Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 4 — 1970

УДК 530.12:531.118

Г. А. КОТЕЛЬНИКОВ

ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ СКОРОСТИ СВЕТА В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Показано, что в галилеевых системах координат из инвариантности четырехмерного интервала не следует инвариантности скорости света, но совокупность физически наблюдаемых явлений остается прежней.

Считается, что предположение об инвариантности скорости света в галилеевых системах координат является необходимым в области явлений, описываемых специальной теорией относительности [1—4]. Между тем, используя математический аппарат этой теории, можно получить совокупность тех же физически наблюдаемых явлений и без предположения инвариантности, а основываясь на ковариантном свойстве скорости света.

§ 1. Преобразования координат, времени и скорости тела при ковариантной скорости света

Рассмотрим галилеевы системы координат K и K', находящиеся в состоянии относительного движения относительно друг друга вдоль оси иксов и снабженных часами и масштабами. Тогда в системе K будут измеряться время и координаты t, x, y, z, а в системе K' — t', x', y', z'. Пусть скорость движения системы K' относительно K равна V, а скорость движения системы K относительно K' равна V'.

Предположим, что в системе K скорость света постоянна, не зависит от направления распространения и равна C, в системе K' она равна C'. Будем исходить из предположения ковариантности [1—4].

Следствием этого постулата является инвариантность четырехмерного интервала [3, 4]

$$S^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c'^2t'^2 - inv \qquad (1)$$

и формулы преобразования координат, времени и скорости тела $\vec{v} = (v_1 v_2 v_3)$.

Тогда

$$x = \frac{x' - V't'}{\sqrt{1 - \frac{V'^2}{c'^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad ct = \frac{c't' - \frac{x'V'}{c'}}{\sqrt{1 - \frac{V'^2}{c'^2}}}, \qquad (2)$$

$$\frac{V}{c} = -\frac{V'}{c'}, \tag{3}$$

$$\frac{v_1}{c} = \frac{\frac{v_1'}{c'} - \frac{V'}{c'}}{1 - \frac{V'v_1'}{c'^2}}, \quad \frac{v_2}{c} = \frac{v_2'}{c'} \frac{\sqrt{1 - \frac{V'^2}{c'^2}}}{1 - \frac{V'v_1'}{c'^2}}, \quad \frac{v_3}{c} = \frac{v_3'}{c'} \frac{\sqrt{1 - \frac{V'^2}{c'^2}}}{1 - \frac{V'v_1'}{c'^2}}, \tag{4}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c'^2}} \sqrt{1 - \frac{V'^2}{c'^2}}}{1 - \frac{V'v_1'}{c'^2}}. \tag{5}$$

Предельный переход к классической механике дает дополнительное требование

$$\lim_{c \to \infty} \frac{c'}{c} = 1. \tag{6}$$

Обратные выражения легко получить перестановкой штриха.

Формулы (4) и (5) известны под названием теоремы о сложении скоростей и в нашем случае написаны в безразмерном виде.

Запись интервала в форме (1) сохраняет инвариантной собственную длину и вводит инвариант более общего вида

$$c\Delta t_0 = c'\Delta t_0' - inv, \tag{7}$$

где Δt_0 — собственное время.

Нетрудно убедиться в том, что преобразования (2—5) объясняют все классические экспериментальные факты, положенные в основу специальной теории относительности, и сохраняют все кинематические эффекты этой теории. В качестве примера остановимся лишь на эффекте замедления времени.

Предположим, что наблюдатель K сравнивает ход своих часов с ходом движущихся часов, покоющихся в K'. Полагая $x' = \text{const}$ и пользуясь формулами (2) и (7), находим

$$\Delta t = \frac{c'}{c} \Delta t_0' \Big/ \sqrt{1 - \frac{V'^2}{c'^2}} = \Delta t_0 \Big/ \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \tag{8}$$

где Δt — промежуток времени, измеренный по разобщенным часам K, Δt_0 — собственное время в системе K. Таким образом, физически наблюдаемые величины Δt и Δt_0 связаны соотношением замедления времени.

§ 2. Динамика теории с ковариантной скоростью света

Будем исходить из инвариантного интеграла действия, который введем следующим образом:

$$S^* = cS = -\int mc^2 ds + e\int A_i dx_i + \frac{i}{16\pi}\int F_{ik}^2 d^4x =$$

$$= -\int mc^2 ds - i\int A_i j_i d^4x + \frac{i}{16\pi}\int F_{ik}^2 d^4x. \tag{9}$$

Здесь c — скорость света, S — интеграл действия, принятый в [3], mc^2 — инвариантная комбинация, равная энергии покоя частицы (m — масса частицы), e — инвариантный заряд частицы, $A_i = (\vec{A};\ i\varphi)$—четырехвектор электромагнитного поля [3], $j_i = \left(\rho\frac{\vec{v}}{c};\ i\rho\right)$—четырехвектор тока [4] (ρ—плотность заряда, $\vec{v}$ — скорость заряда), $F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k}$ — тензор электромагнитного поля [3], $d^4x = icdtdxdydz$ — инвариантный элемент четырехмерного объема [1].

Особенностью введения интеграла действия в виде (9) является изменение представлений о свойствах массы покоя. Согласно (9), масса является ковариантной, а не скалярной величиной. Скалярным свойством обладает энергия покоя mc^2. Одновременно меняются свойства постоянной Планка. Инвариантом оказывается не величина $\hbar$, а произведение $\hbar c$. Легко, однако, убедиться в том, что эти изменения не затрагивают уравнений движения и уравнений Максвелла, которые сохраняются прежними. В качестве примера укажем на связь импульса p с энергией частицы E:

$$c^2p^2 - E^2 = -m^2c^4 - inv. \tag{10}$$

В силу постоянства скорости света в данной системе координат, импульс и энергия остаются интегралами движения.

§ 3. Субъективность постулата об инвариантности скорости света во всех инерциальных системах координат

Формулы преобразования (2—5) подразумевают наличие эйнштейновского способа синхронизации хода пространственно-разобщенных часов внутри систем координат K и K' [1]:

$$t(x) = t(0) + x/c,\ t'(x') = t'(0) - x'/c'. \tag{11}$$

Однако синхронизация хода часов между системами K и K' подразумевается отсутствующей. Это означает, что могут различаться не только начала летосчисления, но и масштабы времени. Часы в одной системе могут идти быстрее, в другой — медленнее. Тогда в силу инвариантности собственной длины результаты определений величины скорости света в разных системах приведут к разным значениям, и величина C будет отличаться от C'. Но это обстоятельство, как мы убедились, не влияет на вид физически наблюдаемых явлений. Поэтому возможны любые соглашения между наблюдателями K и K' относительно хода их часов, и эйнштейновский способ синхронизации, постулирующий принцип относительности, когда собственное время инвариантно:

$$t'(0) = t(0) - \mathrm{inv}, \tag{12}$$

не является единственным. В качестве примера укажем способ, восходящий к идеям Ньютона.

Предположим, что существует физически выделенная система координат K, скорость света в которой равна C. Естественно принять часы, покоящиеся в начале координат выделенной системы, за эталон для всех наблюдателей K', K'' и т. д. Синхронизируем ход этих часов так, чтобы их показания всегда совпадали с показаниями движущегося эталонного хронометра, то есть

$$t'(x') = t(0) - \mathrm{inv}. \tag{13}$$

При такой синхронизации во всем пространстве установится единое время Ньютона, а масштабы собственного времени деформируются в зависимости от скорости относительного движения систем K и K':

$$t'(0) = \frac{c}{c'} t(0) = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\, t(0). \tag{14}$$

Из общих формул преобразования (2—3) находим трансформационные свойства координат, времени и скорости света

$$\begin{gathered} x = \frac{x' - V't'}{\sqrt{1 - \frac{V'^2}{c'^2}}}, \quad t = \frac{t' - \frac{x'V'}{c'^2}}{1 - \frac{V'^2}{c'^2}}, \quad c = \sqrt{c'^2 - V'^2}, \\ x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t' = t - \frac{xV}{c^2}; \quad c' = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \\ \frac{V}{c} = -\frac{V'}{c'}. \end{gathered} \tag{15}$$

Поскольку данные выражения являются частным случаем общего рассмотрения § 1, то естественно сохранение всех кинематических и динамических эффектов специальной теории относительности. Кроме того, из формул (15) следует различие величин скорости света в системах координат, движущихся с разной скоростью относительно выделенной системы K. Справедливость этого утверждения может быть проверена экспериментально путем прямых измерений скорости света на ракетах. Обозначая через U' скорость движения ракеты относительно Земли, с помощью (5) и (15) получаем

$$c'' = c' \left(1 - \frac{V'^2}{c'^2}\right)^{-1/2} \left(1 - \frac{\vec{V}'\vec{V}'}{c'^2}\right). \tag{16}$$

Напомним, что здесь c'' и c' — значения скорости света в системах K'' (ракета) и K' (Земля); V' — скорость движения выделенной системы K относительно системы K'.

Формулы (15) не противоречат также вековым изменениям скорости света на Земле.

Таким образом, основываясь на эффектах специальной теории относительности и текущих измерениях скорости света на Земле, еще нельзя утверждать предпочтительность какого-либо способа синхронизации хода часов между различными инерциальными системами координат. Поэтому предположения об инвариантности скорости света в этих системах представляется субъективным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М., ИЛ, 1955.
2. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М., Физматгиз, 1961.
3. Ландау Л. Д., Лифщиц Е. М. Теория поля. М., Физматгиз, 1960.
4. Паули В. Теория относительности. М.—Л., Гостехиздат, 1947.

Поступила в редакцию
21.3 1969 г.

Кафедра
теоретической физики