



Рис. 2. Зависимость напряжения на зажимах разомкнутой разрядной камеры и тока входной мощности (аргон \circ — $6 \cdot 10^{-2}$ и \times — $13 \cdot 10^{-2}$ тор)

центрального проводника. Обедненный слой плазмы, прилегающий к центральному проводнику, работает как нелинейная емкость, аналогично барьерной емкости полупроводникового диода.

Поступила в редакцию
17.12 1969 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 537.5

Н. Н. СЕДОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА СКОРОСТЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ ПО ИНТЕНСИВНОСТИ ЛИНИЙ

Определению функции распределения электронов по скоростям посвящен ряд работ [1—3]. Наиболее распространенным экспериментальным методом ее измерения является зондовый метод. Недостатком его является возможное искажение функции распределения под влиянием самого зонда. Метод затруднительно применять для измерений при быстрых изменениях характеристик разряда.

Интенсивность свечения спектральных линий в газовом разряде зависит от функции распределения электронов по скоростям, в особенности от ее поведения в области больших энергий. Отсюда вытекает принципиальная возможность определения функции распределения по относительной интенсивности спектральных линий. Такой метод не имеет недостатков, отмеченных выше.

Интенсивность оптической линии связана с функцией распределения электронов определенным соотношением. Рассмотрим, например, случай стационарной корональной модели, когда справедлива формула [4]

$$I_k = C v_k \int_{V_{ak}}^{\infty} Q_k(V) V \sqrt{V} F(V) dV, \quad C = \sqrt{\frac{2e}{m}} N_0 N_e h, \quad (1)$$

где V — потенциал, соответствующий скорости электрона, $Q_k(V)$ — эффективное сечение возбуждения k -ой линии, N_0 — концентрация атомов, находящихся на нижнем уровне, N_e — концентрация электронов, v_k — частота спектральной линии, h — постоян-

ная Планка, e и m — заряд и масса электрона, $F(V)$ — функция распределения электронов по энергиям, нормированная на единицу, V_{ak} — потенциал возбуждения линии.

Предположим известными функции сечения возбуждения $Q_k(V)$ и интенсивности линий I_k для $k=1, 2, \dots, n$. Задача определения функции распределения электронов по скоростям сводится, таким образом, к решению системы n интегральных уравнений вида (1).

Эта задача может быть решена следующим образом. Будем искать функцию $F(V)$ в виде разложения по некоторой системе линейно независимых функций $f_i(V)$

$$F(V) = \sum_{i=1}^n y_i f_i(V). \quad (2)$$

После подстановки в (1) получаем

$$\sum_{i=1}^n y_i \int_{V_{ak}}^{\infty} f_i(V) V \sqrt{V} Q_k(V) dV = \frac{I_k}{C v_k}, \quad (3)$$

т. е. задача свелась к решению системы n линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum_{i=1}^n a_{ik} y_i = \frac{I_k}{C v_k}, \quad (4)$$

где

$$a_{ik} = \int_{V_{ak}}^{\infty} f_i(V) V \sqrt{V} Q_k(V) dV. \quad (5)$$

Из эксперимента определяются значения I_k и функции возбуждения $Q_k(V)$; затем после решения системы (4) определяются коэффициенты y_i и тем самым функция распределения $F(V)$, определяемая формулой (2).

Для расчета коэффициентов a_{ik} необходимо дать аппроксимацию функций возбуждения $Q_k(V)$, достаточно близкую к экспериментально измеренным кривым, чтобы уменьшить ошибки при расчетах. Известные аппроксимации [4, 5] не дают необходимой точности. Гладкие функции возбуждения гораздо точнее можно выразить формулами вида

$$Q_k(V) = \frac{A_k (V - V_{ak})}{(V - V_{1k})(V - V_{2k})}, \quad (6)$$

где A_k определяет максимальное значение функции Q_m при $V = V_m$; входящие в (6) постоянные выражаются в виде

$$\begin{aligned} V_{1k} &= V_{ak} - a_k (V_m - V_{ak}), \\ V_{2k} &= V_{ak} - \frac{1}{a_k} (V_m - V_{ak}), \\ A_k &= Q_m \frac{(1 + a_k)^2 (V_m - V_{ak})}{a_k!}, \end{aligned} \quad (6')$$

где величина a_k определяет форму кривой возбуждения и скорость ее уменьшения при средних значениях V .

Хорошо аппроксимируется также функция возбуждения рядом

$$Q_k(V) = e^{-\beta_k V} \sum_{i=1}^m b_{ik} V^i, \quad (7)$$

где β_k и b_{ik} — постоянные.

Функцию $F(V)$ можно искать, в частности, в виде

$$F(V) = B \exp\left(-\frac{V}{V_T}\right) V \sqrt{V} (1 + a_1 V + a_2 V^2 + \dots), \quad (8)$$

где $V_T = \frac{kT}{e}$, T — приближенное значение температуры электронного газа, определенное любым независимым способом. При этом неточность в определении T не сказывается на результатах расчета, поскольку она компенсируется рассчитанными значениями y_i . Величина B определяется из условия нормирования функции распределения на единицу

$$B = \frac{2}{\pi g V_T^{3/2}}, \quad g = 1 + \frac{3}{2} y_1 V_T + \frac{15}{4} y_2 V_T^2 + \dots, \quad (9)$$

или из условия нормирования по абсолютной величине яркости спектральной линии.

После подстановки (8) и (6) в формулу (3) получаем

$$a_{ik} = \int_{V_{ak}}^{\infty} e^{-\frac{V}{V_T}} \frac{V^{i+1} (V - V_{ak})}{(V - V_{1k})(V - V_{2k})} dV, \quad (10)$$

причем интегралы выражаются через интегральную показательную функцию $E_i(x)$, например

$$a_{0k} = V_T e^{-\frac{V_{ak}}{V_T}} - \frac{V_{1k}(V_{1k} - V_{ak})}{V_{1k} - V_{2k}} e^{-\frac{V_{1k}}{V_T}} Ei \left[-\frac{V_{ak} - V_{1k}}{V_T} \right] - \\ - \frac{V_{2k}(V_{2k} - V_{ak})}{V_{2k} - V_{1k}} e^{-\frac{V_{2k}}{V_T}} Ei \left[-\frac{V_{ak} - V_{2k}}{V_T} \right], \dots \quad (11)$$

Входящий в уравнения (4) коэффициент C можно рассчитать, определив независимым способом произведение $N_0 N_e$. Однако можно также исключить C из расчетов путем введения новых неизвестных x_i : $x_0 = BC$ и $x_i = BC y_i$ для $i = 1, 2, \dots, n$. Тогда система уравнений (4) принимает вид

$$\sum_{i=0}^n a_{ik} x_i = \frac{I_k}{v_k A_k}, \quad k = 1, 2, \dots, n+1. \quad (12)$$

После решения системы величины y_i находятся по формуле

$$y_i = x_i / x_0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

Таким образом, путем введения одного избыточного (по сравнению с числом неизвестных y_i) уравнения можно избавиться от измерения величин N_0 и N_e . Подобным приемом можно избавиться также от измерения T . Переопределенность системы уравнений можно использовать также для уменьшения ошибки расчетов, используя метод наименьших квадратов.

Из эксперимента определяются интенсивности $n+1$ (или более) оптических линий; затем рассчитывается матрица коэффициентов a_{ik} по формулам (10) и решается система линейных уравнений (12). Коэффициенты y_i определяются по формуле (13). Нормировочный множитель B рассчитывается по формуле (9). Функция распределения $F(V)$ определяется затем по формуле (8).

Описанным методом в принципе могут быть найдены не только функции распределения, близкие к максвелловской. Здесь отыскиваются последовательные приближения к исходной функции, поэтому, чем ближе она к действительной, тем требуется меньшее число поправочных членов для получения той же точности результата. Подробное рассмотрение показывает, что для каждой заданной точности исходных данных существует оптимальное число n .

При экспериментальном определении интенсивностей I_k следует брать спектральные линии по возможности в более широком интервале. В противном случае детерминант системы (4) становится малым по абсолютной величине, что увеличивает ошибку расчетов. В излучении плазмы содержится информация о функции распределения только для энергий электронов выше, чем наиболее низкий потенциал возбуждения. Поэтому описанным методом определяется функция распределения только для этих значений энергии, а для более низких энергий результаты расчета дают лишь аналитическое продолжение функции. Ошибка расчета велика при малых значениях V , затем она снижается и достигает минимума, вновь возрастая при больших значениях потенциала, как это следует из физической картины описанного метода.

В заключение автор выражает благодарность А. М. Девятову за предложение разработать метод расчета спектра скоростей электронов по экспериментальным данным интенсивности линий, а также за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gruyvestein M. Zs. f. Phys., **64**, 790, 1930.
2. Малышев Г. М., Федоров В. А. ДАН СССР, **93**, № 2, 1953
3. Воробьев Н. А., Каган Ю. М., Миленкин В. М. ЖТФ, **33**, № 5, 571, 1963.
4. Фриш С. Э. Оптические спектры атомов. М., Физматгиз, 1963.
5. Фабрикант В. А. Труды ВЭИ, вып. 41. М., 1961.

Поступила в редакцию
17.12 1969 г.

Кафедра
электроники

Д. ДЖЕЙКОБС, Х. Б. СУАРЕС, Г. Ф. ТИМУШЕВ, Х. ФУЕНТЕС

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ z-ФОКУСИРОВКИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗАТОРЕ

Для определения импульса или энергии заряженных частиц обычно используются магнитные и электростатические анализаторы. Первые применялись чаще, так как более удобные в работе, и верхняя граница энергии анализируемых частиц выше. Кроме того, магнитные анализаторы обладают свойствами двойной фокусировки, т. е. фокусируют частицы в радиальном и вертикальном направлениях [1, 2]. Это существенно увеличивает светосилу и разрушающую способность прибора и создает дополнительные удобства в работе.

Обычные цилиндрические электростатические анализаторы фокусируют только в одном, радиальном направлении. Сферические же электростатические анализаторы [3, 4, 5], обладающие свойством фокусировки частиц, вылетающих из источника под разными азимутальными углами, менее удобны в работе и сложны для изготовления.

После открытия несохранения четности интерес к электростатическим анализаторам возрос. Причиной этому послужило то, что при движении в электрическом поле меняется угол поляризации частиц [6]. Нами анализатор в эксперименте использовался для превращения продольной поляризации в поперечную. Для этого обычно применяется электрическое поле, поворачивающее вектор импульса частиц на 90° . В обычном цилиндрическом 90-градусном анализаторе z-фокусировка отсутствует, а r-фокусировка дает очень малый эффект на увеличение светосилы прибора, так как сопряженные точки находятся на больших расстояниях от краев анализатора. По этой причине оказывается выгодней применять электрическое поле только для поворота направления движения без использования фокусирующих свойств.

В данной работе показано, что в электрическом поле, обладающем осевой симметрией, можно осуществить не только радиальную, но и z-фокусировку, подобно магнитному анализатору с двойной фокусировкой. Для этого необходимо создать неоднородное, уменьшающееся по абсолютной величине с увеличением радиуса электрическое поле, симметричное относительно средней плоскости анализатора. Причем поле в сред-

ней плоскости должно быть $\sim \frac{1}{r^n}$, $n > 1$.

Уравнения движения заряженной частицы в электрическом поле $E = E(r, z)$ имеют вид

$$m\ddot{z} = -eEz, \quad \dot{\xi}\dot{\varphi} = \text{const}, \quad m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -eE_r).$$

Используется цилиндрическая система координат, ось является осью симметрии.

В данном поле существует равновесная круговая орбита в средней плоскости $z=0$, определяемая уравнением

$$m\omega_0^2 r_0 = |eE_0|, \quad \omega_0 = \frac{v}{r_0},$$

где v — скорость частицы, направленная по касательной к окружности радиуса r_0 , E — напряженность поля на этой окружности. Уравнения движения для частицы, дви-