right)\right\}\pi^0,$$

$$p^2\eta = \left\{m^{*2}_\eta + \frac{2}{108}g^2l^4(a_3^2 + 2a_1a_2 - a_0^2)\right\}\eta, \quad (23)$$

$$p^2k = \left\{m^{*2}_k + \frac{1}{36}g^2l^4\left(\frac{1}{2}a_3^2 - \frac{1}{18}a_0^2 + a_1a_2\right)\right\}k.$$

Отсюда, учитывая (13) и (14), находим:

$$m^2_\pi = m^{*2}_\pi + \frac{16}{9}\left(\frac{g^2l^4}{36}\right), \quad m^2_\eta = m^{*2}_\eta + \frac{12}{9}\left(\frac{g^2l^4}{36}\right), \quad m^2_k = m^{*2}_k + \frac{13}{9}\left(\frac{g^2l^4}{36}\right). \quad (24)$$

Спектр масс (24) можно записать в виде

$$m^2 = m_1 + m_2Y + m_3\left[I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2\right]; \quad (25)$$

$$m_1 \equiv C_0^2 + \frac{4}{3}\left(\frac{g^2 l^4}{36}\right), \quad m_2 \equiv \sqrt{3}\, C_1, \tag{26}$$

$$m_3 \equiv \frac{2}{9}\left(\frac{g^2 l^4}{36}\right).$$

Рассмотрим спектр масс мезонов нонета ($S=1^-$) в приближении $m_\rho = m_\omega$. В приведенном виде уравнение (6) несовместимо с условием $m_\rho = m_\omega$. Для их совместимости в (6) следует добавить член

$$2\left(\frac{g^2 l^4}{36}\right) \varphi_{0,1}^2 \varphi_{0,2}^2 (\varphi_{\mu,1}^1 + \varphi_{\mu,2}^2)\, \delta_{lm}. \tag{27}$$

Тогда находим

$$p^2 \rho_\mu = \left\{ m_\rho^{*2} + 2\left(\frac{g^2 l^4}{36}\right)\left(a_1 a_2 - \frac{1}{2} a_0^2\right)\right\} \rho_\mu,$$

$$p^2 k_\mu^* = \left\{ m_{k^*}^{*2} + \left(\frac{g^2 l^4}{36}\right)\left(a_1 a_2 + \frac{1}{2} a_3^2 - \frac{1}{18} a_0^2\right)\right\} k_\mu^*,$$

$$p^2 \Phi_\mu = \left\{ m_\Phi^{*2} + \left(\frac{g^2 l^4}{36}\right)\left(-\frac{8}{9} + 2 a_1 a_2\right)\right\} \Phi_\mu. \tag{28}$$

При выводе уравнения для мезона Φ_μ использовалось обозначение

$$\varphi_{\mu,1}^1 + \varphi_{\mu,2}^2 = \sqrt{6}\, \omega_{8,\mu} + \frac{2}{\sqrt{3}} \Phi_\mu.$$

Из (18), используя (13) и (14), получаем

$$m_\rho^2 = m_\rho^{*2} + \frac{16}{9}\left(\frac{g^2 l^4}{36}\right),$$

$$m_{k^*}^2 = m_{k^*}^{*2} + \frac{13}{9}\left(\frac{g^2 l^4}{36}\right), \tag{29}$$

$$m_\Phi^2 = m_\Phi^{*2} + \frac{10}{9}\left(\frac{g^2 l^4}{36}\right).$$

Полученный спектр масс (29) (октета $S=1^-$) также укладывается в формуле (25). Однако для другого значения основной массы $m_{0,1}$.

Таким образом, в рамках $SU(3)$ и релятивистско-инвариантных уравнений (1) (3) получены результаты, обычно получаемые только в нерелятивистской $SU(6)$ инвариантной теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н. Н. Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. Труды международной школы по теоретической физике. Киев, 1967.
2. Нгуен Ван Хьеу. Лекции по теории унитарной симметрии элементарных частиц. М., Атомиздат, 1967.
3. Басьюни А. Х., Курдгелаидзе Д. Ф. «Ядерная физика», 8, 154, 1968.
4. Басьюни А. Х., Курдгелаидзе Д. Ф. «Ядерная физика», 2, 452, 1969.
5. Смородинский Я. А. «Успехи физич. наук», 84, 1, 1964; Барашенко В. С. Сечения взаимодействий элементарных частиц. М., «Наука», 1966, стр. 331.

Поступила в редакцию
5.5 1969 г.

Кафедра
теоретической физики