

УДК 551.465

Г. Е. КОНОНКОВА, Л. Н. ЗАХАРОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ НА ВОДОХРАНИЛИЩЕ

Проведены синхронные записи поверхностного волнения на пресноводном водохранилище в функции расстояния между волнографами. Полученные результаты обработаны на электронной счетной машине.

Результаты обработки представлены в виде статистических законов распределения пространственных и временных корреляционных функций. Некоторые результаты эксперимента сравниваются с теорией.

Благодаря многочисленным теоретическим и экспериментальным исследованиям ветрового волнения, выполненным в последние годы, достигнуты существенные успехи в изучении частотных спектров, а также получены некоторые результаты в области двумерных, т. е. частотноугловых спектров. Однако почти не изученными остаются пространственно-временные характеристики волнения, хотя знание их является необходимым как для более полного понимания самого процесса ветрового волнения, так и связанных с ним процессов, например рассеяния звуковых и радиоволн на взволнованной поверхности. Одной из таких характеристик является пространственно-временная корреляция. Первые теоретические исследования пространственной корреляции возвышений водной поверхности и влияния на нее дисперсии волн принадлежат, по-видимому, С. Д. Чупрову [1, 2].

Предполагая, что автокорреляционная функция волн

$$R(0, \tau) = \sigma^2 \exp \left[- \left(\frac{\beta \tau}{2} \right)^2 \right] \cos \omega_0 \tau, \quad (1)$$

где τ — сдвиг во времени, σ — дисперсия волновых ординат, β — характеристика затухания корреляционной кривой, ω_0 — частота спектрального максимума. Чупров получил выражения (2) и (3) для пространственной корреляционной функции.

Если бы дисперсия волн отсутствовала и все спектральные составляющие имели бы одну и ту же скорость распространения $c_0 = \omega_0/k_0 = x/\tau$, где k_0 — волновое число гармоники ω_0 , то для пространственной корреляционной функции было бы справедливо следующее выражение:

$$R(x, 0) = \sigma^2 \exp \left[- \left(\frac{\beta k_0 x}{2\omega_0} \right)^2 \right] \cos k_0 x. \quad (2)$$

При этом волна распространялась бы без изменения формы. При наличии дисперсии волн получается другое выражение для $R(x, 0)$, а именно:

$$R(x, 0) = \frac{\sigma^2}{1 + \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^4 k_0^2 x^2} \exp \left[-\frac{\beta^2}{\frac{\beta^4}{\omega_0^2} + \left(\frac{\omega_0}{k_0 x}\right)^2} \right] \cos \left(\frac{1}{2} \arctg \frac{\omega_0^2}{\beta^2 k_0 x} - \frac{1}{\frac{\beta^4 k_0 x}{\omega_0^4} + \frac{1}{k_0 x}} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (3)$$

Выполненные по формулам (2) и (3) расчеты $R(x, 0)$ показали, что наличие дисперсии приводит к более быстрому затуханию ее амплитуды с ростом x , т. е. к возрастанию ширины спектра $S(k)$ по волновым числам k и к уменьшению расстояний x до первого минимума корреляционной кривой и следующего за ним максимума. Последнее означает, что при определении по пространственной корреляционной кривой длины волны λ_{\max} , которая соответствует максимуму спектра $S(k)$, вследствие дисперсии будет получено меньшее значение, чем

$$\lambda_0 = 2\pi g / \omega_0^2, \quad (4)$$

соответствующее максимуму частотного спектра $S(\omega)$. Здесь g — ускорение силы тяжести. К сожалению, в литературе нет материалов, которые позволили бы сопоставить этот вывод с результатами измерений в природе. Это объясняется трудностями выполнения в океане или в море синхронных регистраций волн в ряде точек, расположенных на строго фиксированных расстояниях друг от друга вдоль генерального направления распространения волн.

В данной работе приводятся результаты таких измерений, выполненных на водохранилище, имеющем ширину около 2 км и длину более 10 км. Измерения производились на участке с постоянной глубиной около 2 м. Расстояние до ближайшего берега составляло 120 м.

Для регистрации волн применялись струнные волнографы, которые крепились к вехам, вбитым в грунт. Вехи располагались вдоль генерального направления распространения волн на расстояниях 20, 40, 60, 80, 100, 180 см от первой. Средние высоты волн при измерениях составляли 10—30 см, средние периоды 0,8—2 сек. Для таких периодов волн водохранилище можно считать глубоким.

Были получены записи колебаний уровня воды вдоль ряда фиксированных вертикалей в течение достаточно длительного отрезка времени, включающего более 200 последовательных волн. По этим записям были рассчитаны кривая пространственной корреляции, автокорреляционные кривые, а также кривые повторяемости ординат и периодов волн. Обработку осциллограмм и счет на электронной вычислительной машине произвела Р. В. Анопа при выполнении дипломной работы.

Кривая пространственной корреляции отклонений взволнованной поверхности приведена на рис. 1. Расстояние от начала координат до первого максимума этой кривой равно длине волны λ_{\max} , соответствующей максимуму спектра $S(k)$. В данном случае $\lambda_{\max} \approx 80$ см. Сравним ее с длиной волны λ_0 , рассчитанной по формуле (4) через частоту

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. Период T_0 , определенный по автокорреляционным кривым,

равен 0,8 сек. При этом длина волны λ_0 равна 100 см, а измеренная по кривой пространственной корреляции $\lambda_{\max} \approx 0,8\lambda_0$. Следовательно, про-

веденные на водохранилище измерения качественно подтверждают результат, полученный теоретически Чупровым. Кривая пространственной корреляции в отличие от автокорреляционных кривых (см. например, рис. 2, б, г) не пересекает ось x , а только приближается к ней, совершая колебания с периодом $2\pi/\lambda_{\max}$. Это значит, что волнение значительно более нерегулярно вдоль генерального направления распространения волн в фиксированный момент времени, чем во времени в фиксированной точке. Этот факт отмечает также Пирсон [3].

В современных теоретических исследованиях ветрового волнения делается предположение, что оно подчиняется нормальному закону Гаусса. Это предположение, основанное на центральной предельной теореме теории вероятностей, нуждается в тщательной проверке путем инструментальных измерений в натуре, что и было выполнено в данной работе.

Примеры полученных кривых распределения приведены на рис. 2, а, б. На них по оси ординат отложена величина $\frac{\Delta N\sigma}{N\Delta z}$, где ΔN — число волновых

ординат в данном интервале Δz , σ — квадратный корень из дисперсии ординат. По оси абсцисс отложено отношение ординаты z , соответствующей

середине данного интервала, к среднему для всего ряда значению \bar{z} . На тех же рисунках нанесены кривые Гаусса, имеющие те же значения параметров σ и \bar{z} , что и соответствующие статистические распределения. Простое сравнение обеих кривых показывает, что наблюдаемое при ветровом волнении на водохранилище распределение ординат отличается от нормального закона. Наиболее близки друг к другу кривые, приведенные на рис. 2, а. Однако количественная оценка меры расхождения обеих кривых, произведенная по критерию согласия χ^2 , показала, что и в этом случае гипотеза о нормальном законе распределения волновых ординат не подтверждается. В самом деле, для данного случая мера расхождения χ^2 оказалась равной 27,4, т. е. довольно большой величиной, а вероятность того, что эта величина не превышает меры расхождения, обусловленной чисто случайными причинами, очень малой, а именно 0,01.

Для кривой 3, изображенной на рис. 3, расхождение $\chi^2=42,6$, $p(\chi^2) < 0,001$. В другом случае согласие еще хуже: $\chi^2=101,6$, $p(\chi^2) < 0,001$.

Во всех рассмотренных 14 случаях удовлетворительного согласия с нормальным законом тоже не получилось, но выяснилась интересная закономерность. Оказалось, что наблюдаемые кривые распределения часто имеют минимум около точки $z=\bar{z}$, в которой кривая Гаусса достигает максимума (рис. 2, в). Однако в ряде случаев этот минимум не имеет места, и наблюдаемая кривая весьма напоминает гауссову (рис. 2, а).

Возникает вопрос, от чего же зависит вид кривой распределения волновых ординат и когда эта кривая имеет минимум вблизи \bar{z} .

Для ответа на этот вопрос рассмотрим автокорреляционные кривые,

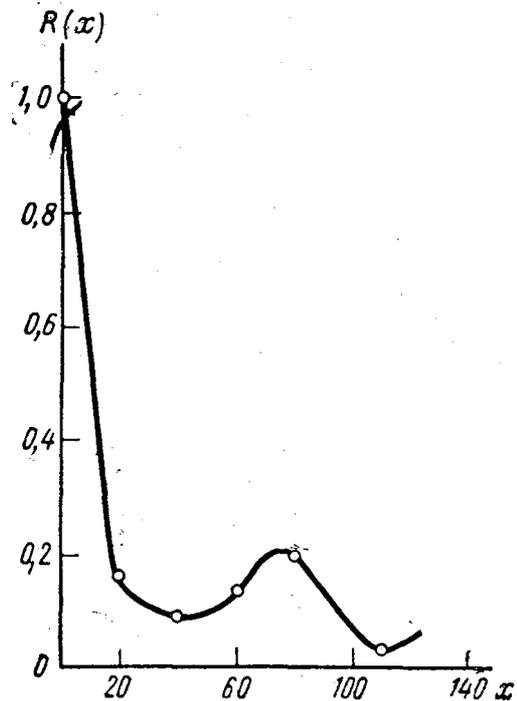


Рис. 1. Кривая пространственной корреляции ветрового волнения

приведенные на рис. 2, б и 2, в. На рис. 2 автокорреляционная кривая имеет вид затухающих колебаний с выраженным периодом и довольно глубоким первым минимумом. Такой вид автокорреляционной кривой говорит о том, что в данном случае волнение имеет до некоторой степени упорядоченный характер, т. е. в нем существенно проявляются колебания с узким интервалом частот ($\omega - \omega + d\omega$). Эти колебания вносят значительно больший вклад в наблюдаемый процесс, чем остальные. К такому процессу уже не применима центральная предельная теорема теории вероятностей, и его функция распределения волновых координат не подчиняется нормальному закону.

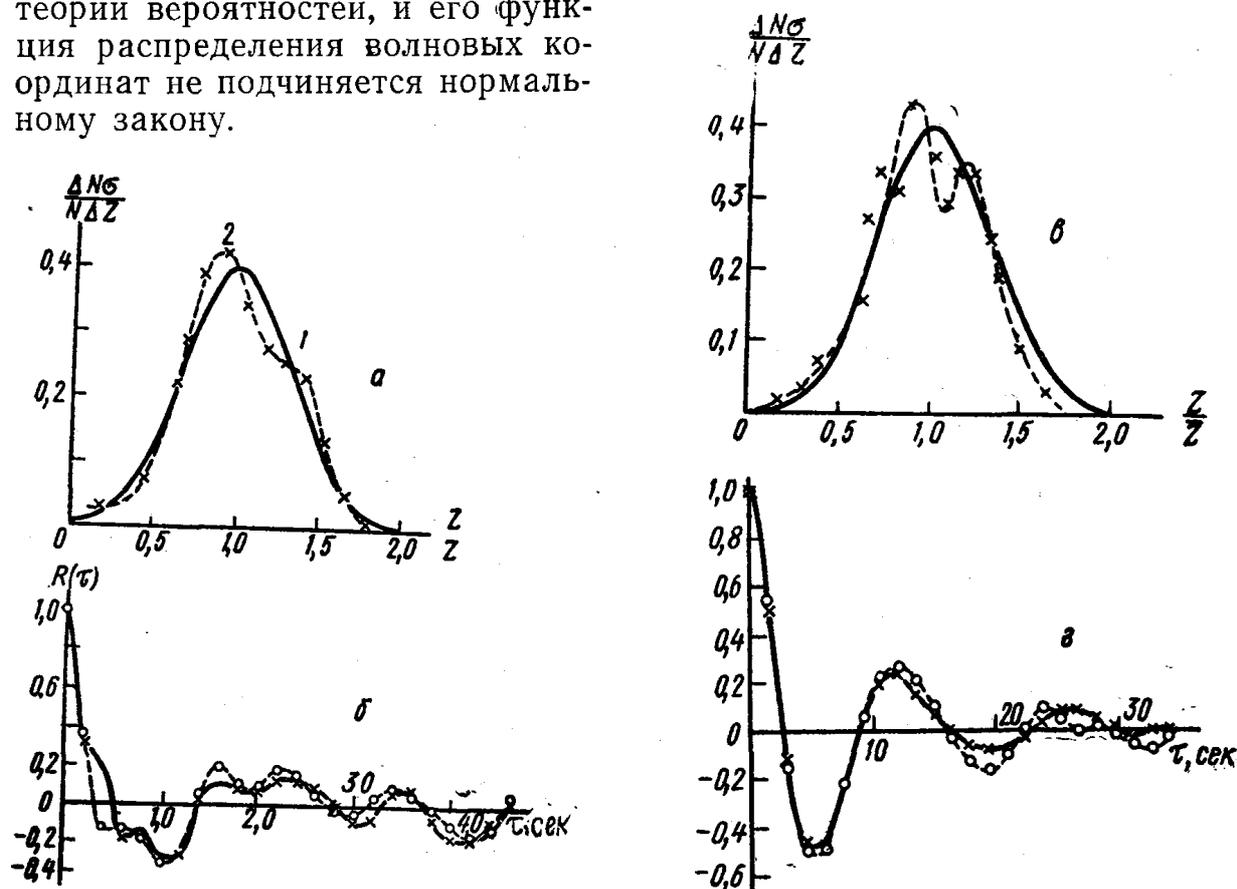


Рис. 2. Кривые повторяемости волновых ординат (а, в), 1 — кривая Гаусса, 2 — наблюдаемая кривая; автокорреляционные кривые по наблюдениям в двух точках (б, г)

Наличие минимума повторяемости в точке $z = \bar{z}$ может быть объяснено следующим образом. Для чисто синусоидальных волн $\zeta = z - \bar{z} = a \sin(kx - \omega t)$ закон распределения ординат

$$\varphi(\zeta) \sigma = \frac{\Delta N \sigma}{N \Delta z} = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi} \frac{a}{\sqrt{a^2 - \zeta^2}}.$$

Функция $\varphi(\zeta)$ имеет минимум в точке $z = \bar{z}$ и неограниченно возрастает при $|\zeta| = |z - \bar{z}| \rightarrow a$.

Для ветрового волнения, которое является случайным процессом, содержащим, однако, существенно преобладающую над остальными гармоническую составляющую, функция распределения является промежуточной между нормальным законом Гаусса и законом распределения при чисто гармоническом процессе. Это и наблюдается на эмпирических кривых (рис. 2, в).

При усилении хаотичности волнения глубина минимума уменьшается. В случае очень непрерывного волнения, автокорреляционная функция которого не имеет выраженного периода (рис. 2, б), кривая распределения ординат не имеет минимума и по виду близка к гауссовой (рис. 2, а).

Для того чтобы обнаружить минимум на кривых распределения около точки $z = \bar{z}$, статистический ряд должен включать достаточно большое количество интервалов. При укрупнении интервалов и уменьшении их количества происходит осреднение кривой распределения, при котором минимум сглаживается и исчезает.

На рис. 4 приведены кривые распределения для одной и той же записи при различном числе интервалов в статистическом ряду: 22 и 11.

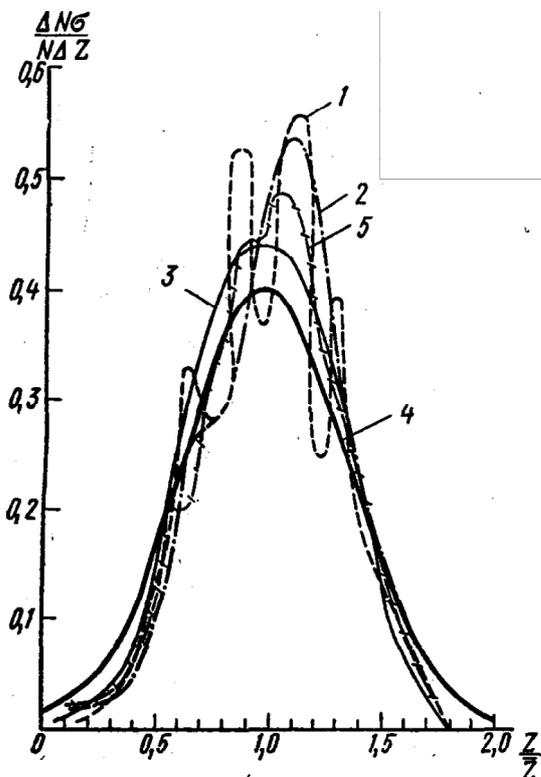


Рис. 3. Кривые повторяемости волновых ординат: 1 — 22 интервала, 2 — 11 интервалов (получена из кривой 1 объединением n -го интервала с интервалом $n+1$), 3 — 11 интервалов (получена объединением n -го интервала с интервалом $n-1$), 4 — кривая Гаусса, 5 — сглаженная кривая 1

При укрупнении интервалов вид получающихся кривых может быть различным в зависимости от выбора объединяемых интервалов, т. е. от того, объединяется ли i интервал с

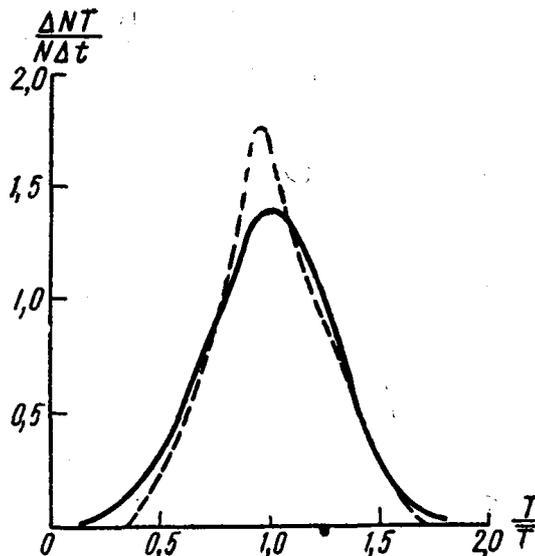


Рис. 4. Кривая повторяемости периодов волн. Пунктирная кривая — расчет по формуле Крылова

$i+1$ -ым или с $i-1$ -ым (кривые 2 и 3 на рис. 3). Чтобы исключить эту произвольность, мы провели сглаживание кривой 1 по формуле

$$\tilde{z}_i = 0,25z_{i-1} + 0,50z_i + 0,25z_{i+1}$$

и получили кривую 5 (рис. 3) без минимума в точке $z = \bar{z}$. Тем не менее мера расхождения ее с кривой Гаусса также оказалась велика.

Кривая распределения волновых ординат, построенная по достаточно большому количеству точек без сглаживания, может служить характеристикой степени упорядоченности волнения: наличие минимума вблизи $z = \bar{z}$ говорит о том, что в спектре его имеется составляющая, несущая относительно высокую по сравнению с остальными долю энергии, отсутствие минимума — о неправильном характере волнения, чаще всего образующемся при наложении различных систем волн (например, зыби и ветровых волн).

В соответствии с этим и кривая распределения периодов (рис. 4) в случае волнения, характеризуемого распределением ординат с минимумом вблизи \bar{z} , оказывается выше и уже теоретической [4]

$$f(T) \bar{T} = 4\Gamma^4 \left(\frac{5}{4}\right) \left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^3 \exp \left[-\Gamma^4 \left(\frac{5}{4}\right) \left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4 \right],$$

которая получена как следствие предположения о нормальном законе распределения волновых ординат. Следовательно, для наблюдаемого на водохранилище волнения составляющие с периодом, близким к среднему, играют большую роль, чем для нормального случайного процесса. На рис. 2, б, г изображено по две корреляционных кривых. Они построены по одновременным записям двух волнографов, разнесенных на расстояние 40 см друг от друга. Наблюдаемое довольно хорошее совпадение кривых иллюстрирует известное положение, что вид корреляционной кривой не зависит от начальной фазы колебаний. Некоторые отклонения кривых друг от друга объясняются конечной продолжительностью записей волнения, по которым эти кривые строились. В работах других исследователей [5], [6], [7] также отмечается, что закон распределения волновых ординат в ряде случаев существенно отличается от нормального. Так, А. Г. Степанов [6], исследуя волнение в Атлантическом океане, получил в пяти случаях из девяти значительные меры расхождения (и соответственно малые вероятности превышения) наблюдаемого распределения ординат с законом Гаусса. В. Ф. Цыплухин [7], обрабатывая осциллограммы волнения в прибрежной зоне Черного моря, также пришел к выводу о несоответствии полученного распределения волновых ординат нормальному закону.

Причины отклонения от нормального закона вышеупомянутые авторы видят в асимметрии профиля волн, имеющих длинные пологие впадины и более короткие и высокие гребни. Наличие минимума вблизи z они не отмечают. По-видимому, это объясняется тем, что они брали крупные интервалы и получали при этом сильно сглаженные кривые. Произведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. Нерегулярность ветрового волнения во времени по наблюдениям в фиксированной точке значительно меньше, чем нерегулярность вдоль направления распространения волн в фиксированный момент времени.

Длина волны, определенная по кривой пространственной корреляции, меньше рассчитанной по классической формуле через частоту, которая равна частоте, соответствующей автокорреляционной кривой.

Кривые повторяемости волновых ординат имеют значительные меры расхождения с кривой Гаусса, особенно в случаях упорядоченного волнения, когда наблюдается минимум около точки $z = z$.

В этих случаях кривая повторяемости периодов выше и уже теоретической, полученной в предположении нормального закона распределения ординат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чупров С. Д. «Физика атмосферы и океана», 3, № 1, 1967.
2. Чупров С. Д. «Физика атмосферы и океана», 3, № 4, 1967.
3. Пирсон В. Дж. Ветровые волны. Сб. «Ветровые волны». М., ИЛ, 1962.
4. Крылов Ю. М. Статистическая теория и расчет морских ветровых волн. Труды ГОИН, вып. 33 (45), 1956.
5. Cartwright D. E., Longuet-Higgins M. S. Proc. Roy Soc., 237, No. 1209, 1956.
6. Степанов А. Г. Некоторые результаты статистического исследования волнения и качки на экспедиционном судне «М. Ломоносов». Труды НТО судостроительной промышленности, № 39, 1961.
7. Цыплухин В. Ф. «Физика атмосферы и океана», 2, № 1, 1966.

Поступила в редакцию
16.9 1969 г.

Кафедра
физики моря и вод суши