Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1970

УДК 539.12.01 : 539.124

М. М. МКРТЧЯН

ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦЫ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ НА НИЗКИХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЯХ

Получены формулы для полной мощности и поляризации излучения электрона и бесспиновой частицы, движущейся в сверхсильном магнитном поле и находящейся во втором возбужденном состоянии.

В работах [1, 2] показано, что, помимо области больших энергий электрона, квантовые эффекты существенны также и при малых значениях главного квантового числа. В частности, в работе [1] получены результаты для излучения электрона в сверхсильных полях. При этом получается, что интенсивность излученного света не только не совпадает с результатом классической теории, но и существенно отличается от ультраквантового случая электрона.

Непосредственное решение уравнения Клейна — Гордона для скалярной частицы в однородном и постоянном по времени магнитном поле дает следующее выражение для энергии:

$$E = mc^2 \sqrt{1 + 2\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{H}{H_0}}; \quad n = 0, 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

где

$$H_0 = \frac{m^2c^3}{e\hbar} = 4{,}41 \cdot 10^{13} \textit{ эрст.}$$

Волновая функция бозона (если магнитное поле направлено по оси z) при этом имеет вид

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt[4]{\gamma}\,[\sqrt{\pi}\, n!\, 2^n]^{-\frac{1}{2}} \frac{e^{i(k_1x + k_3z - cKt)}}{\sqrt{2K}} H_n(\xi), \tag{2}$$

где

$$K = \frac{E}{\hbar c}, \quad \gamma = \frac{eH}{\hbar c}, \quad \xi = \sqrt{\gamma}\left(y + \frac{k_1}{\gamma}\right),$$

k_1, k_3 — составляющие волнового вектора бозона, а $H_n(\xi)$ — полиномы Эрмита.

Из квантовой теории для интенсивности излучения бозона при его переходе из состояния K и K' известна следующая формула [3]:

$$W_\lambda = \frac{ce^2}{2\pi} \int d^3\varkappa \delta (K - K' - \varkappa)\, \Phi_\lambda, \tag{3}$$

где $\lambda = \sigma$, π соответствуют двум линейным поляризациям излученного света:

$$\Phi_\sigma = |\overline{P}_x \sin\varphi - \overline{P}_y \cos\varphi|^2, \quad (3') \qquad \Phi_\pi = |\overline{P}_x \sin\varphi + \overline{P}_y \cos\varphi|^2 \cos\theta. \quad (3'')$$

Здесь $\overline{P}_x$ и $\overline{P}_y$ — матричные элементы обобщенного импульса, которые вычисляются при помощи функций (2), а θ и φ — полярные углы направления вылета фотона.

Подставляя (3′) и (3″) в (3) и интегрируя по $\varkappa$ и φ, получаем

$$W_\lambda = \frac{W_0}{1-\beta^2} \cdot \frac{x_0^2}{2(2n+1)(1+x_0^2)} \int\limits_0^1 \frac{(1+x_0 t)\, dt}{\sqrt{(1-t)(1-x_0^2 t)}}\, Q_\lambda, \tag{4}$$

где

$$\sin^2\theta = \frac{(1+x_0^2)\, t}{(1+x_0 t)^2},$$

$$X_0 = \frac{\left(\frac{2\nu}{2n+1}\right)\beta^2}{1+\sqrt{1-\frac{2\nu}{2n+1}\beta^2}}, \quad W_0 = \frac{m^2 e^2 c^3}{\hbar^2}; \quad \nu = n - n',$$

$$Q_\sigma = [\sqrt{n+1}\, I_{n+1,n'}(\nu x_0 t) - \sqrt{n}\, I_{n-1,n'}(\nu x_0 t)]^2,$$

$$Q_\pi = [\sqrt{n+1}\, I_{n+1,n'}(\nu x_0 t) + \sqrt{n}\, I_{n-1,n'}(\nu x_0 t)]^2 \left[1 - \frac{(1+x_0)^2 t}{(1+x_0 t)^2}\right],$$

а функции $I_{n,n'}(x)$ связаны с полиномами Лагерра следующей формулой [4]:

$$I_{n,n'}(x) = \frac{1}{\sqrt{n!n'!}} e^{-x/2} x^{n-n'/2} L_{n'}^{n-n'}(x).$$

Рассмотрим случай сверхсильных полей ($H \gg H_0$). Тогда, как видно из формулы (1), даже при малых значениях главного квантового числа бозон релятивистский ($\beta \sim 1$). Следовательно, в сильных полях дискретность энергетического спектра бозона должна сильно повлиять на интенсивность излучения.

В работе [1] рассматривался тот случай, когда начальное состояние частицы соответствовало уровню $n=1$. Поэтому представляет интерес рассмотреть переходы с уровня $n=2$ и сравнить полученные результаты с работой [1].

Переход в точной формуле (4) к предельному случаю сверхсильных полей (т. е. $\beta \sim 1$) приводит к интегралам, которые можно вычислить только численными методами. После этих вычислений получаются следующие результаты для σ и π компонентов линейной поляризации для бозона:

для переходов $2 \to 0$

$$W_\sigma^{(1)} = 0{,}38 W^{(1)}, \quad W_\pi^{(1)} = 0{,}62 W^{(1)},$$

$$W^{(1)} = 0{,}12 \frac{e^2 m^2 c^3}{\hbar^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2, \tag{5}$$

для переходов $2 \to 1$

$$W_\sigma^{(2)} = 0{,}82 W^{(2)}, \quad W_\pi^{(2)} = 0{,}18 W^{(2)}, \quad W^{(2)} = 0{,}11 \frac{e^2 m^2 c^3}{\hbar^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2. \tag{6}$$

Если вычислить полную интенсивность излучения при переходах $2 \to 1$ и $2 \to 0$, то получим следующие результаты:

$$\begin{gathered} W_\sigma = W_\sigma^{(1)} + W_\sigma^{(2)} = 0{,}60 W, \\ W_\pi = W_\pi^{(1)} + W_\pi^{(2)} = 0{,}40 W, \\ W = W^{(1)} + W^{(2)} = 0{,}23 \frac{e^2 m^2 c^3}{\hbar^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2. \end{gathered} \tag{7}$$

Сравнение с работой [1] показывает, что полная интенсивность при переходах $2 \to 1$ и $2 \to 0$ почти в 4 раза больше, чем при переходе $1 \to 0$. Поляризация излучения с ростом номера уровня уменьшается. Если при переходе $1 \to 0$ (см. [1]) $W_\sigma / W_\pi = 2{,}1$, то при переходе $2 \to 1$ и $2 \to 0$ $W_\sigma / W_\pi = 1{,}5$.

Для парциальных переходов получается качественно новое значение, чем для поляризации (см. (5)). При переходе $2 \to 0$ σ компонент меньше π компонента. Но все же σ компонент полной интенсивности превышает π компонент.

Аналогичные расчеты для электронов приводят к следующим выражениям:

при переходе $2 \to 0$

$$\begin{gathered} W_\sigma^{(1)} = 0{,}69 W^{(1)}, \quad W_\pi^{(1)} = 0{,}31 W^{(1)}, \\ W^{(1)} = 0{,}33 \frac{e^2 m^2 c^3}{\hbar^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2; \end{gathered} \tag{8}$$

при переходе $2 \to 1$

$$\begin{gathered} W_\sigma^{(2)} = 0{,}47 W^{(2)}, \quad W_\pi^{(2)} = 0{,}53 W^{(2)}, \\ W^{(2)} = 0{,}39 \frac{e^2 m^2 c^3}{\hbar^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2. \end{gathered} \tag{9}$$

Для компонентов полной интенсивности излучения при переходах $2 \to 0$ и $2 \to 1$ имеем:

$$\begin{gathered} W_\sigma = W_\sigma^{(1)} + W_\sigma^{(2)} = 0{,}57 W, \\ W_\pi = W_\pi^{(1)} + W_\pi^{(2)} = 0{,}43 W, \\ W = 0{,}72 \frac{e^2 m^2 c^3}{\hbar^2} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2. \end{gathered} \tag{10}$$

Сравнение (10) с результатом работы [1] показывает, что интенсивность при переходах $2 \to 0$ и $2 \to 1$ примерно в 2 раза больше, чем при переходе $1 \to 0$. Если поляризация при переходе $1 \to 0$ такова, что $W_\sigma / W_\pi = 2{,}87$, то при переходах $2 \to 1$ и $2 \to 0$ $W_\sigma / W_\pi = 1{,}32$. При переходе $2 \to 1$ для электрона получается, что σ компонент меньше, чем π компонент.

Таким образом, при переходах частицы из второго возбужденного уровня на низкие уровни поляризации излученного света имеет качественно новые значения.

Можно было бы решить аналогичную задачу, опираясь не на уравнение Дирака, а на уравнение Паули. Мы получили бы в явном виде вклад магнитного момента в излучение, когда электрон движется в сильном магнитном поле.

В заключение выражаю глубокую благодарность В. Г. Багрову за помощь, оказанную при выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тернов И. М., Багров В. Г., Дорофеев О. Ф. «Изв. вузов», физика, № 10, 63, 1968.
2. Багров В. Г., Дорофеев О. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 97, 1966.
3. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
4. Соколов А. А., Тернов И. М., Багров В. Г., Рзаев Р. А. Синхронное излучение. М., «Наука», 1966, стр. 72.

Поступила в редакцию
2.7 1969 г.

Кафедра
теоретической физики