Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1970

УДК 538.3:530.145

Д. В. ГАЛЬЦОВ, Н. С. НИКИТИНА

РАДИАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ СЛАБОРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрено влияние внешнего электромагнитного излучения на спиновое состояние слаборелятивистских электронов, находящихся в однородном магнитном поле. Показано, что при определенных условиях пучок электронов должен стать сильно поляризованным. Получено выражение для вероятности радиационных переходов с переориентацией спина, справедливое при любых энергиях частицы.

Введение

Существование эффекта радиационной самополяризации было впервые установлено для случая системы ультрарелятивистских электронов, движущихся по круговым орбитам в постоянном и однородном магнитном поле [1—3]. Его возникновение связано с тем обстоятельством, что некоторая часть излучаемых при круговом движении фотонов обязана квантовым переходам с изменением ориентации спина. При этом полная вероятность переходов из состояния со спином вдоль поля в состояние со спином против поля $w^{\uparrow\downarrow}$ значительно превышает вероятность обратного процесса $w^{\downarrow\uparrow}$. В результате асимметрии спин-флиповых переходов первоначально не поляризованный пучок электронов по истечении промежутка времени порядка одного часа ($E \sim 1$ *Гэв*, $H \sim 10^4$ *гс*) становится на 96% поляризованным против направления магнитного поля.

Свойством асимметрии по поперечному спину обладают также и перелятивистские спин-флиповые амплитуды. Вопрос о радиационной поляризации нерелятивистского пучка электронов в магнитном поле рассматривался в работе [4], где, однако, имеется неточность в численном значении коэффициента в выражениях для вероятности переходов. Время поляризации оказывается в нерелятивистском случае на шесть порядков больше соответствующей величины для ультрарелятивистского случая, и поэтому эффект, казалось бы, не представляет практического интереса. Однако картина существенно меняется в присутствии внешней резонансной электромагнитной волны, стимулирующей радиационные переходы. В этом случае возможны переходы как с излучением, так и с поглощением фотонов из внешней волны. Из принципа детального равновесия следует, что вероятность перехода с излучением типа $\uparrow\downarrow$ равна вероятности перехода с поглощением типа $\downarrow\uparrow$. Но при этом нужно учесть, что начальные энергии отличаются на малую величину и при δ-образном распределении по импульсам в пучке можно путем подбора расстройки частоты внешней волны относительно частоты перехода добиться превалирования излучения над поглощением или, наоборот, поглощения над излучением. Этот принцип фактически лежит в основе действия так называемых мазеров на циклотронном резонансе (МЦР) [5—7]. Нетрудно сообразить, что при работе в «мазерном» режиме суммарная вероятность спин-флиповых индуцированных переходов будет обладать асимметрией, необходимой для возникновения поляризации. Можно заранее ожидать, что эффект индуцированной радиационной поляризации будет существенным именно в системе слаборелятивистских электронов. Дело в том, что полная вероятность изменения поляризации в ультрарелятивистском случае состоит из большого числа слагаемых, соответствующих различным гармоникам. Это число значительно превосходит те шесть порядков, на которые отличаются полные вероятности в нерелятивистском и релятивистском случаях. Поскольку для получения превалирования излучения над поглощением необходимо иметь достаточно узкое спектральное распределение интенсивности в падающей волне (нужно выделить одну гармонику), а в нерелятивистском случае полная вероятность и содержит только одно слагаемое, соответствующее первой гармонике, то ясно, что именно в этом случае влияние индуцированных процессов должно быть существенным.

§ 1. Спонтанные переходы

Прежде чем переходить к подробному обсуждению поляризации электронов в присутствии внешней волны, уточним найденное в статье [4] выражение для вероятности спонтанных спин-флиповых переходов в нерелятивистском приближении. С этой целью будем, в отличие от работы [4], исходить из нерелятивистских уравнений с учетом спиновых поправок ($\sim v/c$):

$$\begin{gathered}\left(-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}-\mathscr{H}\right)\Psi(N+1)=U^{+}\Psi(N),\\ \left(-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}-\mathscr{H}\right)\Psi(N)=U\Psi(N+1),\end{gathered}\tag{1}$$

где N — число фотонов; $\mathscr{H}$ — гамильтониан Паули (см., например, [8]); U и U^{+} — операторы взаимодействия с вторично квантованным полем фотонов в магнитно-дипольном приближении

$$\begin{gathered}U=-\frac{i}{L^{3/2}}\frac{e\hbar}{2mc}\sum_{\varkappa,\lambda}\sqrt{\frac{2\pi c\hbar}{\varkappa}}\,\vec{\sigma}\,[\vec{e}_{\lambda},\vec{\varkappa}]\,e^{-ic\varkappa t}a_{\varkappa,\lambda},\\ U^{+}=\frac{i}{L^{3/2}}\frac{e\hbar}{2mc}\sum_{\varkappa,\lambda}\sqrt{\frac{2\pi c\hbar}{\varkappa}}\,\vec{\sigma}\,[\vec{e}_{\lambda},\vec{\varkappa}]\,e^{ic\varkappa t}a^{+}_{\varkappa,\lambda};\end{gathered}\tag{2}$$

$a_{\varkappa,\lambda}$, $a^{+}_{\varkappa,\lambda}$ — операторы уничтожения и рождения фотонов [8] с импульсом $\vec{\varkappa}$ и поляризацией вдоль единичного вектора $\vec{e}_{\lambda}$.

Собственные функции и соответствующие собственные значения гамильтониана хорошо известны и приведены, например, в книге [9].

Отметим, что во взаимодействии (2) оставлены только члены, ответственные за излучение с переориентацией спина. Интересующие нас переходы на циклотронной частоте с изменением проекции спина на направление поля $\vec{H}$ должны происходить между состояниями $(n, \zeta=1)$, $(n, \zeta=-1)$ либо $(n, \zeta=-1)$, $(n-2, \zeta=1)$. Полагая для сравнения с результатами работы [4] импульс вдоль поля p_z равным нулю, для искомой вероятности спин-флиповых переходов как функции начальной ориентации спина $\zeta=\pm 1$ найдем:

$$w = \frac{2}{3}\frac{1}{T_0}\left(\frac{H}{H_0}\right)^3 \frac{1+\zeta}{2}, \quad T_0 = \frac{\hbar^2}{mce^2}, \quad H_0 = \frac{m^2c^3}{e\hbar}. \tag{3}$$

Этот результат отличается от приведенного в статье [4] численным значением коэффициента. Из формулы (3) видно, что магнитно-дипольные переходы с изменением проекции спина на ось z происходят только из состояния $\zeta=1$ (спин по полю). Это означает, что по истечении времени релаксации $\sim\frac{1}{w}$ пучок окажется полностью поляризованным против поля $\left(\frac{1}{w}\sim 10^{10}\ \textit{сек}\right)$.

Оказывается возможным получить также общее выражение для вероятности переходов с переориентацией спина, пригодное как в нерелятивистском, так и в ультрарелятивистском случае. Для этого заметим [2], что вероятность излучения жестких фотонов очень быстро падает с ростом отношения $\frac{\hbar\omega}{E}$. Фактически, существенный вклад дают лишь достаточно мягкие фотоны, для которых $\frac{\hbar\omega}{E} \ll 1$. Это и следовало ожидать, учитывая квазиклассический характер движения. Принимая во внимание малость отношения $\frac{\hbar\omega}{E}$, для вероятности спонтанных спин-флиповых переходов методом, аналогичным развитому в работах [2], может быть получено выражение, пригодное во всем диапазоне энергий электрона:

$$w_{\text{сп}} = \frac{1}{2T_0}\left(\frac{H}{H_0}\right)^3 \frac{\varepsilon_0^{5/2}}{\beta} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu^2 \Big\{ J'_{2\nu}(2\nu\beta) + \frac{\varepsilon_0}{2\nu\beta} J_{2\nu}(2\nu\beta) +$$

$$+ \frac{\varepsilon_0}{4}\left(1 - \frac{1}{\nu^2\beta^2}\right) \int_0^{2\nu\beta} J_{2\nu}(x)\,dx - \frac{\varepsilon_0}{16\nu^2\beta^2} \int_0^{2\nu\beta} x^2 J_{2\nu}(x)\,dx +$$

$$+ \zeta \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\beta}\left[J_{2\nu}(2\nu\beta) + \frac{1}{2\nu\beta}\int_0^{2\nu\beta} J_{2\nu}(x)\,dx\right]\Big\}. \tag{4}$$

Сумма по ν соответствует суммированию по различным гармоникам частоты $\omega_c = \frac{eHc}{E}$.

В случае слаборелятивистских энергий ($\nu=1$, $\beta \ll 1$) формула (4) дает с точностью до малых членов:

$$w_1 = \frac{2}{3}\frac{1}{T_0}\left(\frac{H}{H_0}\right)^3 \left[(1-3{,}3\beta^2)\frac{1+\zeta}{2} + \frac{1-\zeta}{2}\beta^4 a\right], \tag{5}$$

где $a<1$ — численный коэффициент.

В ультрарелятивистском случае суммирование можно заменить интегрированием, аппроксимируя бесселевы функции функциями Макдональда [8] (параметр разложения $\varepsilon_0=1-\beta^2$). В результате получим:

$$w_2=\frac{5\sqrt{3}}{36}\frac{e^2}{R\hbar}\frac{E}{mc^2}\xi^2\left(1+\zeta\frac{8\sqrt{3}}{15}\right),\ \xi=\frac{3}{2\sqrt{\varepsilon_0}}\frac{H}{H_0},\ R\simeq\frac{E}{eH}.\tag{6}$$

Формула (6) полностью совпадает с полученной в работах [1, 2] путем использования разложений только по параметру ε_0 (с формальным учетом также членов $\hbar\omega\sim E$). Таким образом, жесткие фотоны, действительно, не дают с данной точностью вклад в вероятности.

§ 2. Индуцированная поляризация электронов

Перейдем теперь к обсуждению влияния на поляризацию электрона индуцированных процессов, происходящих в присутствии внешней волны частоты, близкой к циклотронной. Как было отмечено выше, асимметрия спиновых переходов по отношению к начальному направлению спина возникает только в том случае, когда переходы с излучением и поглощением неравновероятны. Такого положения можно добиться, если энергетический спектр обладает хотя бы слабой $\left(\sim\frac{\hbar\omega}{E}\right)$ неэквидистантностью. Поскольку уровни энергии имеют, вообще говоря, конечную ширину $\sim\frac{\hbar}{\tau}$, где τ — время жизни, то волна, частота которой отличается от циклотронной в пределах $\sim\frac{1}{\tau}$, также будет индуцировать квантовые переходы, причем с вероятностью, зависящей от величины расстройки. В самом деле, при учете конечности времени жизни δ-функцию, выражающую сохранение энергии, следует заменить фактором Лоренца:

$$\delta(\omega-\omega_{nn'})\to\frac{1}{2\pi}g_{nn'}(\omega)=\frac{1}{\pi}\frac{\tau}{1+x_{nn'}^2},\quad x_{nn'}=(|\omega_{nn'}|-\omega)\,\tau.$$

Отсюда видно, что если $\omega_{n,n-\nu}\neq\omega_{n+\nu,n}$, то можно выбрать такую расстройку внешней частоты относительно резонансной (т. е. величину x), что преобладающими будут переходы с излучением либо, наоборот, с поглощением.

Для получения количественных оценок запишем вероятность индуцированных спин-флиповых переходов, выразив ее через напряженность $\mathscr{E}_\lambda$ электрического поля в волне, поляризованной вдоль вектора $\vec{e}_\lambda$:

$$w_{nn'}^{\lambda}=\frac{e^2c^2}{2\hbar^2\omega^2}\mathscr{E}_\lambda^2\Phi_\lambda g_{nn'}(\omega).\tag{7}$$

Выбирая как обычно в качестве $\vec{e}_\lambda$ векторы $\vec{e}_\sigma=(-1,\ 0,\ 0)$, $\vec{e}_\pi=(0,\cos\theta,\ -\sin\theta)$ и полагая $p_z=0$, можем записать [2]:

$$\Phi_\sigma=\bar{\alpha}_1\bar{\alpha}_1^*,\quad \Phi_\pi=|\bar{\alpha}_2\cos\theta-\bar{\alpha}_3\sin\theta|^2;$$

$$\bar{\alpha}_1=-i\frac{z}{4n}\beta\operatorname{ctg}\theta\left[\frac{\nu}{z}J_\nu(z)+\zeta\sqrt{\varepsilon_0}J_\nu'(z)\right],$$

$$\bar{\alpha}_2=\frac{z}{4n}\beta\operatorname{ctg}\theta\left[J_\nu'(z)+\zeta\sqrt{\varepsilon_0}\frac{\nu}{z}J_\nu(z)\right],\tag{8}$$

$$\bar{a}_3 = -\frac{z}{4n}\beta\left[J'_\nu(z) + \zeta\sqrt{\varepsilon_0}\,\frac{\nu}{z}J_\nu(z)\right],$$

$$z = \frac{\omega}{\omega_c}\beta\sin\theta.$$

Здесь $\nu = n - n'$; при $n > n'$ формула (7) дает переходы с излучением, при $n < n'$ — с поглощением. В (7) мы пренебрегнем разностью частот переходов $n \to n + |\nu|$ и $n \to n - |\nu|$ всюду, кроме фактора $g_{nn'}$. Ограничиваясь в дальнейшем слаборелятивистским случаем ($n' = n \pm 1$, $\beta \ll 1$), для полной вероятности переориентации спина найдем

$$w^\lambda(\zeta) = \frac{e^2\mathcal{E}_\lambda^2\tau}{8m^2c^2}G_\lambda^2\left[\frac{1+\zeta}{1+x^2} + \frac{1-\zeta}{1+(x-2q)^2}\right], \tag{9}$$

где $x = \tau(\Omega - \omega)$;

$$G_\sigma = \cos\theta,\ G_\pi = 1;$$

$$q = \tau\Omega\frac{H}{2H_0}\left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}\cos^2\theta\right), \tag{10}$$

$\Omega = \dfrac{eH}{mc}$ — нерелятивистская циклотронная частота. Параметр q характеризует степень неэквидистантности уровней за счет релятивистских поправок:

$$q = \frac{\tau}{2}(\omega_{n,n-1} - \omega_{n+1,n}). \tag{11}$$

Чтобы вероятность (9) эффективно зависела от ζ, очевидно, необходимо иметь $q \sim 1$. Ввиду этого наиболее выгодным является значение угла падения $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ (волновой вектор в плоскости орбиты).

При $H \sim 10^4$ *гс* время жизни τ (эффективное время взаимодействия) должно быть не менее 10^{-3}—10^{-2} *сек*. Это сразу накладывает довольно жесткие ограничения на скорость электрона.

В реальных условиях τ может быть обусловлено спонтанным излучением, временем пролета через область взаимодействия, столкновениями с молекулами остаточного газа и т. д. Все факторы, кроме первого, в идеальном случае могут быть устранены, тогда как спонтанное излучение дает так называемую естественную ширину уровней, которая, очевидно, является минимально возможной. В нашем случае эффективное время спонтанного излучения равно [10]:

$$\tau = \frac{3}{2}\frac{\hbar c}{e^2}\frac{1}{\Omega\beta^2} \simeq \frac{2\cdot 10^2}{\Omega\beta^2}\,(сек). \tag{12}$$

Сопоставляя выражения (12) и (10), найдем, что асимметрия вероятности (9) по ζ возникает только для скоростей, меньших $10c\sqrt{\dfrac{H}{H_0}}$. (Это относится лишь к слаборелятивистскому случаю, когда существенны, в основном, дипольные переходы.)

Введем эффективное время и коэффициент поляризации, определив их следующим образом:

$$T_p = \frac{1}{\sum\limits_\zeta w^\lambda(\zeta)},\quad k = \lim_{t\to\infty}\frac{n^\downarrow(t)}{n^\uparrow(t) + n^\downarrow(t)} = \frac{w^\lambda(\zeta = 1)}{\sum\limits_\zeta w^\lambda(\zeta)} \tag{13}$$

($n^{\uparrow(\downarrow)}(t)$ — число электронов с поляризацией по (против) полю). Согласно формулам (10), (12), (13) получим:

$$T_p = 2\cdot 10^{-2}\left(\frac{mc\beta}{e\mathscr{E}_\lambda G_\lambda}\right)^2 \Omega k(1+x^2);\; k = \frac{1}{2}\,\frac{1+(x-2q)^2}{1+q^2+(x-q)^2}\,. \qquad (14)$$

В случае неполяризованного внешнего излучения k остается прежним, а эффективное время поляризации имеет вид

$$T_p = 2\cdot 10^{-2}\left(\frac{mc\beta}{e\mathscr{E}}\right)^2 \Omega\,\frac{k(1+x^2)}{1+\cos^2\theta}\,. \qquad (15)$$

Как было отмечено выше, волновой вектор должен лежать в плоскости орбиты. Из выражений (14) и (15) видно, что при этом поляризация волны малосущественна.

Коэффициент и время поляризации являются функциями параметра x, характеризующего расстройку внешней частоты относительно резонансной частоты перехода. Легко убедиться, что, вообще говоря, различным выбором x можно добиться сильной поляризации пучка как вдоль, так и против поля. Однако практически область $k < \frac{1}{2}$ (поляризация вдоль поля) не представляет интереса, так как соответствующие значения x велики. Максимальное значение коэффициент $k(x)$ достигает в точке $x(q) = q - \sqrt{q^2+1}$,
причем

$$k(q) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{q}{\sqrt{1+q^2}}\right). \qquad (16)$$

В рассматриваемом случае естественной ширины уровней параметр q равен:

$$q = \frac{10^2}{\beta^2}\,\frac{H}{H_0}. \qquad (17)$$

И, наконец, время поляризации при выбранном значении

$$x = x(q) \text{ и } \theta = \frac{\pi}{2}:$$

$$T_p(q) = 2\cdot 10^{-2}\left(\frac{mc\beta}{e\mathscr{E}}\right)^2 \Omega.$$

Так, при $\beta \sim 0{,}15\cdot 10^{-3}$, $H \sim 10^4$ *гс* будем иметь $k \sim 0{,}86$ и эффективное время $T_p \sim \frac{2{,}6\cdot 10^{-13}}{\mathscr{E}^2}$ *сек* (напряженность в эрстедах).

В заключение отметим, что из-за наличия аномального магнитного момента переходы с излучением и поглощением уже в нерелятивистском приближении происходят фактически на разных частотах, поскольку энергия зависит от спина. Нетрудно убедиться, что учет этого обстоятельства не вносит никаких изменений в приведенные выше формулы, если всюду положить:

$$\omega_{n,n\pm 1} = \Omega \mp \zeta\frac{\alpha\mu_0}{\pi c\hbar}\,,\quad \mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}\,,\quad \alpha = \frac{e^2}{c\hbar}.$$

Авторы благодарят проф. А. А. Соколова за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, **153**, 1052, 1963.
2. «Синхротронное излучение». Сб. статей под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М., «Наука», 1966.
3. Байер В. Н., Катков В. М. «Ядерная физика», **3**, 81, 1966.
4. Тернов И. М., Багров В. Г., Дорофеев О. Ф. «Изв. вузов», физика, № 10, 63, 1968.
5. Schneider J. Phys. Rev. Lett., 2, 504, 1959.
6. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, **166**, 1332, 1966.
7. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. «Изв. вузов», радиофизика, № 10, 1414, 1967.
8. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., Физматгиз, 1958.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.
10. Гальцов Д. В., Павленко Ю. Г. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 101, 1968.

Поступила в редакцию
12.7 1969 г.

Кафедра
теоретической физики