Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 — 1970

УДК 530.12:531.51

В. А. БАРЫНИН

О ВЫБОРЕ МЕТРИК СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА В ТРЕХМЕРНОМ ХРОНОМЕТРИЧЕСКИ-ИНВАРИАНТНОМ ДВУХМЕТРИЧЕСКОМ ФОРМАЛИЗМЕ

Рассматривается вопрос о выборе временной и пространственной метрик системы отсчета в трехмерном хронометрически-инвариантном двухметрическом формализме с точки зрения различных подходов к описанию гравитации.

Предложенный в работах [1—3] трехмерный хронометрически-инвариантный (х. и.) двухметрический формализм характеризуется заданием независимых от метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ временной (τ_α) и пространственной (ε_{ik}) метрик системы отсчета, определяющих бесконечно малые расстояния и отрезки времени:

$$dT = \tau_\alpha dx^\alpha, \quad dL = \sqrt{\varepsilon_{ik} dx^i dx^k}. \tag{1}$$

(Греческие индексы принимают значения 0, 1, 2, 3, а латинские 1, 2, 3.)

Закон преобразования τ_α и ε_{ik} при произвольных преобразованиях координат и времени определен так, чтобы dT и dL были четырехмерными скалярами, т. е. трехмерными х. и. скалярами, не зависящими от выбора системы отсчета. В остальном возможен совершенно произвольный выбор этих метрик, если не ограничить его дополнительными физическими соображениями, связанными с тем или иным подходом к описанию гравитации.

Рассмотрим сначала чисто геометрический подход, характеризующийся тем, что в фиксированной системе отсчета компоненты пространственной и временной метрик связываются с компонентами метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ следующим образом:

$$\tau_\alpha = \frac{g_{\alpha 0}}{\sqrt{g_{00}}}, \qquad (2а) \qquad \varepsilon_{ik} = -g_{ik} + \frac{g_{i0}\, g_{k0}}{g_{00}}, \qquad (2б)$$

причем равенства справедливы во всем пространстве в любой момент времени.

Известно [4, 5], что величины dL и dT, определенные при таких значениях τ_α и ε_{ik}, имеют смысл «наблюдаемых» расстояний и отрезков времени.

Рассмотрим движение частицы в гравитационном поле в системе отсчета с такими метриками. В общем случае уравнение, описывающее это движение, записанное в духе рассматриваемого формализма, имеет вид

$$\frac{D}{dT}(M\overset{*}{U}{}^{\lambda}) = - M\overset{*}{\Pi}{}^{\lambda}_{\mu\lambda}\overset{*}{U}{}^{\mu}\overset{*}{U}{}^{\nu}, \tag{3}$$

где через D/dT обозначена операция абсолютного четырехмерного х. и. дифференцирования по T, а $\overset{*}{U}{}^{\mu}$ — компоненты четырехмерной х. и. скорости частицы [1]. При указанном выборе τ_α и ε_{ik} величины $\overset{*}{\Pi}{}^{\lambda}_{\mu\nu}$, имеющие смысл компонентов напряженности гравитационного поля, тождественно обращаются в нуль. Следовательно, в выбранной таким образом системе отсчета нет гравитационного поля, а частица движется по геодезической без воздействия каких-либо сил.

Заметим, что уравнение (3) можно записать еще и в другом виде. С точки зрения последовательно трехмерной модификации рассматриваемого формализма [3] оно запишется так:

$$\frac{\nabla}{dT}(Mv^{l}) = -M[\overset{*}{P}{}^{l}_{00} + (\overset{*}{P}{}^{l}_{m0} + \overset{*}{P}{}^{l}_{0m})v^{m} + \overset{*}{P}{}^{l}_{mn}v^{m}v^{n}]. \tag{4}$$

Здесь слева стоит трехмерная х. и. абсолютная производная по инвариантному времени, а $v^{l} \equiv \overset{*}{U}{}^{l}$ — трехмерная х. и. скорость частицы. При выборе τ_α и ε_{ik} по формулам (2) это уравнение совпадает с соответствующим уравнением, приведенным А. Л. Зельмановым в работе [5]. При этом в правой части обращается в нуль только величина $\overset{*}{P}{}^{e}_{mn}$. Однако отличные от нуля величины $\overset{*}{P}{}^{l}_{00}$, $\overset{*}{P}{}^{l}_{m0}$ и $\overset{*}{P}{}^{l}_{0m}$, а также $\overset{*}{P}{}^{0}_{00}$, $\overset{*}{P}{}^{0}_{m0}$, $\overset{*}{P}{}^{0}_{0m}$ и $\overset{*}{P}{}^{0}_{mn}$ не могут интерпретироваться как компоненты напряженности гравитационного поля, так как не выражаются через х. и. производные по времени и х. и. ε-ковариантные производные по координатам от х. и. потенциалов гравитационного поля $\overset{*}{g}_{\mu\nu}$, а зависят лишь от частных х. и. производных от компонентов выбранных метрик. По этой причине отличные от нуля члены правой части уравнения можно интерпретировать как некоторую фиктивную силу, связанную с деформацией и неинерциальным движением системы отсчета.

Таким образом, в любой модификации трехмерного х. и. двухметрического формализма чисто геометрический подход к описанию гравитации характеризуется тождественным обращением в нуль напряженности гравитационного поля во всем пространстве.

Отметим еще раз, что все это справедливо лишь в одной системе отсчета, так как при переходе к другой равенства (2) нарушаются в силу того, что их левые и правые части преобразуются при этом по разным законам.

Другой, чисто полевой, подход к описанию гравитации характеризуется таким выбором пространственной и временной метрик системы отсчета, при котором временная метрика допускает синхронизацию времени во всем пространстве, а пространственная является плоской и не зависит от времени.

При таком подходе обе модификации рассматриваемого формализма совпадают [3]; а все величины $\overset{*}{P}{}^{\lambda}_{\mu\lambda}$ имеют смысл компонентов напряженности гравитационного поля, так как выражаются через х. и. производные по времени и х. и. ε-ковариантные производные по координатам от х. и. потенциалов гравитационного поля $\overset{*}{g}_{\mu\nu}$. В уравнениях (3) или (4) в этом случае отсутствуют какие-либо фиктивные силы, что связано с ограничениями, наложенными на выбор метрик. Заметим, что эти же ограничения приводят к существованию интегральных законов сохранения, не существующих во всех других случаях.

В пределах данного, чисто полевого, подхода к описанию гравитации выбор метрик может, однако, оставаться совершенно произвольным, причем для любой конкретной системы отсчета в данный момент времени в данной точке пространства все величины могут быть преобразованы в «наблюдаемые» путем такого выбора конкретных метрик, при котором в этой пространственно-временной точке временная метрика удовлетворяет условию (2 а), а пространственная — условию (2 б) вместе со своими первыми частными х. и. производными по координатам.

В этом случае в указанной пространственно-временной точке обращаются в нуль величины $\overset{*}{P}{}^{l}_{mn}$, выражающиеся через х. и. ε-ковариантные производные по координатам от х. и. тензорного потенциала гравитационного поля γ_{ik}, введенного в работе [2]. Величина $\overset{*}{P}{}^{l}_{00}$ может обращаться в нуль в этой точке с помощью перехода к другой системе отсчета, движущейся относительно исходной без деформаций. Тогда при $v^m=0$ правая часть уравнения (4) или (3) обратиться в нуль, т. е. исчезнет сила, действующая на покоящуюся частицу, что, однако, нельзя интерпретировать как исчезновение в данной пространственно-временной точке гравитационного поля, так как другие компоненты его напряженности ($\overset{*}{P}{}^{0}_{00}$, $\overset{*}{P}{}^{0}_{k0}$, $\overset{*}{P}{}^{l}_{k0}$ и $\overset{*}{P}{}^{0}_{ik}$) в нуль не обратятся.

Это лишний раз подтверждает то обстоятельство, что так называемый «принцип эквивалентности», строго говоря, не справедлив даже локально, так как гравитация и инерция описываются, как было показано в [2], потенциалами, имеющими различную природу.

Задание во всем пространстве таких метрик, при которых в некоторой пространственно-временной точке оказывается «оттрансформированной» часть гравитационного поля, описываемая величинами $\overset{*}{P}{}^{l}_{mn}$ является в некотором смысле (с указанными выше оговорками) аналогом построения плоского касательного пространства в теории относительного гравитационого поля Ю. А. Рылова [6].

Возможен, наконец, общий подход к описанию гравитации, характеризующийся полным произволом в выборе метрик системы отсчета. В этом случае отличие τ_α и ε_{ik} от значений, задаваемых равенствами (2), приводит к отличным от нуля $\overset{*}{\Pi}{}^{\lambda}_{\mu\lambda}$, описывающим напряженность некоторого «разностного» поля. В уравнении (4) ни один член не обращается в нуль, но, в отличие от чисто полевого подхода, правая часть этого уравнения содержит и фиктивные силы, связанные с непостоянством τ_α и ε_{ik}.

Таким образом, полный произвол в выборе пространственной и временной метрик системы отсчета в трехмерном х. и. двухметрическом формализме, с одной стороны, всегда может быть ограничен с помощью локального или глобального перехода к «наблюдаемым», а с другой — позволяет пользоваться различными подходами к описанию гравитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барынин В. А. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 6, 92, 1969.
2. Барынин В. А. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 1, 43, 1970.
3. Барынин В. А. «Вестн. Моск. ун-та», физ. астрон., № 2, 1970.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., Физматгиз, 1967.
5. Зельманов А. Л. ДАН СССР, **107**, 815, 1956.
6. Рылов Ю. А. ДАН СССР, **144**, 1030, 1962.

Поступила в редакцию
28.5 1969 г.

Кафедра
теоретической физики