Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1970

УДК 535.36

А. Л. ГОЛГЕР

О КОНКУРЕНЦИИ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА — БРИЛЛЮЭНА И ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ В ЖИДКОСТЯХ

Теоретически исследуется конкуренция ВКР и ВРМБ в жидкостях для накачки с длительностью импульса $\tau > 10^{-9}$ *сек.* (квазистатическое приближение). Рассмотрены особенности усиления первой стоксовой компоненты ВКР в условиях развитого ВРМБ; проанализированы случаи, когда стоксова волна возникает за счет краевых условий и распределенных случайных источников. Показано, что в обоих случаях ВРМБ приводит к заметному возрастанию порога возбуждения ВКР (в некоторых случаях до порядка); индикатриса же рассеяния остается неизменной в заданном поле накачки.

В ряде экспериментальных работ по ВКР и ВРМБ, в частности в жидкостях, отмечалось наличие конкуренции этих видов рассеяний, приводящей к подавлению одного рассеяния за счет другого, изменению интенсивности линий и т. п. [1], однако теория не разрабатывалась. В общем случае задача сложна, поскольку, вообще говоря, надо учитывать нестационарные явления и рассматривать нелинейный режим рассеяния. Используя [2] и [3], можно получить систему уравнений, описывающих совместное развитие ВКР и ВРМБ в общем случае

$$\text{(I)}\quad \begin{cases} \alpha_H \dfrac{\partial E_H}{\partial t} + \dfrac{\partial E_H}{\partial z} = g_1 |E_1|^2 E_H + g_2 E_2 P - \delta_H E_H, & (1) \\[2mm] \alpha_2 \dfrac{\partial P}{\partial t} + \dfrac{\partial P}{\partial z} = \beta E_H E_2 - \delta_2 P, & (2) \\[2mm] \alpha_3 \dfrac{\partial E_2}{\partial t} + \dfrac{\partial E_2}{\partial z} = g_2 E_H P - \delta E_2, & (3) \\[2mm] \alpha_4 \dfrac{\partial E_1}{\partial t} + \dfrac{\partial E_1}{\partial z} = g_1 |E_H|^2 E_1 - \delta E_1. & (4) \end{cases}$$

Здесь E_1 и E_2 — поля стоксового компонента в ВКР и ВРМБ, E_H — поле накачки, P — амплитуда звуковой волны в ВРМБ, g_2 и g_1 — инкременты рассеяний; α_H, α_2, α_3, α_4 — некоторые постоянные коэффициенты. Как видим, решение такой системы в общем виде представляется достаточно сложным.

Рассмотрим вынужденное рассеяние в жидкостях. Здесь инкременты для ВКР и ВРМБ отличаются на порядок [1]

$$g_2 = 10 g_1. \qquad (5)$$

Поэтому эффекты конкуренции можно рассматривать по следующей идеализированной схеме.

Будем приближенно считать, что импульс накачки имеет треугольную форму (см. рис. 1) с длительностью $\tau=10^{-8}$ *сек*. Выбор именно такой длительности импульса будет понятен из дальнейшего. Таким образом, интенсивность поля накачки на входе в систему будет иметь вид

$$I_H(t) = \frac{2t}{\tau} I_0, \tag{6}$$

т. е. будет возрастать линейно со временем. Из (3) и (4) видно, что при этом время начала усиления для ВКР будет больше соответствующего времени для ВРМБ, так как справедливо (5). В квазистатическом приближении уравнения (3) и (4) простой заменой переменных сводятся к двум аналогичным скоростным уравнениям [2], из которых можно получить оценку для разности этих времен:

$$\Delta t = \frac{\delta\tau(g_1^{-1} - g_2^{-1})}{I_0} \tag{7}$$

(где δ—затухание для фотонов). Из [1] следует, что $g_1=10^{-3}$ *см/мгвт*, $g_2=10^{-2}$ *см/мгвт* и $\delta=10^{-2}$ *см*$^{-1}$, т. е. для $\tau=10^{-8}$ *сек* и I_0 до 100 *мг·вт/см*^{2} будет справедливо неравенство

$$\Delta t \gg \frac{L}{C}. \tag{8}$$

Здесь L — область взаимодействия (в эксперименте $L=1\div10$ *см*), а L/C — время пробега фотонов в системе. Таким образом, можно считать, что ВКР развивается в поле накачки уже сформированном ВРМБ и рассматривать сначала отдельно систему уравнений (1), (2) и (3), пренебрегая в (1) воздействием на накачку со стороны E_1.

Очевидно подобное рассмотрение верно при не слишком большой (I_0 до 100 *мг·вт/см*^{2}) интенсивности накачки и не слишком коротких импульсах, так как с ростом I_0 или уменьшением τ форма импульса накачки переходит в прямоугольную, а при этом $\Delta t\to0$; в данном случае систему (1) уже нельзя разбивать на отдельные уравнения, а необходимо решать в общем виде.

В жидкостях время жизни оптических фотонов порядка $\tau_ф=10^{-9}$ *сек*. Поэтому для импульсов накачки с длительностью $\tau>10^{-9}$ *сек* ВРМБ можно считать стационарным и воспользоваться [2] для решения полученной системы уравнений. Таким образом, для стационарного ВРМБ получим

$$E_H^2(z) = B\frac{N_H(0)\left[1-\frac{N_C(0)}{N_H(0)}\right]}{1-\frac{N_C(0)}{N_H(0)}\exp\left\{-\left[1-\frac{N_C(0)}{N_H(0)}\right]g_2N_H(0)\,z\right\}}, \tag{9}$$

где B — постоянный коэффициент, $N_H(0)$ — поток фотонов накачки на входе в среду, $N_C(0)$ — поток фотонов стоксового компонента ВРМБ на выходе из среды (см. рис. 2).

Для дальнейшего удобно обозначить:

$$E_H^2(0) = P_0, \qquad k = \left[1-\frac{N_C(0)}{N_H(0)}\right]g_2N_H(0), \tag{10}$$
$$\frac{N_C(0)}{N_H(0)} = a.$$

Из [2] следует, что значение $\frac{N_C(z)}{N_H(z)}$ экспоненциально падает от входного $\frac{N_C(0)}{N_H(0)} = a$ по всей длине взаимодействия. Таким образом, даже при $a \approx 0{,}8$—$0{,}9$ интенсивность ВРМБ будет велика лишь на малой длине. Поэтому мы будем пренебрегать ВКР, вызванным стоксовым

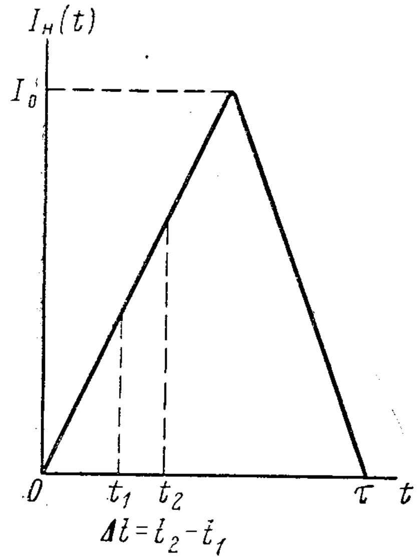

Рис. 1. Интенсивность поля накачки на входе в систему в функции времени

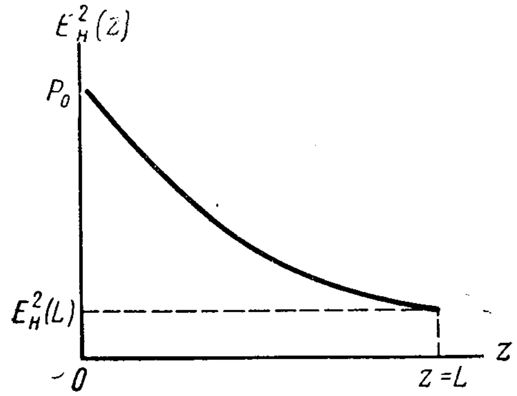

Рис. 2. Зависимость квадрата поля накачки в стационарном ВРМБ от координаты в среде

компонентом ВРМБ. Уравнение (4) будем решать в приближении заданного поля накачки вида (9).

Порог ВКР в условиях развитого ВРМБ (краевая задача). Ограничимся случаем, когда E_H и E_1 коллинеарны и рассмотрим E_1 вперед и назад. Уравнение для ВКР в заданном поле накачки имеет вид [3]:

$$\frac{dE_1}{dz} = g_1 |E_H|^2 E_1 - \delta E_1. \tag{11}$$

Очевидно, при $|E_H|^2 = \text{const}$ решением (11) будет:

$$E_1 = E_0 \exp\,[g_1 |E_H|^2 - \delta]\, z. \tag{12}$$

Порог ВКР в этом случае: $|E_H|^2 = \delta/g_1$. Обозначим для удобства $\delta/g_1 = P_T$. Решая уравнение (12), получим для E_1 вперед:

$$E_1(z) = E_0 \exp\left\{-\int_0^z [\delta - g_1 |E_H(\xi)|^2]\, d\xi. \tag{13}$$

Используя для $|E_H^2(z)|$ формулу (9), получим

$$E_{1\,\text{перед}}(z) = E_0\,[1-a]^{-\frac{\delta p_0}{kp_{\text{т}}}} \exp\left\{\delta\left[\frac{P_0}{P_{\text{т}}}(1-a) - 1\right] z\right\} \times$$

$$\times\,(1 - a\exp - kz)^{\frac{\delta P_0}{kP_{\text{т}}}(1-a)}. \tag{14}$$

Чтобы свести задачу об излучении стоксового компонента в (9) ВКР назад к предыдущей задаче, надо записать поле накачки в виде нарастающего от $z=0$ к $z=L$, т. е.

$$E_H'^2(z) = B\frac{N_H(0)\left[1-\frac{N_C(0)}{N_H(0)}\right]}{1-\frac{N_C(0)}{N_H(0)}\exp k[z-L]} \tag{15}$$

(см. рис. 3). Таким образом, $E_H'^2(z)$ — есть симметричное отражение $E_H^2(z)$ относительно прямой $z=L$. Тогда, очевидно, решение для E_1 назад тоже описывается (13) с подстановкой $E_H'^2(z)$ из (15). Выполнив интегрирование, получим

$$E_{1\text{назад}}(z') = E_0'\,[1-a\exp\{kz'-kL\}]^{-\frac{\delta P_0}{kP_\text{т}}(1-a)}\times$$
$$\times\exp\left\{\delta\left[\frac{P_0}{P_\text{т}}(1-a)-1\right]z'\right\}(1-a\exp-kL)^{\frac{\delta P_0}{kP_T}(1-a)}. \tag{16}$$

В (16) ось z' направлена от $z=L$ к $z=0$ и начало отсчета в точке $z=L$.

Как следует из (13) E_1, вперед $(L) = E_1$ назад (L), т. е. в такой постановке задачи нет асимметрии между E_1 вперед и E_1 назад на проход. Анализ формул (14) и (15) показывает, что при

$$P_0 < P_\text{т}\frac{1}{1-\alpha^2} \tag{17}$$

решения для ВКР вперед и назад экспоненциально убывают от входных значений по всей длине взаимодействия. При

$$P_\text{т}\frac{1}{1-a^2} < P_0 < P_\text{т}\frac{1}{1-a}. \tag{18}$$

E_1 вперед и E_1 назад в среде имеет вид, показанный на рис. 4. И только величина

$$P_0 = P_\text{т}\frac{1}{1-a} = P_\text{т}' \tag{19}$$

является порогом для ВКР вперед и назад.

Порог ВКР в условиях развитого ВРМБ (учет источников). Обычно в эксперименте источником ВКР является шумовое излучение в среде. Таким образом, нужно рассмотреть и другую постановку задачи, а именно: решить уравнение ВКР в заданном поле накачки, определенном ВРМБ с источниками в виде δ-коррелированной случайной функции. Тогда для ВКР

$$\frac{dE_1}{dz} + \delta E_1 - g_1|E_H|^2 E_1 = f(z)E_H. \tag{20}$$

Здесь $f(z)$ — случайная функция, такая, что

$$\langle f(z_1)f(z_2)\rangle = F\delta(z_1-z_2). \tag{21}$$

При $f(z)\equiv 0$ решением (20) будет (13). Поэтому решением уравнения

$$\frac{dE_1}{dz} + \delta E_1 - g_1|E_H|^2 E_1 = \delta(z-\eta) \tag{22}$$

будет

$$E_1(z)=E_0\exp-\int\limits_0^z[\delta-|E_H(\xi)|^2g_1]\,d\xi+\exp-\int\limits_0^z[\delta-|E_H(\xi)|^2g_1]\,d\xi. \quad (23)$$

Так как $f(z)\,E_H(z)$ можно разложить

$$E_H(z)\,f(z)=\int\limits_0^L f(\eta)\,E_H(\eta)\,\delta(z-\eta)\,d\eta, \quad (24)$$

то функцией Грина $G(z,z')$ задачи (20) будет

$$G(z,z')=\begin{cases}\exp\int\limits_{z'}^{z}[-\delta+g_1|E_H(\xi)|^2]\,d\xi & \text{при } z>z'\\ 0 & \text{при } z<z'.\end{cases} \quad (25)$$

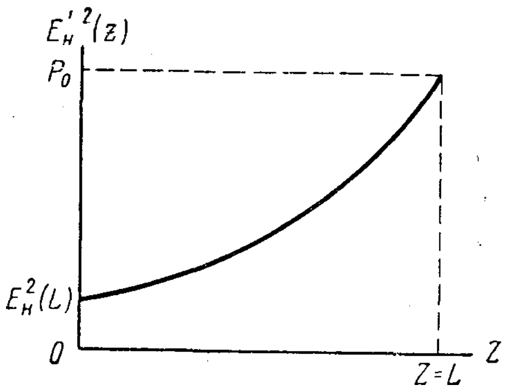

Рис. 3. Зависимость квадрата заданного поля накачки (17) для ВКР назад от координаты в среде

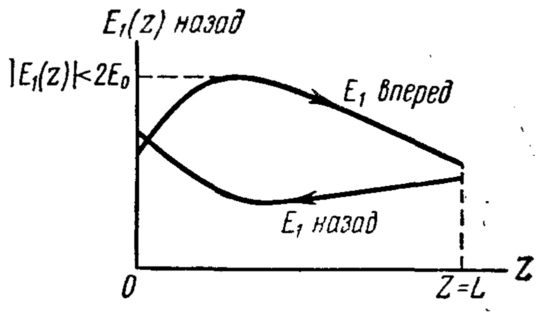

Рис. 4. Зависимость поля E_1 в ВКР вперед и назад от координаты в среде

Таким образом, общее решение уравнения (20):

$$E_1(z)=E_0\exp\Big\{-\int\limits_0^z[\delta-|E_H^2|^2(\xi)\,g_1]\,d\xi+\int\limits_0^z G(z,\eta)\,f(\eta)\,E_H(\eta)\,d\eta. \quad (26)$$

Используя (21), можно получить

$$\langle E_1^2\ (z)\rangle=E_0^2\exp\Big\{-2\int\limits_0^z[\delta-g_1|E_H^2(\xi)|^2]\,d\xi+$$

$$+F\int\limits_0^z E_H^2(\eta)\Big[\exp-2\int\limits_0^z[\delta-|E_H^2(\xi)|^2g_1]\,d\xi\Big]\,d\eta. \quad (27)$$

В зависимости от применения (9) или (15) формула (27) описывает ВКР вперед и назад. Из нее следует, что

$$\langle E^2_{1\text{вперед}}(L)\rangle=\langle E^2_{1\text{назад}}(L)\rangle. \quad (28)$$

Анализ (27) показывает, что и в такой постановке задачи порогом для ВКР вперед и назад также является

$$P_0=P_T'. \quad (29)$$

По данным [4] величина $a = \frac{N_C(0)}{N_H(0)}$ в ВРМБ в эксперименте может быть $a \approx 0{,}87$, тогда различие между P_T и P_T' достигает порядка.

В приближении заданного поля накачки индикатриса рассеяния не меняется, но если систему (1) нельзя разделить на две самостоятельные системы, то, по-видимому, появится асимметрия в ВКР вперед и назад.

Изложенный подход позволяет рассматривать взаимодействие и других типов вынужденного рассеяния с разными инкрементами в приближении заданного поля накачки. В применении к ВКР и ВРМБ он позволяет установить прямую зависимость пороговой мощности ВКР от профиля поля накачки в среде.

В заключение выражаю благодарность С. А. Ахманову за руководство работой и обсуждение полученных результатов, а также Б. Я. Зельдовичу за ценные советы и указания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Denarez M., Bret G. Phys. Rev., **171**, 166, 1968.
2. Tang C. L. J. Appl. Phys., **37**, 2945, 1966.
3. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. М., «Наука», 1964.
4. Maier M., Rother W., Kaiser W. Phys. Rev. Lett., **23**, 83, 1966.

Поступила в редакцию
1. 6 1969 г.

Кафедра
волновых процессов