

УДК 538.3:530.145

В. Ч. ЖУКОВСКИЙ, И. ХЕРРМАНН

## ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ПОЛЕ ДВУХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Рассмотрено излучение электрона, движущегося в поле двух плоских электромагнитных волн, имеющих различные частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , распространяющихся в одном и том же направлении. Получены общие формулы для вероятности излучения фотона электроном в поле этих волн, справедливые при любых значениях их интенсивностей. Излучение должно содержать как гармоники, так и суммарную и разностную частоты. Обсуждается излучение суммарной и разностной частот как в нерелятивистском, так и в ультрарелятивистском приближениях.

Создание и совершенствование лазеров породило серию работ, посвященных процессам, происходящим в поле плоской электромагнитной волны [1, 2, 3]. Характеристики этих процессов (вероятности, частоты излучений и т. д.) определяются величиной интенсивности волны, ее поляризацией и спектральным составом.

В слабой волне наиболее вероятным процессом является комптоновское рассеяние, однако с ростом интенсивности волны становятся существенными электродинамические эффекты более высокого порядка по интенсивности. Например, в [1 и 3] рассмотрено излучение гармоник и образование пар в поле монохроматической электромагнитной волны.

В настоящей работе рассмотрен практически важный случай двух электромагнитных волн, имеющих различные частоты и распространяющихся в одном и том же направлении. Излучение, которое возникает при движении электрона в поле таких волн, должно содержать как гармоники основных частот, так и их различные комбинации, в том числе суммарную и разностную частоты.

### Решение уравнения Дирака

Точное решение уравнения Дирака для электрона в поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль направления  $\vec{n}$  и описываемой векторным потенциалом  $\vec{A} = \vec{A}(\delta)$ ,  $\delta = t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c}$ , было получено Волковым [4]. Это решение может быть, согласно [3, 5], представлено в виде

$$\Psi_{\vec{k}, \lambda} = \frac{N}{L^{3/2}} \begin{pmatrix} k_0 + \lambda + (\vec{\sigma} \vec{n}) (\vec{\sigma} \vec{\pi}) \\ (k_0 - \lambda) (\vec{\sigma} \vec{n}) + (\vec{\sigma} \vec{\pi}) \end{pmatrix} v e^{-i[c\lambda t - \vec{k} \cdot \vec{r} + S(\delta)]} \quad (1)$$

Здесь  $N = 2^{-1/2} \{k^2 + \lambda^2 + k_0^2(1 + \gamma^2)\}^{-1/2}$  — постоянная нормировки,  $S(\delta) = \frac{c}{2\lambda} \int_0^\delta d\delta (\vec{\pi}^2 + k_0^2 - \lambda^2)$ , где  $\vec{\pi} = \vec{k} + \frac{e}{c\hbar} \vec{A}(\delta)$ ,  $\gamma^2 = \frac{e^2 \vec{A}^2}{m^2 c^4}$ . Величина  $\lambda$

и постоянный вектор  $\vec{k}$ , перпендикулярный направлению  $\vec{n}$  ( $\vec{k}\vec{n}=0$ ), являются собственными значениями соответствующих операторов  $[\hat{E} - c(\vec{p}\vec{n})]/c\hbar$  и  $[\vec{p} - \vec{n}(\vec{p}\vec{n})]/c\hbar$  и представляют собой интегралы движения. Энергия и импульс в отдельности не сохраняются, а продольная проекция скорости равна

$$\langle \vec{n}\vec{v} \rangle = c\beta_3 = [k_0^2(1 + \gamma^2) + k^2 - \lambda^2] / [k_0^2(1 + \gamma^2) + k^2 + \lambda^2].$$

Спинор  $v$  описывает ориентацию спина электрона и является собственным вектором соответствующего спинового оператора—интеграла движения [5] с собственными значениями  $\xi = \pm 1$ .

Рассмотрим волну  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ , являющуюся суперпозицией двух волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , распространяющихся в одном направлении  $\vec{n} \parallel Oz$  и поляризованных по кругу

$$\begin{aligned} \vec{A}_1 &= -\frac{cE_1}{\omega_1} (\vec{e}_1 \sin \omega_1 \delta - g_1 \vec{e}_2 \cos \omega_1 \delta), \\ \vec{A}_2 &= -\frac{cE_2}{\omega_2} (\vec{e}_1 \sin (\omega_2 \delta + \alpha) - g_2 \vec{e}_2 \cos (\omega_2 \delta + \alpha)), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$  — единичные векторы, ортогональные друг другу и вектору  $\vec{n} \parallel Oz$ , а  $g_1 = \pm 1$ ,  $g_2 = \pm 1$ .

Решение уравнения Дирака в этой волне будет записываться в форме (1), причем для данного случая величина  $S(\delta)$  будет иметь значение

$$\begin{aligned} S(\delta) &= \frac{c}{2\lambda} [k^2 + k_0^2(1 + \gamma^2) - \lambda^2] \delta + \frac{ecE_1}{\hbar\lambda\omega_1^2} (k_1 \cos \omega_1 \delta + g_1 k_2 \sin \omega_1 \delta) + \\ &+ \frac{ecE_2}{\hbar\lambda\omega_2^2} (k_1 \cos (\omega_2 \delta + \alpha) + k_2 g_2 \sin (\omega_2 \delta + \alpha)) + \\ &+ g \frac{e^2 c E_1 E_2}{\lambda \hbar^2 \omega_1 \omega_2} \frac{\sin [(\omega_1 - g\omega_2) \delta - g\alpha]}{\omega_1 - g\omega_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

В этой формуле  $g = g_1 g_2 = \pm 1$  определяет относительную поляризацию волн;  $\gamma^2 = \frac{e^2}{m^2 c^2} \left( \frac{E_1^2}{\omega_1^2} + \frac{E_2^2}{\omega_2^2} \right)$ .

### Вероятность излучения фотона электроном

Рассмотрим переход электрона в поле электромагнитной волны (2) из состояния  $\psi_{\vec{k}, \lambda}$  в состояние  $\psi_{\vec{k}', \lambda'}$ , сопровождаемый излучением фотона с импульсом  $\vec{\kappa} = \kappa (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ . Согласно методу возмущений вероятность перехода вычисляется по формуле

$$d\omega = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{r d^3\kappa}{\kappa} |l_2 Q_2 - i l_3 Q_3|^2 \delta(\lambda - \lambda' - \kappa + \kappa \cos \theta), \quad (4)$$

где  $l_2$  и  $l_3$  задают поляризацию испущенного фотона:  $l_2 = \pm l_3 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$  — круговая поляризация, правая или левая соответственно;  $l_2 = 1, l_3 = 0$  или

$l_2 = 0, l_3 = 1$  — линейная поляризация,  $\sigma$  и  $\pi$  — компонент соответственно (см. [6]). Величины  $Q_2$  и  $Q_3$ , равные

$$Q_2 = \bar{\alpha}_1 \sin \varphi - \bar{\alpha}_2 \cos \varphi, \quad Q_3 = (\bar{\alpha}_1 \cos \varphi + \bar{\alpha}_2 \sin \varphi) \cos \theta - \bar{\alpha}_3 \sin \theta. \quad (5)$$

связаны с матричными элементами  $\vec{\alpha}$  матриц Дирака, выражающимися через интеграл

$$\int dx dy d\delta \exp \{i [S'(\delta) - S(\delta) + c\kappa\delta \cos \theta - \vec{\kappa}_1 \vec{r} - \vec{k}' \vec{r} + \vec{k} \vec{r}]\}, \quad (6)$$

где  $\vec{\kappa}_\perp = \vec{\kappa} - \vec{n}(\vec{\kappa}\vec{n})$ .

Интегрируя (6) по  $x$  и  $y$ , получим  $\vec{k}' = \vec{k} - \vec{\kappa}_\perp$ . В дальнейшем будем предполагать, что в начальном состоянии  $\vec{k} = 0$ . Чтобы вычислить интеграл по  $\delta$ , разложим экспоненту в (6) в тройной ряд по функциям Бесселя

$$\begin{aligned} & \exp \{i [-x_1 \cos(\omega_1 \delta - g_1 \varphi) - x_2 \cos(\omega_2 \delta - g_2 \varphi + \alpha) + \\ & \quad + x_3 \sin((\omega_1 - g\omega_2) \delta - g\alpha)]\} =, \\ = & \sum_{n_1 n_2 n_3 = -\infty}^{+\infty} (-i)^{n_1 + n_2} (-1)^{n_3} \exp \{-i [n_1(\omega_1 \delta - g_1 \varphi) + n_2(\omega_2 \delta - g_2 \varphi + \alpha) + \\ & \quad + n_3((\omega_1 - g\omega_2) \delta - g\alpha)]\} J_{n_1}(x_1) J_{n_2}(x_2) J_{n_3}(x_3). \end{aligned} \quad (7)$$

После интегрирования по переменной  $\delta$  с учетом  $\delta$ -функции в равенстве (4) получим следующие значения энергии испущенного фотона:

$$\kappa = \frac{(1 - \beta_3)(n\omega)}{1 - \beta_3 \cos \theta + (n\omega)(1 - \cos \theta) \left[ \frac{1 - \beta_3^2}{k_0^2 c^2 (1 + \gamma^2)} \right]^{1/2}}, \quad (8)$$

где  $(n\omega) \equiv n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 + n_3 (\omega_1 - g\omega_2)$ .

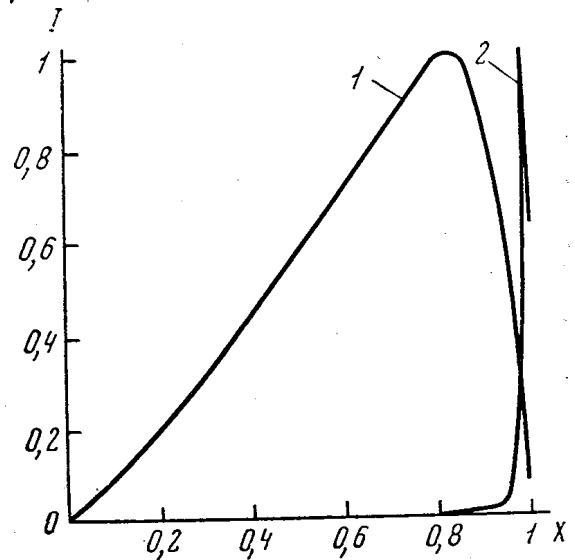
Фактически частота  $\kappa$  зависит лишь от двух целых чисел  $n$  и  $n'$ , причем  $(n\omega) = n\omega_1 + n'\omega_2$ . Однако для удобства вычислений мы сохраняем в дальнейшем числа  $n_1, n_2$  и  $n_3$ , являющиеся индексами функций Бесселя.

Формулы будут выглядеть проще, если перейти в систему, движущуюся вместе с электроном вдоль оси  $z$ , при этом угол  $\theta$  преобразуется к новому углу  $\theta'$  по формуле  $\cos \theta' = (\cos \theta - \beta_3) / (1 - \beta_3 \cos \theta)$ .

Введем также параметр

$$\xi = \frac{(n\omega)(1 - \beta_3)}{c \sqrt{k_0^2 (1 + \gamma^2) (1 - \beta_3^2)}} = \frac{\hbar (n\omega) E}{m^2 c^4 (1 + \gamma^2)} (1 - \beta_3), \quad (9)$$

зависящий от частот волны  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и энергии электрона  $E = \frac{mc^2 \sqrt{1 + \gamma^2}}{\sqrt{1 - \beta_3^2}}$ ,



Спектральное распределение излучения  $I$ . 1 —  $E=6$  Бэв,  $\omega_1=3,56$  эв,  $\omega_2=1,78$  эв, 2 —  $E=6$  Бэв,  $\omega_1=0,59$  кэв,  $\omega_2=1,19$  кэв

тогда

$$c\kappa = \frac{(n\omega)(1 + \beta_3 \cos \theta')}{(1 + \beta_3)[1 + \xi(1 - \cos \theta')]} \quad (10)$$

Для вероятности перехода получим следующее выражение:

$$d\omega = \frac{e^2}{2\pi\hbar c} (1 - \beta_3) \sum_{n_1 n_2 n_3} \frac{(n\omega) \sin \theta' d\theta' d\varphi'}{[1 + \xi(1 - \cos \theta')]^3} |l_2 F_2 - l_3 F_3|^2, \quad (11)$$

$$F_2 = \frac{\xi}{2} (1 - \cos \theta') \left[ \frac{\vec{\sigma} \vec{s}}{V\sqrt{1 + \gamma^2}} + \left( \text{ctg } \theta' + \frac{n_3(\omega_1 - g\omega_2)}{(n\omega) \sin \theta'} \right) \bar{\sigma}_3 \right] J_{n_1} J_{n_2} J_{n_3} - \\ - \delta_{\xi\xi'} \left( 1 + \frac{\xi}{2} (1 - \cos \theta') \right) (g_1 q_1 J'_{n_1} J_{n_2} + g_2 q_2 J_{n_1} J'_{n_2}) J_{n_3}, \\ F_3 = \left[ \delta_{\xi\xi'} \left( 1 + \frac{\xi}{2} (1 - \cos \theta') \right) \left( \text{ctg } \theta' + \frac{n_3(\omega_1 - g\omega_2)}{(n\omega) \sin \theta'} \right) + \right. \\ \left. + i \frac{\xi(1 - \cos \theta')}{2V\sqrt{1 + \gamma^2}} (\bar{\sigma}_1 \sin \varphi - \bar{\sigma}_2 \cos \varphi) \right] J_{n_1} J_{n_2} J_{n_3} - \\ - \frac{\xi}{2} (1 - \cos \theta') \bar{\sigma}_3 (g_1 q_1 J'_{n_1} J_{n_2} + g_2 q_2 J_{n_1} J'_{n_2}) J_{n_3}.$$

Здесь

$$\vec{s} = \vec{e}_1 \cos \varphi + \vec{e}_2 \sin \varphi, \quad \vec{\sigma} = v' \vec{\sigma} v,$$

а аргументы функций Бесселя  $J_{n_1}(x_1)$ ,  $J_{n_2}(x_2)$ ,  $J_{n_3}(x)$  с помощью (10) могут быть записаны в виде

$$x_1 = \frac{(n\omega)}{\omega_1} q_1 \sin \theta'; \\ x_2 = \frac{(n\omega)}{\omega_2} q_2 \sin \theta'; \\ x_3 = \frac{(n\omega)}{\omega_1 - g\omega_2} q_1 q_2 (1 - \cos \theta'),$$

где

$$q_{1,2} = \frac{\gamma_{1,2}}{V\sqrt{1 + \gamma^2}}, \quad \gamma_{1,2} = \frac{eE_{1,2}}{mc\omega_{1,2}}, \quad \gamma^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2.$$

Характерно, что дифференциальная вероятность (11) зависит как от поляризации волн  $g_1$  и  $g_2$ , так и от ориентации спина электрона в начальном и конечном состояниях  $\zeta$  и  $\zeta'$ . После усреднения по начальным и суммирования по конечным значениям проекций спина и интегрирования по углу  $\varphi$  находим для вероятности испускания поляризованного фотона

$$d\omega_i = \frac{e^2}{\hbar c} (1 - \beta_3) \sum_{n_1 n_2 n_3} \frac{(n\omega) \sin \theta' d\theta'}{[1 + \xi(1 - \cos \theta')]^3} S_i, \quad (12) \\ S_2 = \left( 1 + \frac{\xi}{2} (1 - \cos \theta') \right)^2 (g_1 q_1 J'_{n_1} J_{n_2} + g_2 q_2 J_{n_1} J'_{n_2})^2 J_{n_3}^2 + \\ + \frac{\xi^2}{4} (1 - \cos \theta')^2 \left[ 1 - q^2 + \left( \text{ctg } \theta' + \frac{n_3(\omega_1 - g\omega_2)}{(n\omega) \sin \theta'} \right)^2 \right] J_{n_1}^2 J_{n_2}^2 J_{n_3}^2,$$

$$S_3 = \left\{ \left( 1 + \frac{\xi}{2} (1 - \cos \theta') \right)^2 \left[ \operatorname{ctg} \theta' + \frac{n_3 (\omega_1 - g\omega_2)}{(n\omega) \sin \theta'} \right]^2 + \frac{\xi^2 (1 - \cos \theta')^2}{4(1 + \gamma^2)} \right\} J_{n_1}^2 J_{n_2}^2 J_{n_3}^2 + \frac{\xi^2}{4} (1 - \cos \theta')^2 (g_1 q_1 J_{n_1}' J_{n_2} + g_2 q_2 J_{n_1}' J_{n_2}')^2 J_{n_3}^2,$$

$$S_l = \frac{1}{2} (S_2 + S_3) + |Nl|;$$

$$N = \left[ 1 + \xi (1 - \cos \theta') + \frac{\xi^2}{2} (1 - \cos \theta')^2 \right] \left[ \operatorname{ctg} \theta' + \frac{n_3 (\omega_1 - g\omega_2)}{(n\omega) \sin \theta'} \right] \times \\ \times (g_1 q_1 J_{n_1}' J_{n_2} + g_2 q_2 J_{n_1}' J_{n_2}') J_{n_1} J_{n_2} J_{n_3}^2.$$

Вероятность, вычисленная для скалярной частицы, подчиняющейся уравнению Клейна—Гордона, отличается от выражения (12) для электрона членами, пропорциональными  $\xi^2$ . Это было отмечено также в случае монохроматического поля [5].

### Анализ и обсуждение результатов

Рассмотрим некоторые наиболее важные предельные значения полученных общих выражений.

Пусть аргументы  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  функций Бесселя малы:

$$x_1 \ll 1, \quad x_2 \ll 1, \quad x_3 \ll 1.$$

В этом случае для излучения первой гармоники ( $n_1=1$ ,  $n_2=0$ ,  $n_3=0$ ) получим

$$\frac{d\omega_{10}}{d\Omega'} = \frac{e^2 \omega_1 (1 - \beta_3)}{8\pi \hbar c [1 + \xi (1 - \cos \theta')]^2} \left\{ q_1^2 \left[ \frac{1}{1 + \xi (1 - \cos \theta')} - \sin^2 \theta' + \right. \right. \\ \left. \left. + 1 + \xi (1 - \cos \theta') \right] - q_1^4 \sin^2 \theta' \left[ \frac{1}{4} (3 + \cos^2 \theta') + \frac{\xi^2 (1 - \cos \theta')^2}{1 + \xi (1 - \cos \theta')} \right] - \right. \\ \left. - \frac{q_1^2 q_2^2 \sin^2 \theta'}{2} \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} (1 + \cos^2 \theta') + \left( 1 + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right) \frac{\xi^2 (1 - \cos \theta')^2}{1 + \xi (1 - \cos \theta')} \right] \right\}. \quad (13)$$

Члены порядка  $q_1^2$  описывают обычное комptonовское рассеяние и совпадают с формулами из [7, 8].

С учетом членов более высокого порядка, пропорциональных  $q_1^2 q_2^2$ , получаем слабую зависимость вероятности от интенсивности второй волны. Для рассеяния второй волны получаем точно такой же результат (13) с заменой индекса 1 на индекс 2.

Интересным нам кажется также тот факт, что электрон испускает фотоны суммарной и разностной частот

$$\omega = \frac{(\omega_1 \pm \omega_2) (1 + \beta_3 \cos \theta')}{(1 + \beta_3) (1 + \xi (1 - \cos \theta'))}.$$

Вероятность этого процесса, усредненная по начальным значениям и просуммированная по конечным значениям поляризации фотонов, равна

$$\frac{d\omega_{1,1}}{d\Omega'} = \frac{e^2}{2\pi \hbar c} \frac{(\omega_1 \pm \omega_2) (1 - \beta_3)}{[1 + \xi (1 - \cos \theta')]^3} \left( \frac{q_1 q_2 \sin \theta'}{4\omega_1 \omega_2} \right)^2 \times$$

$$\times \left\{ [1 + \xi(1 - \cos \theta')] [(\omega_1 \pm \omega_2)^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2) + (\omega_1 \pm \omega_2)^4 \cos^2 \theta' + 2\omega_1^2 \omega_2^2] + \frac{\xi^2}{2} (1 - \cos \theta')^2 \left[ (\omega_1 \pm \omega_2)^4 + (\omega_1 \pm \omega_2)^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2) + 4 \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{1 + \cos \theta'} \right] \right\}. \quad (14)$$

Процесс, описываемый этой формулой, по-видимому, будет доступен экспериментальному наблюдению в ближайшее время, при этом параллельность волн не является существенной для его наблюдения.

Излучение электрона в поле двух монохроматических волн исследовалось также в работе [9], причем авторы этой работы ограничились случаем, когда волны имеют слабую интенсивность, а электрон является нерелятивистским. Полученную ими формулу для интенсивности излучения можно было бы сравнить с нашей (14), если положить в последней  $\xi=0$ ,  $\beta_3=0$ . При этом оказывается, что наш результат несколько отличается от [9].

В этой же работе был рассмотрен также случай, когда  $\omega_1 \gg \omega_2$ . Тогда  $\omega_1 \pm \omega_2 \approx \omega_1$ , т. е. частоты фотонов, испущенных в процессах (13) и (14), приближенно совпадают, а отношение соответствующих вероятностей равно

$$\frac{d\omega_{1,1}}{d\omega_{1,0}} = \left( \frac{x_2}{2} \right)^2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} q_2^2 \sin^2 \theta'. \quad (15)$$

Если в качестве второй волны взять излучение лазера с длиной волны  $\lambda_2 = 6940 \text{ \AA}$  и  $q_2 \leq 10^{-3}$ , а в качестве первой волны — рентгеновское излучение с  $\lambda_1 = 1 \text{ \AA}$ , то  $(\omega_1/\omega_2)^2 \approx 5 \cdot 10^7$  и тогда отношение (15) могло бы стать больше единицы. При дальнейшем увеличении отношения  $\omega_1/\omega_2$  оно могло бы принимать сколь угодно большие значения. Из этого авторы работы [9] делают вывод о возможности усиления рассеяния рентгеновского излучения путем дополнительного облучения электронов лазером. На самом деле все формулы упомянутой статьи, так же как и формула (15), получены при малых значениях  $x_2 \ll 1$  и перестают быть справедливыми при  $x_2 \gg 1$ . В этом случае вместо (15) с помощью точных формул (11) и (12) находим

$$d\omega_{1n_2} = d\omega^{\text{Компт}} J_{n_2}^2(x_2),$$

где  $d\omega^{\text{Компт}}$  является первым членом, пропорциональным  $q_1^2$ , в формуле (13) и описывает вероятность эффекта Комптона в отсутствие второй волны.

Как известно, функция Бесселя  $J_{n_2}$  является осциллирующей функцией и не может принимать значения больше единицы. При этом в вероятность излучения комptonовской частоты  $c\kappa_1 = \frac{\omega_1(1 + \beta_3 \cos \theta')}{(1 + \beta_3)(1 + \xi(1 - \cos \theta'))}$  дают вклад не только члены с  $n_2 = 0, \pm 1$  как в (15), но также и все члены с  $|n_2| \ll \frac{\omega_1}{\omega_2}$ , так как  $\omega_1 + n_2 \omega_2 \approx \omega_1$ . Суммируя вероятности  $d\omega_{1n_2}$  по всем  $|n_2| \ll \frac{\omega_1}{\omega_2}$  и учитывая, что функция Бесселя  $J_{n_2}$  быстро убывает с ростом индекса  $n_2$ , находим с помощью соотношения

$$\sum_{|n_2| \ll \omega_1/\omega_2} J_{n_2}^2(x_2) \approx \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} J_{n_2}^2(x_2) = 1$$

вероятность излучения

$$d\omega_1 = \sum_{|n_2| \ll \omega_1/\omega_2} d\omega_{1n_2} = d\omega^{\text{КОМПТ}}.$$

Как видно, она вовсе не зависит от интенсивности второй волны.

Таким образом, вывод авторов работы [9] о том, что рассеяние жестких  $\gamma$ -квантов  $\omega_1$  может быть усилено лазерным излучением  $\omega_2 \ll \omega_1$ , является неверным.

### Спектральное распределение излучения

Как было показано в работе [8] и экспериментально подтверждено в работе [10], комптоновское рассеяние фотонов из интенсивного лазерного пучка на ультрарелятивистских электронах дает возможность получения поляризованных монохроматических жестких  $\gamma$ -квантов.

Ниже будут рассмотрены особенности рассеяния двух волн разной частоты на ультрарелятивистских электронах.

Пусть релятивистские электроны движутся навстречу обоим волнам, тогда  $\beta_3 = -\beta < 0$ ,  $1 - \beta^2 \ll 1$ .

Рассеянные фотоны будут преимущественно двигаться под углом  $\theta \approx \pi$  к падающим, обладая максимальной энергией, равной

$$\kappa_{\text{макс}} = \frac{E}{c\hbar} \frac{2\xi}{1 + 2\xi}, \quad (16)$$

где

$$\xi = \frac{2E\hbar(\omega_1 \pm \omega_2)}{m^2 c^4}.$$

Перейдем от углового распределения (14) к спектральному распределению, используя связь угла рассеяния с частотой

$$\cos \theta' = 1 - \frac{2x}{1 + 2\xi(1-x)}, \quad x = \frac{\kappa}{\kappa_{\text{макс}}},$$

следующую из (10). В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dx} = & \frac{e^2 m^2}{2} \left( \frac{2\xi}{1 + 2\xi} \right)^2 q_1^2 q_2^2 \frac{x^2(1-x)(1+2\xi)}{[1 + 2\xi(1-x)]^2} \left\{ \frac{1}{2\omega_1^2 \omega_2^2} [\omega_1 \pm \omega_2]^4 + \right. \\ & \left. + (\omega_1 \pm \omega_2)^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2) \left[ \frac{1 + 2\xi}{1 + 2\xi(1-x)} + \frac{1 + 2\xi(1-x)}{1 + 2\xi} \right] + \right. \\ & \left. + 2 \left( 1 + \frac{2\xi^2 x^2}{(1 + 2\xi)^2 (1-x)} \right) - 4 \frac{(\omega_1 \pm \omega_2)^4}{\omega_1^2 \omega_2^2} \frac{x(1-x)(1+2\xi)}{[1 + 2\xi(1-x)]^2} \right\}. \quad (17) \end{aligned}$$

Это распределение имеет максимум при  $1 - x \approx \frac{1}{2\xi}$  с шириной порядка  $\frac{1}{2\xi}$ . С увеличением  $\xi$  степень монохроматичности испущенных  $\gamma$ -квантов растет, а энергия, согласно (16), приближается к энергии электронов.

На рис. 1 графически изображено спектральное распределение (17) для некоторых типичных значений энергии электронов и фотонов. Увеличения  $\xi$  можно добиться, либо используя электроны больших энергий, либо увеличивая частоту одной из волн.

Авторы благодарят участников семинара и проф. А. А. Соколова за полезную дискуссию.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Никишов А. И., Ритус В. И. ЖЭТФ, 46, 776, 1964.
2. Brown L. S., Kibble T. W. Phys. Rev., 133, A705, 1964.
3. Гольдман И. И. ЖЭТФ, 46, 1412, 1964.
4. Volkov D. M., Z. Phys., 94, 250, 1935.
5. Тернов I. M., Вагров V. G., Кхараев А. М. Ann. Phys., 22, 25, 1968.
6. Сб. «Синхротронное излучение» под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М., «Наука», 1966.
7. Ахиезер А. И., Берестецкий В. В. Квантовая электродинамика. М., «Наука», 1969.
8. Арутюнян Ф. Р., Туманян В. А. ЖЭТФ, 44, 2100, 1963.
9. Prakash H., Vachaspati. Nuovo Cim., 53 B, 24, 1968.
10. Куликов О. Ф., Тельнов. ЖЭТФ, 47, 1591, 1965.

Поступила в редакцию  
23. 3 1970 г.

Кафедра  
теоретической физики

---