В общем случае для оценки обменных параметров в уравнениях (5) на основе экспериментальных данных можно воспользоваться «методом пáрных точек». Сущность метода иллюстрирует рис. 1,*б* на примере первого из уравнений (5). Известным значениям σ^A и σ^B при двух выбранных температурах, τ_1 и τ_2, соответствуют две прямые на рис. 1,*б*, пересечение которых дает искомые параметры ξ^{BA} и ξ^{AA}.

Приношу благодарность И. К. Кикоину, К. П. Белову, Ф. И. Попову и С. А. Никитину за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смарт Дж. Эффективное поле в теории магнетизма. М., «Мир», 1968.
2. Neel L. Ann de Phys., 3, 137, 1948.

Поступила в редакцию
26.3 1970 г.

Кафедра
общей физики

УДК 541.11

В. В. ГАЛЬЦЕВ, В. К. СЕМЕНЧЕНКО

О СТАТИСТИЧЕСКОЙ ПРИРОДЕ ДЕТЕРМИНАНТА УСТОЙЧИВОСТИ

В теории термодинамической устойчивости [1—5], главным приложением которой являются анализ и классификация фазовых переходов, определяющую роль играет, как известно, детерминант устойчивости D_y, включающий все равновесные характеристики данной фазы и являющийся количественным выражением устойчивости ее относительно всех внешних воздействий.

Рассмотрим систему, молекулы которой имеют диполи постоянных электрических μ_e и магнитных μ_m моментов, помещенную во внешние статические электрическое $\vec{E}$ и магнитное $\vec{H}$ поля, и найдем статистическое выражение детерминанта устойчивости D_y.

В простейшем случае, когда электрическое и магнитное поля параллельны между собой, дифференциал внутренней энергии единицы объема системы равен

$$dU = T\,dS - p\,dV + E\,dD' + H\,dB', \tag{1}$$

где $D'=D/4\pi$, $B'=B/4\pi$ — электрическая и магнитная индукции. Термодинамическим потенциалом в переменных T, V, E и H является следующая функция:

$$\Phi = U - TS - ED' - HB', \tag{2}$$

для дифференциала которой (с учетом (1)) имеем

$$d\Phi = -S\,dT - p\,dV - D'\,dE - B'\,dH. \tag{3}$$

Поэтому

$$-4\pi\left(\frac{\partial\Phi}{\partial E}\right)_{T,V,H} = D, \quad -4\pi\left(\frac{\partial\Phi}{\partial H}\right)_{T,V,E} = B; \tag{4}$$

$$-4\pi\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial E^2}\right)_{T,V,H} = \left(\frac{\partial D}{\partial E}\right)_{T,V,H} = \varkappa^{T,V,H},$$

$$-4\pi\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial H^2}\right)_{T,V,E} = \left(\frac{\partial B}{\partial H}\right)_{T,V,E} = \mu^{T,V,E}, \tag{5}$$

$$-4\pi\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial E\partial H}\right)_{T,V} = \left(\frac{\partial D}{\partial H}\right)_{T,V,E} = \left(\frac{\partial B}{\partial E}\right)_{T,V,H} = \chi^{T,V};$$

здесь $\varkappa^{T,V,H}$ — изотермическая диэлектрическая проницаемость системы при $V=\mathrm{const}$; $H=\mathrm{const}$; $\mu^{T,V,E}$ — изотермическая магнитная проницаемость при $V=\mathrm{const}$; $E=\mathrm{const}$;

$\chi_{T,\,V}$ — изотермическая магнитноэлектрическая проницаемость при $V=\mathrm{const}$.

Для статистического аналога функции Φ имеем [6]:

$$\Phi = -kT \ln \int \ldots \int e^{-H/KT}\, dp\, dq, \tag{6}$$

где

$$\mathcal{H} = U_c + U_{\mu_e \mu_e} + U_{\mu_m \mu_m} + \left(\mu_e E \sum_i \cos a_i + \mu_m H \sum_j \cos \beta_j\right) + \frac{E^2 + H^2}{8\pi}, \tag{7}$$

U_c — кинетическая энергия частиц системы, $U_{\mu_e \mu_e}$ — энергия взаимодействия электрических диполей, $U_{\mu_m \mu_m}$ — энергия взаимодействия магнитных диполей, α_i, β_j — углы между осями соответственно i-го электрического и j-го магнитного диполей и направлением внешних полей. Дифференцируя (6) по E и H, найдем

$$\begin{aligned} &-\left(\frac{\partial \Phi}{\partial E}\right)_{T,V,H} + \frac{E}{4\pi} + \mu_e \overline{\sum_i \cos \alpha_i}\,, \\ &-\left(\frac{\partial \Phi}{\partial H}\right)_{T,V,E} = \frac{H}{4\pi} + \mu_m \overline{\sum_j \cos \beta_j}\,. \end{aligned} \tag{8}$$

Для вторых частных производных функций Φ будем иметь:

$$-\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial E^2}\right)_{T,V,H} = \frac{1}{4\pi} + \frac{\mu_e^2}{kT}\left[\frac{\int \ldots \int \left(\sum_i \cos \alpha_i\right)^2 e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq}{\int \ldots \int e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq} - \left(\frac{\int \ldots \int \sum_i \cos \alpha_i\, e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq}{\int \ldots \int e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq}\right)^2\right],$$

$$-\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial H^2}\right)_{T,V,E} = \frac{1}{4\pi} + \frac{\mu_m^2}{kT}\left[\frac{\int \ldots \int \left(\sum_j \cos \beta_j\right)^2 e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq}{\int \ldots \int e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq} - \left(\frac{\int \ldots \int \sum_j \cos \beta_j\, e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq}{\int \ldots \int e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq}\right)^2\right], \tag{9}$$

$$-\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial E\, \partial H}\right)_{T,V} = \frac{\mu_e\, \mu_m}{kT}\left[\frac{\int \ldots \int \sum_i \cos \alpha_i \cdot \sum_j \cos \beta_j\, e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq}{\int \ldots \int e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\, dp\, dq} - \right.$$

$$-\frac{\int\ldots\int\sum_i\cos\alpha_i\, e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\,dp\,dq\int\ldots\int\sum_j\cos\beta_j\, e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\,dp\,dq}{\left(\int\ldots\int e^{-\frac{\mathcal{H}}{kT}}\,dp\,dq\right)^2}\Bigg].$$

Сравнивая уравнения (9) с (5), получим

$$\varkappa^{T,V,H}=1+\frac{4\pi\mu_e^2}{kT}\left[\overline{\left(\sum_i\cos\alpha_i\right)^2}-\left(\overline{\sum_i\cos\alpha_i}\right)^2\right],$$

$$\mu^{T,V,E}=1+\frac{4\pi\mu_m^2}{kT}\left[\overline{\left(\sum_j\cos\beta_j\right)^2}-\left(\overline{\sum_j\cos\beta_j}\right)^2\right], \qquad (10)$$

$$\chi^{T,V}=\frac{4\pi\mu_e\,\mu_m}{kT}\left(\overline{\sum_i\cos\alpha_i\sum_j\cos\beta_j}-\overline{\sum_i\cos\alpha_i}\;\overline{\sum_j\cos\beta_j}\right),$$

откуда видно, что диэлектрическая и магнитная проницаемости пропорциональны флуктуациям углов между осями диполей и направлением внешних полей, т. е. флуктуациям ориентаций диполей, а магнитноэлектрическая проницаемость пропорциональна флуктуациям произведения ориентаций диполей.

Детерминат устойчивости системы D_y, состоящий из вторых частных производных потенциала U по обобщенным термодинамическим координатам S, V, D' и B' (или из производных от термодинамических сил T, p, E и H по координатам), равен

$$D_y=\begin{vmatrix}\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_{V,D,B} & \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{S,D,B} & \left(\frac{\partial T}{\partial D'}\right)_{S,V,B} & \left(\frac{\partial T}{\partial B'}\right)_{S,V,D}\\ -\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_{V,D,B} & -\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{S,D,B} & -\left(\frac{\partial p}{\partial D'}\right)_{S,V,B} & -\left(\frac{\partial p}{\partial B'}\right)_{S,V,D}\\ \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_{V,D,B} & \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{S,D,B} & \left(\frac{\partial E}{\partial D'}\right)_{S,V,B} & \left(\frac{\partial E}{\partial B'}\right)_{S,V,D}\\ \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_{V,D,B} & \left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_{S,D,B} & \left(\frac{\partial H}{\partial D'}\right)_{S,V,B} & \left(\frac{\partial H}{\partial B'}\right)_{S,V,D}\end{vmatrix}=$$

$$=-(4\pi)^2\,\frac{\partial(T,p,E,H)}{\partial(S,V,D,B)}. \qquad (11)$$

D_y является якобианом. По свойству якобианов имеем

$$D_y=-(4\pi)^2\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_{V,D,B}\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,E,H}\frac{\partial(E,H)}{\partial(D,B)}\Bigg|_{T,V}=$$

$$=-(4\pi)^2\,\frac{T/C^{V,D,B}\,(\partial p/\partial V)_{T,E,H}}{\begin{vmatrix}\left(\frac{\partial D}{\partial E}\right)_{T,V,H} & \left(\frac{\partial D}{\partial H}\right)_{T,V,E}\\ \left(\frac{\partial B}{\partial E}\right)_{T,V,H} & \left(\frac{\partial B}{\partial H}\right)_{T,V,E}\end{vmatrix}}. \qquad (12)$$

Раскрывая определитель второго порядка в знаменателе правой части (12), получим:

$$D_y = -(4\pi)^2 \frac{\frac{T}{C^{V,D,B}}\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T,E,H}}{(\chi^{T,V,H})(\mu^{T,V,E}) - (\chi^{T,V})^2}. \qquad (13)$$

Выражение (13) для D_y отражает (с учетом (10)) статистическую природу детерминанта устойчивости системы, молекулы которой имеют одновременно электрические и магнитные диполи: D_y обратно пропорционален квадратичной функции флюктуаций произведения ориентаций электрических и магнитных диполей относительно направления внешних полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гиббс Д. В. Термодинамические работы. М.— Л., ГИТТЛ, 1950.
2. Семенченко В. К. «Журн. физ. химии», **21**, 1461, 1947; **31**, 1420, 1957; **33**, 1440, 1959; **33**, 1384, 1960; **34**, 1649, 1960.
3. Семенченко В. К. «Изв. АН СССР», химические науки, № 2, 368, 1959; № 11, 2048, 1959.
4. Семенченко В. К. «Избранные главы теоретической физики». М., «Просвещение», 1966.
5. Семенченко В. К. «Кристаллография», **9**, 611, 1964.
6. Семенченко В. К., Гальцев В. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **11**, № 2, 1970.

Поступила в редакцию
8.4 1970 г.

Кафедра
физики кристаллов

В. К. ГРИШИН, В. Г. СУХАРЕВСКИЙ

О ПОВЫШЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ

Среди всевозможных устройств, предназначенных для получения мощных токов ускоренных частиц, весьма перспективными являются линейные индукционные ускорители (ЛИУ) [1, 2]. Относительная простота устройства чрезвычайно расширяет область применения ЛИУ. Препятствием служит излишняя громоздкость системы. Так, в ускорителе ЛИУ-3000 [2] прирост энергии ускорения на единицу длины установки составляет всего

$$\frac{dE}{dz} \sim 300 \text{ кэв/м} \qquad (1)$$

при диаметре индукторов более полуметра.

Столь малая «производительность» не связана с принципиальными ограничениями метода, а скорее является данью новизне идеи, впервые находящей техническое воплощение.

Величина вихревой э. д. с. в ЛИУ зависит от скорости изменения магнитного потока, охватывающего пространства ускорения. ЛИУ состоит из системы кольцевых индукторов, на каждый из которых подается импульс электрического напряжения. Схематически кольцевой индуктор представляет собой виток тока, захватывающего кольцевой магнитный сердечник, а весь ускоритель есть линейный набор одновитковых трансформаторов [1, 2]. При импульсном разряде батареи через индуктор максимальное значение параметра dE/dz приблизительно равно

$$\frac{dE}{dz} \approx B_{\text{нас}} \frac{\Delta\rho\eta}{T}, \qquad (2)$$

где $B_{\text{нас}}$ — индукция насыщения материала сердечника, $\Delta\rho$-разности максимального и минимального радиусов сердечника, T — время импульса, η — коэффициент «упаковки» индукторов вдоль ускорителя.